

II-68

最小2乗法を用いた入反射波分離法について

北見工業大学	正会員	鯉目 淑範
北見工業大学	正会員	佐藤 幸雄
北海道大学	正会員	浜中 建一郎

I. はじめに

水槽を使って波浪実験を行う場合、水槽の規模がよほど大きくなければ反射波の影響は避けられない。したがって通常の実験では多重反射の状態で行っていることになる。また、そのような場合には実験波として規則波を用いたとしても、造波板から発生する拘束波や、自由波などの高周波成分の波が発生し、その影響によって実験波は非線形性を有する波となっている。特に実験水槽に模型を設置した場合には自由波の影響を考慮する必要がある。そこで、高周波成分や非線形性を考慮した入・反射波分離方法についての研究が多く行われている。

また、反射率が小さい条件で実験を行った場合には、部分重複波の腹・節が明確とならないのでHealyの方法を適用するには困難が生じる。また、この方法では高周波成分を分離はできない。したがって、透過型的水中構造物の反射模型実験には適用は出来ない。

本研究では、最小2乗法を利用して、基本周波成分の他に倍周波の拘束波と自由波を考慮した入・反射波分離法を考え、水中構造物を用いた実験に適用して検証をおこなった。また、合田らの方法と比較し、若干の検討を加えた。

II. 最小2乗法を用いた入反射波分離法

水路内に海中構造物を設置し、一定周期 T_0 、一定波高 H_0 の規則波を発生させている状態を考える。この時、合田らによれば、水槽内においては造波板から起波された波は構造物で反射され反対方向に進んで造波板で再反射される。この再反射波は最初の発生波とともに構造物方向へ向かって進行し、再度上述の過程が繰り返され、水路内に多重反射系が形成されることになり、入射波、反射波ともに多数の波が重畳されたものとなっている。このような場合、周期が一定であれば、これらの波は入射方向および反射方向へ進む波に重ね合わされた合成波となる。この合成波のうち、入射方向へ進むものをまとめて一つの入射波、反射方向へ進むものをまとめて一つの反射波とする。

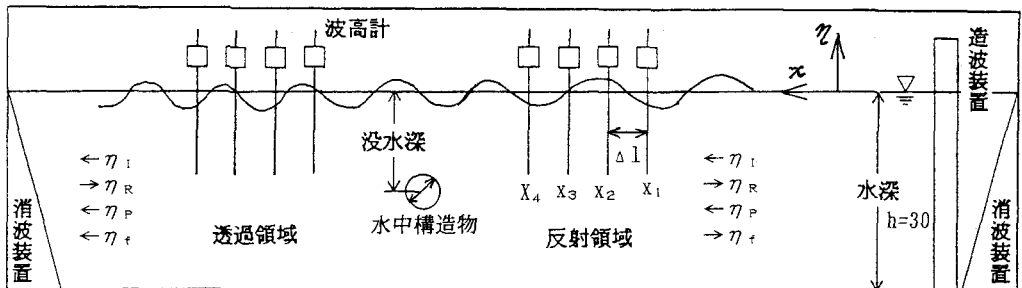


図-1 実験装置

Estimation of Incident and Reflected Wave used The Least Squares Method.

by Yoshinori YONOME, Yukio SATOH and Kenichiro HAMANAKA

この合成入・反射波の波形は、それぞれ次のように表示される。

$$\eta_i = a_i \cos(kx - \omega t + \delta_i), \quad \eta_R = a_R \cos(kx + \omega t + \delta_R) \quad \text{----- (1)}$$

ここで η_i, η_R : 入・反射波による水面変動量 a_i, a_R : 入・反射波の振幅
 δ_i, δ_R : 入・反射波の位相角 k : 波数 $k = 2\pi/L$ (L は波長)
 ω : 角周波数 $\omega = 2\pi/T$ (T は周期)

なお、座標軸 x は造波板から構造物へ向かう方向を正にとっている。

今、図-1のように波高計を設置し各点で波形を同時に測定した場合、距離 Δl だけ離れた2点、 $x = x_1$ および $x = x_2 = x_1 + \Delta l$ での波形 η_i は一般に次のように表示出来る。

$$\eta_i = (\eta_i + \eta_R) \quad x = x_1 = A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t, \quad \eta_2 = (\eta_i + \eta_R) \quad x = x_2 = A_2 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t \quad \text{---- (2)}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで } A_1 &= a_i \cos \phi_i + a_R \cos \phi_R, & B_1 &= a_i \sin \phi_i - a_R \sin \phi_R \\ A_2 &= a_i \cos(k\Delta l + \phi_i) + a_R \cos(k\Delta l + \phi_R) \\ B_2 &= a_i \sin(k\Delta l + \phi_i) - a_R \sin(k\Delta l + \phi_R) \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (3)}$$

$$\phi_i = kx_1 + \delta_i, \quad \phi_R = kx_1 + \delta_R \quad \text{----- (4)}$$

(3)、(4)式から a_R, ϕ_R を消去すると

$$A_2 = (A_1 \cos k\Delta l + B_1 \sin k\Delta l) - 2a_i \sin k\Delta l \sin \phi_i$$

$$B_2 = (-A_1 \sin k\Delta l + B_1 \cos k\Delta l) + 2a_i \sin k\Delta l \cos \phi_i$$

となるので、これから ϕ_i を消去すれば a_i が求められ、 a_R についても同様の演算を行えば求める事が出来る。

$$\left. \begin{aligned} a_i &= ((A_2 - A_1 \cos k\Delta l - B_1 \sin k\Delta l)^2 + (B_2 + A_1 \sin k\Delta l - B_1 \cos k\Delta l)^2)^{1/2} / 2 \sin k\Delta l \\ a_R &= ((A_2 - A_1 \cos k\Delta l + B_1 \sin k\Delta l)^2 + (B_2 - A_1 \sin k\Delta l - B_1 \cos k\Delta l)^2)^{1/2} / 2 \sin k\Delta l \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (5)}$$

実際の波形記録を Y_{ij} (波高計位置で i , 時間方向で j) とすると、合田らの方法では波形 $\eta(t)$ を式(6)のようにフーリエ展開したときのフーリエ係数 $A_0 \sim A_{N/2}, B_1 \sim B_{N/2-1}$ を式(7)を用いて算出し、式(5)に代入して a_i, a_R を求める。このとき、係数 A, B の添え字 m は基本周波数 $1/T_0$ に対する m 倍周波数成分の係数を示す。

$$\eta(t) = A_0 + A_1 \cos \omega t + \dots + A_{N/2} \cos(\omega t \cdot N/2) + B_1 \sin \omega t + \dots + B_{N/2-1} \sin(\omega t \cdot (N-2)/2) \quad \text{----- (6)}$$

$$A_m = \frac{2}{N} \sum_{s=1}^N Y \left(\frac{s}{N} T \right) \cos \left(\frac{2\pi sm}{N} \right), \quad B_m = \frac{2}{N} \sum_{s=1}^{N-1} \eta \left(\frac{s}{N} T \right) \sin \left(\frac{2\pi sm}{N} \right) \quad \text{----- (7)}$$

最小2乗法を利用する方法では、基本周波数成分だけを考慮して入・反射波分離を行う場合には、式(2)と実測波形記録を Y_{ij} との差の2乗和を σ_i^2 としたとき、各波高計について σ_i^2 が極小となるように係数 A_i, B_i を求め、式(5)に代入することで a_i, a_R を求めることができる。

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^N (Y_{ij} - \eta_{ij})^2, \quad \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial A_i} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial B_i} = 0 \quad \text{から } A_i, B_i \quad \text{----- (8)}$$

次に、倍周波数成分の拘束波 η_F と自由波 η_f を考慮した場合の入・反射波推定法について述べる。

$$\text{構造物沖側の波を(9)式のように考える。} \quad \eta = \eta_i + \eta_R + \eta_F + \eta_f \quad \text{----- (9)}$$

ここで η_i : 入射波 (基本周波数成分), η_R : 反射波 (基本周波数成分)
 η_F : 拘束波 (倍周波数成分), η_f : 自由波 (倍周波数成分)

である。また、波数 $k = 2\pi/L$, 角周波数 $\omega = 2\pi/T$ として分散関係を微小振幅波理論 $\omega = gk \tanh kh$ (h は水深、 g は重力加速度) を用いると、それぞれの角周波数 ω と波数 k は次のようになる。

$$\omega_i = \omega_R = \omega, \quad \omega_F = \omega_f = 2\omega, \quad k_i = k_R = k, \quad k_F = 2k, \quad \omega_f^2 = gh \cdot \tanh(k_f h)$$

(9)式を(1)式のように表現すると、(10)式となる。ただし、 $\delta_i, \delta_R, \delta_F, \delta_f$ は各成分波の位相角である。

$\eta = a_1 \cos(kx - \omega t + \delta_1) + a_R \cos(kx + \omega t + \delta_R) + a_P \cos(k_P x - \omega_P t + \delta_P) + a_T \cos(k_T x + \omega_T t + \delta_T) \dots (10)$
 ここで、 $\phi_1 = kx_1 + \delta_1$, $\phi_R = kx_1 + \delta_R$, $\phi_P = k_P x_1 + \delta_P$, $\phi_T = k_T x_1 + \delta_T$, $x = x_1 + \Delta l$ とする。

$$\left. \begin{aligned} A &= a_1 \cos(\phi_1 + k\Delta l) + a_R \cos(\phi_R + k\Delta l) & B &= a_1 \sin(\phi_R + k\Delta l) - a_R \sin(\phi_R + k\Delta l) \\ C &= a_P \cos(\phi_P + k\Delta l) + a_T \cos(\phi_T + k\Delta l) & D &= a_P \sin(\phi_P + k\Delta l) - a_T \sin(\phi_P + k\Delta l) \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

また、A, B, C, D を (10) 式のように定義し、波高計に関しては i, 時間に関しては j の添え字を付すと、各波高計における表面波形は、(12) 式のように表すことが出来る。

$$\eta_{ij} = A_i \cos \omega t_j + B_i \sin \omega t_j + C_i \cos \omega_P t_j + D_i \sin \omega_P t_j \dots (12)$$

実際の波形データを Y_{ij} とすると、 Y_{ij} と η_{ij} の誤差の 2 乗和を σ_i^2 とすると

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^N (Y_{ij} - \eta_{ij})^2 = \sum_{j=1}^N \{Y_{ij} - (A_i \cos \omega t_j + B_i \sin \omega t_j + C_i \cos \omega_P t_j + D_i \sin \omega_P t_j)\}^2 \dots (13)$$

ここで、 $\omega_P = \omega_T = \omega'$ とし、また $G_1 \sim G_{14}$ を次のようにおくと

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= \sum_{j=1}^M \cos^2 \omega t_j, & G_2 &= \sum_{j=1}^M \cos \omega t_j \sin \omega t_j, & G_3 &= \sum_{j=1}^M \cos \omega t_j \cos \omega' t_j, & G_4 &= \sum_{j=1}^M \cos \omega t_j \sin \omega' t_j \\ G_5 &= \sum_{j=1}^M \sin^2 \omega t_j, & G_6 &= \sum_{j=1}^M \sin \omega t_j \cos \omega' t_j, & G_7 &= \sum_{j=1}^M \sin \omega t_j \sin \omega' t_j, & G_8 &= \sum_{j=1}^M \cos^2 \omega' t_j \\ G_9 &= \sum_{j=1}^M \cos \omega' t_j \sin \omega' t_j, & G_{10} &= \sum_{j=1}^M \sin^2 \omega' t_j, & G_{11} &= \sum_{j=1}^M Y_{ij} \cos \omega t_j, & G_{12} &= \sum_{j=1}^M Y_{ij} \sin \omega t_j \\ G_{13} &= \sum_{j=1}^M Y_{ij} \cos \omega' t_j, & G_{14} &= \sum_{j=1}^M Y_{ij} \sin \omega' t_j \end{aligned} \right\} \dots (14)$$

σ_i^2 を A_i, B_i, C_i, D_i で偏微分すると、(15) 式の連立方程式になる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial A_i} &= 2A_i G_1 + 2B_i G_2 + 2C_i G_3 + 2D_i G_4 - 2G_{11} = 0, & \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial B_i} &= 2A_i G_2 + 2B_i G_5 + 2C_i G_6 + 2D_i G_7 - 2G_{12} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial C_i} &= 2A_i G_3 + 2B_i G_6 + 2C_i G_8 + 2D_i G_9 - 2G_{13} = 0, & \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial D_i} &= 2A_i G_4 + 2B_i G_7 + 2C_i G_9 + 2D_i G_{10} - 2G_{14} = 0 \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

(15) 式を解くと、 A_i, B_i, C_i, D_i がそれぞれ波高計の本数にしたがった個数求まる。

$A_i = a_1 \cos(\phi_1 + k\Delta l) + a_R \cos(\phi_R + k\Delta l)$ であるから

$$A_i = a_1 \cos \phi_1 \cos k\Delta l_i - a_1 \sin \phi_1 \sin k\Delta l_i + a_R \cos \phi_R \cos k\Delta l_i - a_R \sin \phi_R \sin k\Delta l_i \dots (16)$$

(15) 式は未知数が a_1, a_R, ϕ_1, ϕ_R の 4 個あるため、波高計の本数を 4 本にすると

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= a_1 \cos \phi_1 \cos k l_1 - a_1 \sin \phi_1 \sin k l_1 + a_R \cos \phi_R \cos k l_1 - a_R \sin \phi_R \sin k l_1 \\ A_2 &= a_1 \cos \phi_1 \cos k l_2 - a_1 \sin \phi_1 \sin k l_2 + a_R \cos \phi_R \cos k l_2 - a_R \sin \phi_R \sin k l_2 \\ A_3 &= a_1 \cos \phi_1 \cos k l_3 - a_1 \sin \phi_1 \sin k l_3 + a_R \cos \phi_R \cos k l_3 - a_R \sin \phi_R \sin k l_3 \\ A_4 &= a_1 \cos \phi_1 \cos k l_4 - a_1 \sin \phi_1 \sin k l_4 + a_R \cos \phi_R \cos k l_4 - a_R \sin \phi_R \sin k l_4 \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

上記の連立一次方程式を解いて、 $a_1 \cos \phi_1, a_1 \sin \phi_1, a_R \cos \phi_R, a_R \sin \phi_R$ を求めると

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= (a_1^2 \cos^2 \phi_1 + a_1^2 \sin^2 \phi_1)^{1/2}, & a_R &= (a_R^2 \cos^2 \phi_R + a_R^2 \sin^2 \phi_R)^{1/2} \\ \phi_1 &= \tan^{-1} (a_1 \sin \phi_1 / a_1 \cos \phi_1), & \phi_R &= \tan^{-1} (a_R \sin \phi_R / a_R \cos \phi_R) \end{aligned} \right\} \dots (18)$$

また、波高計が 2 本の場合には A_1, A_2, B_1, B_2 を連立させて解くことになる。

一方、 a_P, a_T, ϕ_P, ϕ_T を求めるためには、 C_i, D_i について同様の演算を施せばよい。

さらに、透過領域については自由波の進行方向を岸向きにとり、反射領域の場合と同様の演算を行うことにより各成分波の分離を行うことができる。ただし、この時の入射波は透過波に、反射波は水路末端からの反射波になる。

III. 実験による検証と考察

実験には図-1 のような、長さ 20 m, 幅 25 cm, 片面ガラス張り鋼鉄製の水槽を使用し、造波機は反射波吸収式

である。水深 h は 30cm と 35cm とし、水中構造物としては直径 4 cm の塩ビパイプを図- 1 のように波向きに直角に設置した。サンプリングタイム $\Delta t = 0.01 \text{ sec.}$ 、測定個数 1000 個で 8 本の波高計で同時測定した。

測定記録から前記の方法と合田の方法を用いて各成分波に分離したが、反射率は合田らの方法を用いた場合よりも全体的に小さくなった。透過率は CASE によっては 1.0 を越える場合もあり、透過領域に対してはさらに検討を加える必要がある。図- 2 は自由波の振幅 a_r と入射波の振幅 a_i 比を図示したものであるが、明確な傾向を見いだすには至らなかった。図- 3 は測定記録と、分離して得られた成分波を再合成した波形とを比較したものである。図中の $\circ$ 印は測定記録、実線は筆者らの方法、波線は合田らの方法で基本周波数成分のみの場合、鎖線は倍周波数まで分離した場合である。 η については造波波高 H_0 で割った値で示している。図- 3 から、合田らの方法は波高に関して少し大きめに評価している傾向がある。今後は、分散関係に非線形理論を導入した場合について取り扱って行きたい。

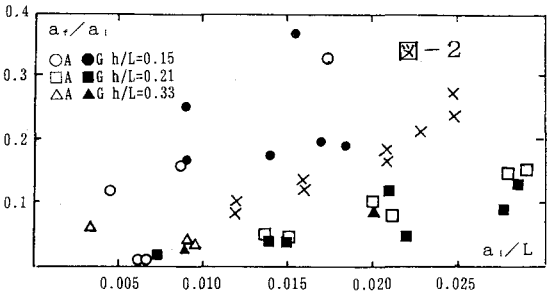
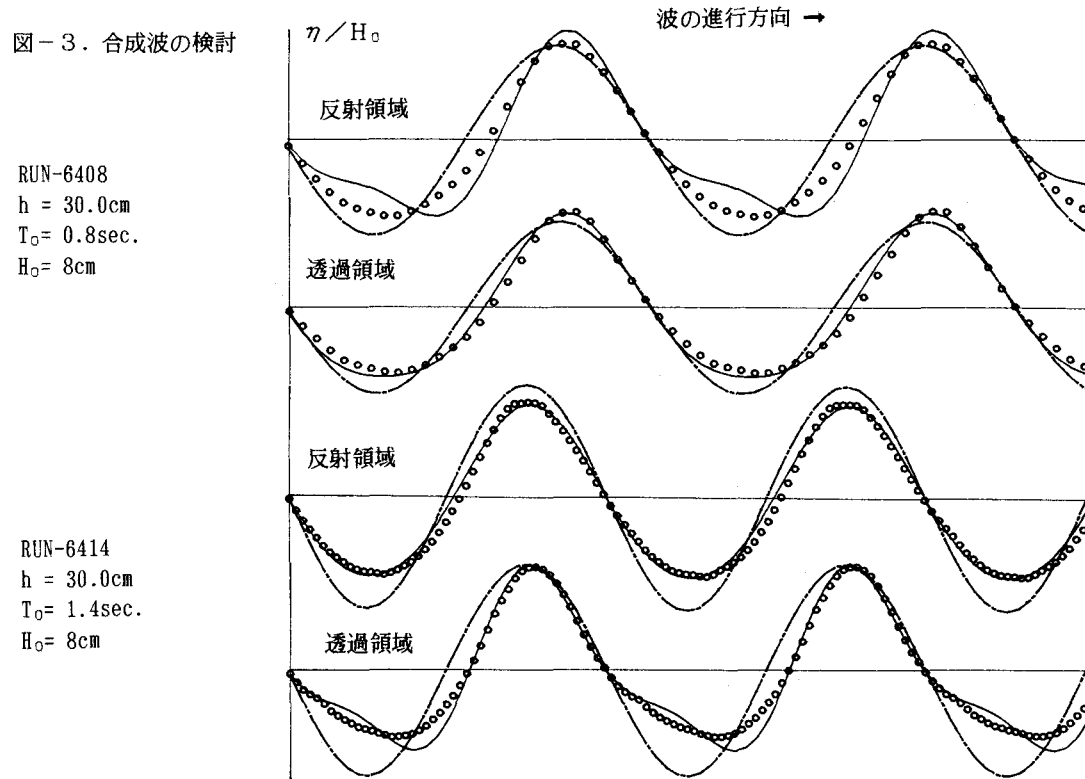


図- 3. 合成波の検討



参考文献

合田・鈴木・岸良・菊池：不規則波における入・反射波の分離推定法＝港湾技研資料N0.248 1976年
 浜中・早野・佐伯：最小2乗法を用いた微小反射波の反射率の推定について＝土木学会第43回年次学術講演会概要集（Ⅱ）、1988年、PP596～597