

II-50

河岸侵食と安定河道横断形状に関する研究

北海道大学工学部 杉田 泰俊

北海道大学工学部 正 員 黒木 幹男

北海道大学工学部 正 員 板倉 忠興

1. はじめに

自然状態河川では流水の作用により、河岸の侵食・横断断面の変化という流路の変動が繰り返されてきている。一方、我が国の河川では堤防・護岸建設による流路変動を極力抑える努力が続けられていた。しかし、近年国内外において自然に近い河川改修が望まれており、河岸侵食・それに伴う安定河道形状の理論式の必要性が増大している。池田らはParkerの理論をもとに砂床・礫床河川の安定横断形状をそれぞれ別個に求めている。Fig.1,2は彼らによって計算された中央水深・川幅を表したものである。これによると同粒径の砂床・礫床河川の中央水深・川幅は河床勾配が 10^{-4} から 10^{-2} までの間で交差しない。しかし、自然河川では河床構成材料の粒径は流されるにつれ、摩耗のために減少しており両者を厳密に区別できるものではない。つまり、両者をつなぐ中間となるような河床が存在するはずである。

また池田らは礫床河川では混合粒径で考えているが、砂床河川では単一粒径で計算している。砂の粒径は小さく測定しにくいものではあるが0.01mmと1mmの混合砂などではその影響は無視できないものがあると思われる。

そこで本論文では中間の河床として2粒径モデルの砂床河川を考え、その安定形状を考察するものである。

2. 支配方程式の誘導

2粒径のモデルとして以下のような状況を考える。浮遊も掃流もする粒径 d_1 、掃流しかない粒径 d_2 の砂がそれぞれ p_1 、 p_2 の割合で存在する。

流砂連続式に2粒径モデルを適用して

$$\frac{r}{3} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(p_1 \frac{\partial D^3}{\partial \eta} \right) = Z - p_1 D^2 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(p_2 \frac{\partial D^3}{\partial \eta} \right) = 0 \quad (2)$$

$$p_1 + p_2 = 1 \quad (3)$$

全流砂連続式より

$$\frac{\partial Z}{\partial \eta} - k_1 Z = (k_{21} p_1 + k_{22} p_2) D^2 \frac{\partial D}{\partial \eta} \quad (4)$$

砂床は実線、礫床は小丸
Fig.1 hc versus S by Ikeda

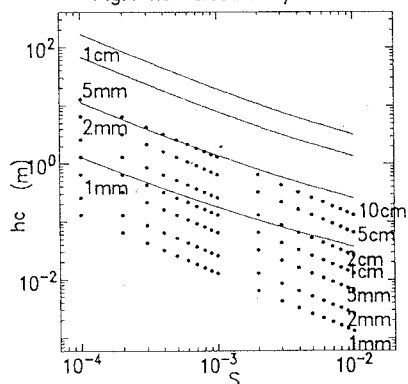
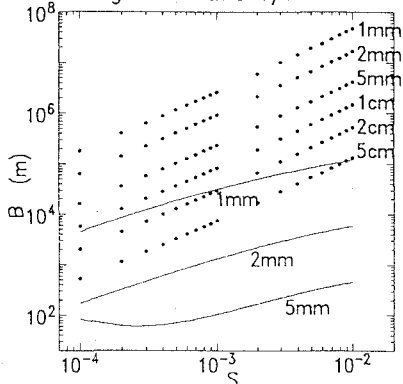


Fig.2 B versus S by Ikeda



Study on Bank Erosion and Stable Channel Cross-section

by Yasutoshi Sugita, Mikio Kuroki and Tadaoki Itakura

ただし、 $k_{21}=\beta_1 k_1^4$ 、 $k_{22}=\beta_2 k_1^4$ 、 $r=\beta_3 k_1^2$ 、 $\eta=y/B_s$ 、 $D=h/h_c$ 、

$Z=\xi/\xi_c$ 、 B_s は側岸部川岸の半幅、 ξ は水深方向に積分した浮遊砂濃度、 h は局部水深、添字の C は河道中央部の値とする。

D 、 Z に関する境界条件式は次式のように与えられる。

$$\text{水際} \quad \eta=0; \quad D=Z=0 \quad (5)$$

$$\text{側岸部底面} \quad \eta=1; \quad D=Z=1, \quad \partial D/\partial \eta=\partial Z/\partial \eta=0 \quad (6)$$

p_1 、 p_2 を一定と仮定して、その影響を調べる。(2)式は問題があるので使わずに(1)(3)式から解いていく。問題点については後述する。

(3)式の両辺を $\partial D/\partial \eta$ で割ると次式が得られる。

$$\frac{\partial Z}{\partial D} - k_1 Z = (k_{21} p_1 + k_{22} p_2) D^2$$

これの一般解は次の通り。($K=k_{21} p_1 + k_{22} p_2$ と置く)

$$Z = C_0 \exp(k_1 D) - \frac{K}{k_1} \left(D^2 + \frac{2}{k_1} D + \frac{2}{k_1^2} \right), \quad C_0 \text{は積分定数} \quad (7)$$

この Z を(1)式に代入した後に η で積分すると

$$\begin{aligned} \frac{r}{18} \left(\frac{\partial D^3}{\partial \eta} \right)^2 &= \frac{C_0}{k_1 p_1} \exp(k_1 D) \left(D^2 - \frac{2D}{k_1} + \frac{2}{k_1^2} \right) \\ &\quad - \frac{K}{k_1 p_1} \left(\frac{D^5}{5} + \frac{D^4}{2k_1} + \frac{2D^3}{3k_1^2} \right) - \frac{D^5}{5} + C_1, \quad C_1 \text{は積分定数} \end{aligned} \quad (8)$$

(8)式の右辺を $F(D)/18$ とおいて再度 η で積分する。直接計算できないので数値積分で行う。

$$\int_0^1 \frac{3D^2}{\sqrt{F(D)}} dD = \frac{\eta}{\sqrt{r}}$$

以上のプロセスを踏むことにより $\eta-D$ の関係が求められ、安定断面が求められる。

3. 定数の決定

1) C_0 、 C_1

(7)式に(5)、(8)式に(6)を用いると、次式を得る。

$$C_0 = \frac{2K}{k_1^3}, \quad C_1 = \frac{2}{k_1 p_1} \left\{ \frac{1}{5} + K \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2k_1} + \frac{1}{3k_1^2} \right) - C_0 \exp(k_1) \left(1 - \frac{2}{k_1} + \frac{2}{k_1^2} \right) \right\}$$

2) k_1

ところで、 k_1 、 k_{21} 、 k_{22} および r は、次式のように与えられる。

$$k_1 = 12.8 W R_c^{-1/2} S^{-1/2}$$

$$k_{21} = 1.53 \times 10^5 W^3 \cdot R_c^{-2} / S$$

$$k_{22} = k_{21} \sqrt{\frac{d_1}{d_2}}$$

$$r = 1850 W R_c^{-1} \left(\frac{D_c}{B_s} \right)^2$$

ただし、 $W=w/\sqrt{sgd_1}$ 、 $R_c=h_c/d_1$ 、 S :河床縦断勾配、 w :沈降速度、 g :重力加速度

$s = \rho_s / \rho - 1 (=1.65)$ 、 ρ_s : 砂粒子の密度

(8) 式に (6) を用いると、 k_1 に関する関係式を得る。

$$(\beta_1 p_{10} + \beta_2 p_{20}) \left[\frac{2}{k_1^2} \exp(k_1) - \left(1 + \frac{2}{k_1} + \frac{2}{k_1^2} \right) \right] = 1$$

ただし、 $k_{21} = \beta_1 k_1$ 、 $k_{22} = \beta_2 k_1$ と略記した。

上式は k_1 の方程式であり、これによって k_1 はでてくる。

4. 具体例

池田らの解と比較するために、以下の条件で計算する。

$$S = 0.0005, \quad d_1 = 0.2 \text{ mm}, \quad d_2 = 10 \text{ mm}$$

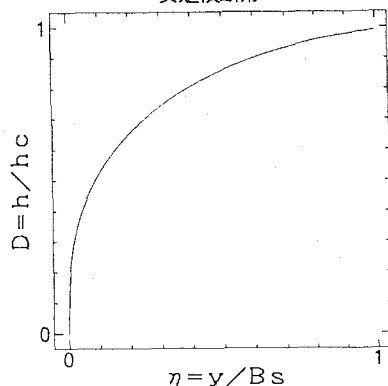
以後は断らぬ限りこの値で計算する。

Rubey の式を用いると d_1 にたいして $W = 0.445$

これらの値に加えて p_1 を 0.1 から 1 まで動かしてその影響を見たのが Fig. 3.4 である。 $p_1 = 1$ の時、即ち $d = 0.2 \text{ mm}$ の一様粒径の時が池田らの解である。

Z は微少に変化したものの横断断面に変化は見られなかった。Fig. 5.6 は無次元でない値 h_c 、 B_s / h_c について調べた。 $p_1 = 1$ の時の h_c 値が Fig. 1 と異なるのは境界条件をより良いほうへ変えたためである。

安定横断面形



Z 変化

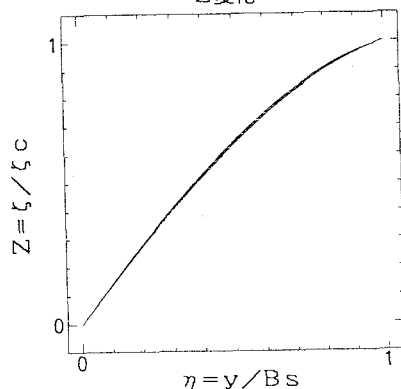


Fig. 5 h_c versus S

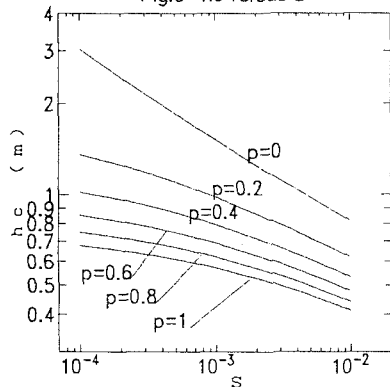
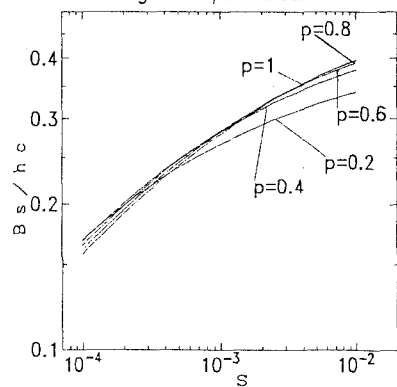


Fig. 6 B_s/h_c versus S



5. 考察

まず、前述した事について述べる。

(2) 式を使わなかったのは掃流のみで浮遊しない砂を考える場合に不適当な近似が行われているからである。(2) 式の近似する前の式横断方向掃流砂量式は次のように表される。

$$q_{BL} = A (\tau_{*G} - \tau_{*cr})^{1.5} \sqrt{\frac{\tau_{*cr}}{\tau_{*G}}} \frac{\partial D}{\partial \eta} \quad (9)$$

ここで q_{BL} は横断方向流砂量、 $\tau_* = [\tau_o / \rho R_s g d]$ は全Shieldせん断応力、 $\tau_{*cr} = 0.047$ は限界Shieldせん断応力、 τ_{*G} は摩擦抵抗に対応するShieldせん断応力である。

今回も d_1 で考えると、 $\tau_{*G} \gg \tau_{*cr}$ なので $q_{BL} = A' D^2 \frac{\partial D}{\partial \eta}$ と近似できる。

しかし、 d_2 ではむしろ $\tau_{*G} \approx \tau_{*cr}$ であるのでこういう近似はできない。(9) 式はこのままで使うべきであろう。今後の課題である。

次いで今回の計算の効果について考える。池田らの計算を基に浮遊しない砂を考えてみた。無次元の安定断面では、ほとんど効果が見られなかったが、中央水深や側岸部幅にはかなりの効果をあげた。特に、その比が1を下回り、かなり切り立った河岸になることが予想される。今後は p を η の関数であげられるよう考えていきたい。

<参考文献>

- 1) 池田俊介、G. Parker、千代田将明、木村善孝：直線礫床河川の動的安定横断形状とそのスケール 土木学会論文集No375/II-6PP117-126. 1986
- 2) 泉典洋、池田俊介：直線砂床河川の安定横断河床形状 土木学会論文集No429II-15PP57-66. 1991