

II-49

水際の土砂流動を加味した側岸浸食モデル

北海道大学 正員 長谷川和義
北海道大学大学院 学生員 亀田祐二
北海道開発局 正員 渡邊康玄
北海道開発局 正員 金高州吾

1. はじめに

従来の側岸浸食モデルは、1)河床せん断力と流路横断面形状を基にした流砂量式と流砂の連続式を連立して河床および斜面の浸食・堆積を算出するものであり、2)水際近傍斜面が水中安息角を越えた場合に側岸天端の崩壊が生ずるものとして流路拡幅過程を表現している。このモデルにより再現された流路横断面形状は、指数関数的な曲線になることが多く、また、流路拡幅量は実測値よりも小さくなる傾向がある。このモデルは、比較的掃流力の大きい室内実験や、横断勾配が非常に緩い河川などに適用できよう。しかし、自然状態にある様々な実河川を対象として河床横断面形状の変化を精度良く推定するためには、同一の流路横断面内部をパーツに分け、各々の流砂現象に寄与する外力の違いを考慮して適当する流砂量式を用いる必要がある。そこで、流路横断面を大別すると以下ようになる。1)ほとんど流下方向掃流力の影響しか受けない平坦な河床部分、2)掃流力と重力の合成力を受ける斜面部分、3)掃流力の影響がほとんど無く、重力効果が大きい水際近傍の急斜面部分、である。

これまでに著者ら^{1), 2)}は、重力効果を省略せずに砂粒の運動を解くParker³⁾の方法にならい、二次元面の重力効果を考慮した浸食砂量式を導いて、実スケールに近い実験に現れた直線状の動的平衡斜面の形成過程を解析してきた。しかし、拡幅量が実際のものより小さくなる欠陥は解決できなかった。この問題は、水際近傍の流砂現象が十分に解明されていないことが原因している。水際近傍では、砂粒一つ一つが移動する各個運搬よりも、重力と摩擦力の釣合が壊れて生ずる集合流動(土砂流⁴⁾)の方がより支配的である可能性が高い。

本論文は、同一横断面内に流動形態の異なる掃流砂量式と横断方向に拡張した土砂流式を適用して、より実現象に近づいた側岸浸食モデルを開発しようとするものである。

2. 基礎式

2-1. 掃流砂量式：詳細は参考文献2を参照されたい。砂粒の横断方向移動角：

$$\tan \gamma = \frac{\tan \theta}{\mu_k} \left(\frac{1}{\cos \gamma} - \frac{u_g}{u_d} \right) \quad \dots\dots (1)$$

砂粒の移動速度：

$$\frac{u_g}{u_d} = \cos \gamma - \sqrt{\frac{\tau_{xc} \mu_k}{\tau_x \mu_s} \cos \gamma \cos \theta \left\{ 1 + \left(\frac{\tan \theta}{\mu_k \cos \gamma} - \tan \theta \right)^2 \right\}^{0.5} - 1 + \cos \gamma^2} \quad \dots\dots (2)$$

横断方向流砂量：

$$q_{byi} = \frac{\psi_d}{\mu_k} \sqrt{\frac{1 - (\tan \theta / \mu_s)^2}{1 - (\tan \theta / \mu_k)^2}} \sqrt{\frac{\tau_x}{\tau_{xc}}} (\tau_{xc})^{1.5} * \left(\frac{\tau_x}{\tau_{xc}} \frac{1}{\sqrt{1 - (\tan \theta / \mu_s)^2} \cos \theta} - 1 \right) \frac{u_g}{u_d} \sin \gamma \quad \dots\dots (3)$$

2-2. 土砂流、土石

流濃度：図-1のよう
に、縦断方向に
I、横断方向にθ
の勾配をもつ流路
の斜面上に単位面

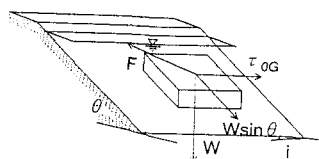


図-1 座標系

積当りの流砂濃度 C_d 、厚さ h_d の流動層を考える。この流動砂礫塊には、流下方向及び横断方向にそれぞれ T_x 、 T_y なる力が働き、それら二つの合力が摩擦力 F と釣り合っている。ただし、流れは等流を仮

Bank erosion model considering sediment flow near the the water margin.

By K. HASEGAWA , Y. KAMEDA , Y. WATANABE and S. KANETAKA

定しており流下方向には変化はないものとしている。

$$T_x = \tau_{og} \quad \dots\dots(4)$$

$$T_p = (\sigma - \rho) C_d h_d g \sin \theta \quad \dots\dots(5)$$

$$F = \mu_k (\sigma - \rho) C_d h_d g \cos \theta \quad \dots\dots(6)$$

ここに、 τ_{og} ：粒子せん断力、 σ 、 ρ ：それぞれ砂粒および水の密度、 g ：重力加速度、である。

力の釣合は、以下にて表現される。

$$T_x^2 + T_p^2 = F^2 \quad \dots\dots(7)$$

式(7)に式(4)、(5)、(6)を代入して、

$$\tau_{og}^2 + \{(\sigma - \rho) C_d h_d g \sin \theta\}^2 = \{\mu_k (\sigma - \rho) C_d h_d g \cos \theta\}^2 \quad \dots\dots(8)$$

となる。ここで、 $\tau_{og} = \tau_o - \tau_{cs}$ 、 $\tau_o = \rho g h I$ 、 I ：河床勾配、 τ_{cs} ：斜面上の限界掃流力、 μ_k ：砂粒の動摩擦係数である。式(8)を整理して、

$$C_d = \frac{hI}{(\sigma/\rho - 1) h_d \sqrt{\mu_k^2 - \tan^2 \theta}} \quad \dots\dots(9)$$

を得る。高橋⁴⁾によれば土石流が発生する条件は $h = h_d$ 、 $\tau_{cs} = 0$ 、であり、式(9)より土石流濃度 ($C_{d\infty}$) が、

$$C_{d\infty} = \frac{I}{(\sigma/\rho - 1) \sqrt{\mu_k^2 - \tan^2 \theta}} \quad \dots\dots(10)$$

のように求められる。

次に、土砂流発生限界傾斜角は側岸浸食に対する力関係を見直すことから始める。すなわち、流動砂礫塊を図-2のように

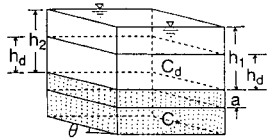


図-2 流動砂礫塊

分けて考え、流下方向及び横断方向に働く力をそれぞれ T'_x 、 T'_p とすると、それぞれ以下のように表される。

$$T'_x = \tau_{og} \quad \dots\dots(11)$$

$$T'_p = (\sigma - \rho) (C_1 a + C_d h_d) g \sin \theta \quad \dots\dots(12)$$

これらの力の合力を T_* とすると、

$$T_*^2 = T_x'^2 + T_p'^2 \quad \dots\dots(13)$$

となる。

また、抵抗力を T_1 とすると以下のように表される。

$$T_1 = (\sigma/\rho - 1) (C_* a + C_d h_d) g \cos \theta \tan \alpha \quad \dots\dots(14)$$

ここで、 C_* ：静止砂礫層の粒子容積濃度、 a ： T_* と T_1 の交点と静止砂礫層表面から測った深さ、 $\tan \alpha$ ：動摩擦係数である。

$T_* \geq T_1$ のとき移動を開始するから、移動条件は、

$$\begin{aligned} & \tau_{og}^2 + \{(\sigma/\rho - 1) (C_* a + C_d h_d) g \sin \theta\}^2 \\ & \geq \{(\sigma/\rho - 1) (C_* a + C_d h_d) g \cos \theta \tan \alpha\}^2 \end{aligned} \quad \dots\dots(15)$$

ただし、 $\tan \alpha = \tan \phi$ (ϕ ：内部摩擦角) とした方が良く合うことが知られている。これを整理すると、

$$\tan \theta \geq \frac{\sqrt{(\sigma/\rho - 1)^2 (C_* + C_d h_d/a)^2 \tan^2 \phi - (h/a)^2 I^2}}{(\sigma/\rho - 1) (C_* + C_d h_d/a)} \quad \dots\dots(16)$$

となる。

流路側岸斜面の土砂流発生限界角度 (θ_n) は、上式における $C_d h_d$ を単位面積当たりの掃流砂体積 N_v に置き換えることによって得られる。

$$\tan \theta_n = \frac{\sqrt{(\sigma/\rho - 1)^2 (C_* + N_v/a)^2 \tan^2 \phi - (h/a)^2 I^2}}{(\sigma/\rho - 1) (C_* + N_v/a)} \quad \dots\dots(17)$$

N_v に対し、掃流砂式を当てはめれば限界角が定まることになるが、水際近傍を考える限り、これをゼロとみなし得る。 a については1粒径程度とする。

土石流発生限界角度 (θ_c) は、 $N_v = 0$ の他、 $\kappa = a/h$ の値が小さいという条件から求められ、

$$\tan \theta_c = \sqrt{\tan^2 \phi - \frac{I^2}{\kappa^2 (\sigma/\rho - 1)^2 C_*^2}} \quad \dots\dots(18)$$

となる。高橋⁴⁾は、 $\kappa = 0.7$ を与えている。

土砂流濃度 C_{dc} は、土石流の限界角度における土砂流濃度に等しいものと考えられるので、式(18)を式(10)に代入することにより以下ようになる。

$$\begin{aligned} C_{dc} &= \frac{C_*}{\sqrt{(\sigma/\rho - 1)^2 (\mu_k^2 - \tan^2 \phi) C_*^2 / I^2 + 1 / \kappa^2}} \\ &= \kappa C_* \end{aligned} \quad \dots\dots(19)$$

また、式(9)から、

$$\frac{h_d}{h} = \frac{C_{d\infty}}{C_{dc}} \quad \dots\dots(20)$$

となる。

2-3. 流速分布：粒子流動層内の運動は、斜面崩壊や地滑りのようなブロック状の運動形態とも、掃流や浮遊のような流体力による輸送作用が主体となるニュートン流体的な流動形態とも異なるものと考えられる。高橋⁴⁾にならい、水と土砂礫が一体となったダイラタント流体モデルが適用できるものとする。

横断方向には水の移動はないので力の釣合より次式を得る。

$$a_i \sigma (\lambda d)^2 \left\{ \frac{d(v_o \sin \gamma)}{dy} \right\}^2 \sin \alpha = (\sigma - \rho) C_{dc} (h_d - y) g \sin \theta \dots\dots (21)$$

ここで、 $a_i \sin \alpha$ は従来の土石粒に関する実験によればほぼ0.02の一定値をとる。また、 λ は線濃度であり、 $\lambda = ((C^*/C_{dc})^{1/3} - 1)^{-1}$ である。

式(17)を積分すると、

$$v_o = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{(\sigma - \rho) C_{dc} g \sin \theta}{a_i \sigma (\lambda d)^2 \sin \alpha}} \{ h_d^{1.5} - (h_d - y)^{1.5} \} \dots\dots (22)$$

これを、 $0 < y < h_d$ の範囲で平均化すると、

$$\overline{v_o} = \frac{2}{5} h_d^{1.5} \sqrt{\frac{(\sigma - \rho) C_{dc} g \sin \theta}{a_i \sigma (\lambda d)^2 \sin \alpha}} \dots\dots (23)$$

となる。

2-4. 横断方向土砂流量：土砂流量は、以下のように表される。

$$q = \overline{v_o} h_d C_{dc} \dots\dots (24)$$

式(24)に式(23)を代入すると、

$$q = \frac{2}{5} \sqrt{\frac{(\sigma - \rho) g \sin \theta}{a_i \sigma (\lambda d)^2 g \sin \alpha}} h_d^{2.5} C_{dc}^{1.5} \dots\dots (25)$$

となる。

式(19)、(20)を用いて、式(25)を整理すると無次元土砂流量 q_* は以下のようになる。

$$q_* = q / \sqrt{sgd^3} \dots\dots (26)$$

$$q_* = \alpha \sqrt{\sin \theta} (\mu_r^2 - \tan^2 \theta)^{-\frac{5}{4}} \tau_*^{\frac{5}{2}} \dots\dots (27)$$

ここで、 $\alpha = 0.785$ である。

式(27)によれば、側岸部における土砂流量は、限界掃流力に関係がなく、斜面角が動摩擦角に近づくほど大きくなることがわかる。ただし、式(17)の限界角以上においてのみ成立する。

2-5. 流砂連続式：流れを等流と仮定し流下方向には変化がないものとする、流砂連続式は以下のように表される。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{1 - \lambda} \left(\frac{\partial q_{by}}{\partial y} + \frac{\partial q_{dy}}{\partial y} \right) \dots\dots (28)$$

ここで、 ζ ：河床高、 λ ：河床材料の空隙率、 q_{by} ：横断方向流砂量、 q_{dy} ：横断方向土砂流量である。

3. 数値計算

3-1. 計算の概要：本計算に用いた座標系は図-3に示してあるとおりである。計算方法は、保存則差分法であるマッコーマック法を用いている。本計算の一部には図-4に示すような斜面傾斜角が安息角以上になれば強制的に斜面を削り、それを堆積させる手法（これを手法1と呼ぶ）を用いている。

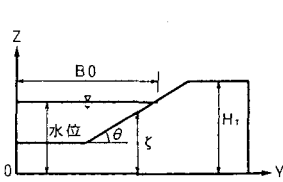


図-3 座標系

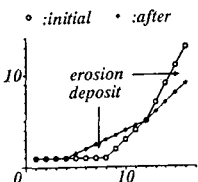


図-4 手法1の例

3-2. 計算条件：本論文で行った計算は、著者らが1992年に行った側岸浸食実験⁵⁾を対象としている。実験では、河床材料は混合粒径からなるが、本計算は河床材料をその50%粒径からなる一様粒径砂としている。水理量は、流量を1.0m³/sとし河床勾配は流路横断面形状の変化が顕著に現れるように1/500とした。計算に用いた流砂量およびその適用箇所、また静止および動摩擦係数の値を表-1に示す。ただし、表中の右端の○×は、手法1を用いたか否かを示す

	流砂量式および適用箇所	μ_s, μ_k	
run1	式(3)	注-1	○
run2	【河床、斜面、水際近傍】	注-2	○
run3	式(3) 【河床、斜面部分】	注-2	○
run4	式(3)or式(27) 【水際近傍】	注-2	×

注-1 河床、斜面： $\mu_s=1.0$ 、 $\mu_k=0.8$

水際近傍： $\mu_s=1.732$ 、 $\mu_k=1.3856$

注-2 河床、斜面 水際近傍： $\mu_s=1.0$ 、 $\mu_k=0.8$
(水際近傍とは一番水際に近い計算点を表す)

表-1 計算条件

4. 計算結果

図-5、67は、それぞれ表-1に示した計算条件にもとづく計算結果を、互に対比して示したものである。

図-5は、run1とrun2の流路横断面形状の時間変化を示したものである。この図から、流路拡幅量はrun2がrun1に比べ常に約16cm程度大きいことがわかる。また、run1は水際近傍での斜面が極端に切り立っていることがわかる。

図-6は、run3とrun4の流路横断面形状の時間変化を示したものである。この図から、run4はrun3よりも流路拡幅量が大きく、しかも時間経過に伴いその差が広がっているのがわかる。また、土砂流式を用いたrun4の方が、斜面上部から水際にかけてなめらかになっていることがわかる。しかし、手法1を用いた場合には、斜面上部と水際部との間に斜面傾斜角の不連続が生じていることがわかる。

図-7は、run1とrun4の流路横断面形状の時間変化を示したものである。この図から、土砂流モデルは掃流砂単独モデルよりも、斜面から水際部へかけて次第に急傾斜になっていく現象をうまく再現していることがわかる。掃流砂単独モデルでも水際近傍斜面の切り立ちを表現できるが、明らかに斜面上部との間で傾斜角の不連続が生じており、時間経過とともに増大している。

5. おわりに

水際近傍部に土砂流式を適用することで、従来の側岸浸食モデルよりも斜面上部から水際にかけて、より実現に近い流路横断面形状を数値計算によって表現できることがわかった。さらに、手法1や水際部での摩擦係数を変化させたりする人為的操作も必要としない。

今後は、このモデルを用いて実現現象の再現を行い、その妥当性を検証し、さらに混合粒径砂にまで適用するつもりである。

参考文献

- 1) Kovas, A. and G. Parker: Time development of straight self-formed river channels in non-cohesive material. Part. 1, General vectorial model for bedload transport on arbitrarily sloping beds. JFM, (in printing).
- 2) 亀田祐二・長谷川和義・

渡邊康玄・金高州吾：広い粒度分布をもつ河岸に対する側岸浸食砂量式に関する研究、水工学論文集第37巻、pp. 637-642, 1993. 3) 長谷川和義・亀田祐二・渡邊康玄・金高州吾：火山灰流路の側岸浸食時に現れる直線状平衡斜面の形成過程、土木学会北海道支部論文報告集第49号、pp. 421-426, 1993. 4) 高橋保：土石流の停止・堆積機構に関する研究(3) - 土石流扇状地の二次浸食 -、京都大学防災研究所年報, 25号, B-2, pp. 327-348, 1982. 5) 金高州吾・渡邊康玄・長谷川和義・亀田祐二：大型の火山灰流路を用いた側岸浸食実験、水工学論文集第37巻、pp. 631-636, 1993.

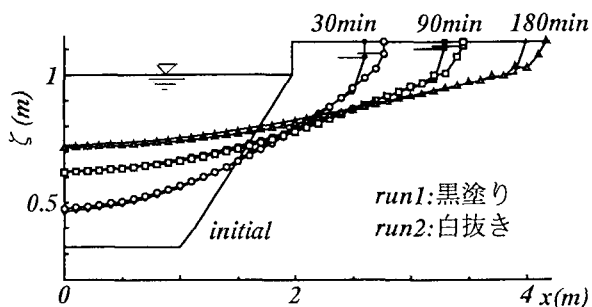


図-5 run1とrun2の流路横断面形状の時間変化

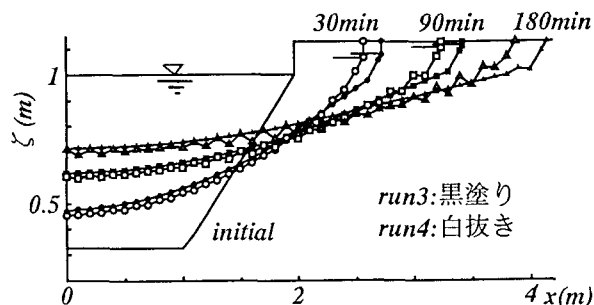


図-6 run3とrun4の流路横断面形状の時間変化

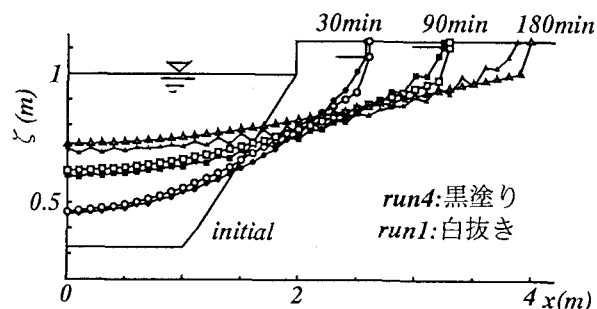


図-7 run1とrun4の流路横断面形状の時間変化