

## II-38

## 砂防ダムの機能に関する研究

北海道大学工学部 佐藤 裕之  
 北海道大学工学部 正 員 黒木 幹男  
 北海道大学工学部 正 員 板倉 忠興

## 1. はじめに

近年、宅地開発やリゾート開発などの土地開発の拡大により、山間部まで人間の活動範囲が拡大し土砂災害の危険性が增大している。このような土砂災害の軽減、防止のために砂防ダムが数多く設置されている。

砂防ダムの主な機能として、流出土砂の貯留と調節、そして河道の侵食防止、土石流の制御と防止などが挙げられる。

砂防ダムが設置されるような山地河川では、河道の幾何条件の変化が激しく、常流・射流の混在する流れとなり、従来の河床変動計算では、常流または射流によって差分スキームの方向を変える必要があり、計算が困難となる。

本研究では、跳水の生じる流れでも適用可能なMacCormack法を用いた、混合粒径の一次元河床変動計算の計算法と安定に計算を進めるための条件を導き、さらに、この方法を用いて砂防ダムがある場合の河床変動計算を行った。

## 2. MacCormack法を用いた河床変動計算法

## 2.1 支配方程式

一次元開水路での流れの連続式および運動方程式は、(1)、(2)式で表せる。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \left( \frac{P}{\rho} + \frac{Q^2}{A} \right) = g A (i - i_f) \quad (2)$$

ここに、A:流積 Q:流量 P:全水圧  $\rho$ :流水の密度 i:河床勾配  $i_f$ :エネルギー勾配 また、静水圧分布であると仮定して、 $P/\rho = 1/2gB^2$  とした。

流砂の連続式および粒径別流砂の連続式は、(3)、(4)式で表せる。

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)B} \cdot \frac{\partial (Bq_B)}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\delta \frac{\partial P_i}{\partial t} + P_i \cdot \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)} \left\{ \frac{1}{B} \frac{\partial (q_{Bi}B)}{\partial x} \right\} = 0 \quad (4)$$

$$P_i = \begin{cases} P_{i0} & \left\{ \frac{\partial Z}{\partial t} \geq 0 \right\} \\ P_i & \left\{ \frac{\partial Z}{\partial t} < 0 \right\} \end{cases} \quad (5)$$

ここに、Z:河床高 B:河幅  $\lambda$ :河床材料の空隙率  $q_B$ :単位幅当たりの流砂量  $\delta$ :交換層の厚さ  $P_i$ :粒径 $d_i$ の粒子が交換層中に占める割合  $P_{i0}$ :粒径 $d_i$ の粒子が原河床に占める割合  $q_{Bi}$ :粒径 $d_i$ の粒子の流砂量

Study on Function of Sabo Dam

by Hiroyuki SATOU, Mikio KUROKI, Tadaoki ITAKURA

また、(1)～(4)式をベクトル表示すると(6)～(9)式ようになる。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} = C \quad (6)$$

ただし、

$$U = \begin{pmatrix} A \\ Q \\ Z \\ P_i \end{pmatrix} \quad (7) \quad E = \begin{pmatrix} \left\{ \frac{P}{\rho} \right\}^Q + \left\{ \frac{Q^2}{A} \right\} \\ \left\{ \frac{q_B B}{q_{Bi} B} \right\} / B \left\{ \frac{1-\lambda}{1-\lambda} \right\} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 \\ g A (i - i_f) \\ 0 \\ -P_i^* / \delta \cdot \partial Z / \partial t \end{pmatrix} \quad (9)$$

## 2.2 計算方法

MacCormack法は、予測子段階(Predictor Step)と修正子段階(Corrector Step)から成り、計算に用いた差分スキームは、(10)、(11)式ようになる。<sup>1)</sup>

予測子段階

$$\overline{U}_j = U_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (E_{j+1}^n - E_j^n) + \Delta t \cdot C_j^n + V_j \quad (10)$$

修正子段階

$$U_j^{n+1} = \frac{1}{2} (U_j^n + \overline{U}_j) - \frac{\Delta t}{2 \Delta x} (\overline{E}_j - \overline{E}_{j-1}) + \frac{\Delta t}{2} \overline{C}_j + V_j \quad (11)$$

ここに、j は、上流から下流に向かって断面に付けた番号で、予測子段階では前進差分すなわち、下流から上流に向かって計算し、修正子段階では、後退差分すなわち、上流から下流に向かって計算する。また、計算中における数値振動を抑えるために次のような人工粘性を付加した。

$$Q_j^n = \frac{k}{8} (U_{j+1}^n - 2U_j^n + U_{j-1}^n) \quad (12)$$

$$\text{予測子段階: } V_j = - (Q_{j+1}^n - Q_j^n) \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (13)$$

$$\text{修正子段階: } V_j = (\overline{Q}_j - \overline{Q}_{j-1}) \frac{\Delta t}{2 \Delta x} \quad (14)$$

## 2.3 計算の安定条件

支配方程式 (1)～(4)式と全微分の関係式より特性方程式は(15)式ようになる。

$$\begin{pmatrix} 1 & 2u & 0 & gh - u^2 & 0 & gh & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & C_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_3 & 0 & 0 & 1 & C_4 \\ dt & dx & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dt & dx \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial q / \partial t \\ \partial q / \partial x \\ \partial h / \partial t \\ \partial h / \partial x \\ \partial Z / \partial t \\ \partial Z / \partial x \\ \partial P_i / \partial t \\ \partial P_i / \partial x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} gh \cdot i_f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ dq \\ dh \\ dz \\ dP_i \end{pmatrix} \quad (15)$$

ここに、

$$C_1 = \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_B}{\partial q}, \quad C_2 = \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_B}{\partial h}, \quad C_3 = \frac{1}{\delta(1-\lambda)} \left( P_i \frac{\partial q_B}{\partial h} - P_i' \frac{\partial q_B}{\partial h} \right)$$

$$C_4 = \frac{1}{\delta(1-\lambda)} f_i$$

ただし、 $q_{Bi}$  は、 $P_i$  と水理量の関数の積  $f_i$  すなわち、 $q_{Bi} = P_i \cdot f_i$  とした。

(15)式の左辺のデターミナントを計算して整理すると(16)式ようになる。

$$\Delta = (dx - C_4 dt) \left\{ (dx^2 - 2u dt dx - (gh - u^2) dt^2) dx \right. \\ \left. - gh dt^2 (C_1 dx + C_2 dt) \right\} \quad (16)$$

$\Delta = 0$  とすると擾乱の伝搬速度が求められ、下ようになる。

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{u \pm \sqrt{gh}}, \quad \frac{dt}{dx} = -\frac{C_1}{C_2}, \quad \frac{dt}{dx} = \frac{1}{C_4}$$

擾乱の伝搬速度として4つ得られるが前の2つは流れに関するものであり、残りの2つは河床高と粒度分布の擾乱速度である。

MacCormack法で計算する場合、 $\Delta t$  は、(17)式を満足するようにする。

$$\Delta t = MIN \left[ \frac{1}{u \pm \sqrt{gh}}, -\frac{C_1}{C_2}, \frac{1}{C_4} \right] \quad (17)$$

### 3. 砂防ダムがある場合の河床変動計算

ここでは、今まで述べてきた計算法の適合性を調べるために、過去に行われた実験<sup>2)</sup>の再現計算を試みる。実験に用いられた水路は、長さ 5 m、水路幅 20 cm、下流端に高さ 5 cm の堰を設置し、初期河床勾配は 8.4% とし、流量は、1,000 cm<sup>3</sup>/sec で通水し続け、河床高を測定している。

実験に用いられた河床材料の粒度分布は、Table. 1 に示した。

Table. 1 (単位:mm)

| $d_{16}$ | $d_{50}$ | $d_{84}$ |
|----------|----------|----------|
| 0.84     | 1.0      | 1.2      |

計算では、掃流砂量式として、Meyer-Peter-Mullerの式を粒径別に改良して使用した。

$$q_{Bi} = P_i 8 (\tau_{*i} - \tau_{*ci})^{1.5} \sqrt{sgd_i^3} \quad (18)$$

ここに、 $\tau_{*i} = u_*^2 / sgd_i$  : 無次元有効掃流力  $\tau_{*ci} = u_{*c}^2 / sgd_i$  : 無次元限界掃流力

MacCormack法では、上・下流端での値を計算することができない、そこで何らかの方法で算定しなければならぬ、下に今回用いた境界条件を示した。

#### (1) 上流端

実験に用いた水路の上流部では、射流であり、水面の擾乱は上流に伝搬しない、そこで、流入流量を与えて等流の式より流積を求めた。また、河床高および粒度分布は、固定させた。

## (2) 下流端

下流端では、BOX型スキームを使用し、連続式を満足させた。<sup>3)</sup>

$$\frac{A_{JK}^{n+1} - A_{JK}^n}{\Delta t} + \frac{A_{JK-1}^{n+1} - A_{JK-1}^n}{\Delta t} + \frac{Q_{JK}^{n+1} - Q_{JK-1}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{Q_{JK}^n - Q_{JK-1}^n}{\Delta x} = 0 \quad (19)$$

ここに、添え字JKは、下流端の断面、JK-1は、1つ上流側の断面を表す。

また、河床高および粒度分布は、下流端と1つ上流の断面の数値より求めた。

上の様に境界条件を設定し、 $\Delta t=0.05(\text{sec})$ ， $\Delta x=0.05(\text{m})$ として再現計算を行った。

計算中、各タイムステップごとに全ての断面について(17)式を計算し、安定条件を満足しているかどうか確認し、計算が安定に進むようにした。計算結果は fig. 1 の様になった。

計算の結果、ダム堆砂部での平均勾配は、3.0%となり、実験での平均勾配は、2.8%と、比較的近い値となり。十分、適用性があると言える。

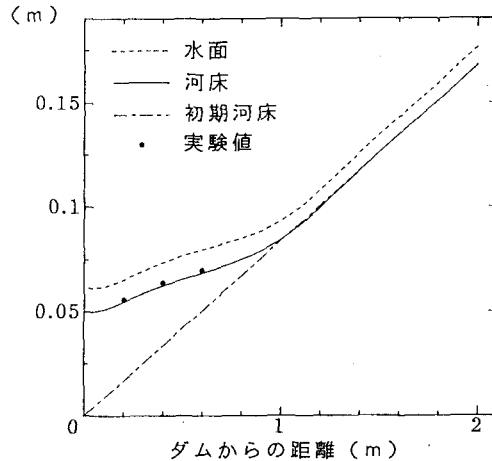


fig. 1

## 4. 結語

本研究では、MacCormack法を用いた混合粒径での河床変動計算法と安定に計算を行うための安定条件を導き、そして、実験の再現計算によって、その適用性を確かめた、今後は、さらにこの計算法を拡張して洪水時における土砂調節機能を初めとした、砂防ダムの機能について検証して行きたい。

## 5. 参考文献

- 1) 日本機械学会編：流れの数値シミュレーション，コロナ社，第2章
- 2) H. MAITA : Influence of heterogeneous sediment transport on the function of sediment control of a check dam , Sediment Problems:Strategies for Monitoring,Prediction and Control. IAHS Publ.no.217, 1993.
- 3) 中谷ほか：床固め工を有する流路工の水面形計算，土木学会第44回年次学術講演会，Ⅱ，PP570～PP571