

II-23

軟 X 線を用いた球形粒子の空隙構造の解析

北海道大学 正員 藤田睦博

北見工業大学 正員 中尾隆志

北海道大学大学院 学生員 西村貴之

1. はじめに

山腹斜面内における雨水の流れを、不飽和浸透流として解析しようする場合、 θ (体積含水率) $\sim \phi$ (サクション) あるいは K (不飽和透水係数) $\sim \theta$ の関係式を与えなければならない。しかし現段階では、これらの関係式は実験的に求めざるを得ない。本研究では、この θ (体積含水率) $\sim \phi$ (サクション) の関係を理論的に求めることを目的としている。

著者らはこれまで、土粒子接合部における保水効果を考えることにより、 R (土粒子粒径比)、 Δ (土粒子間の空隙距離比) がサクション及び保水量に大いに影響を与えることが分かり、理論的な空隙分布を導いた。そして、実際の空隙分布を調べるために、これまではガラスビーズ群をアスファルトで固め、それをダイヤモンドカッターで薄くスライスし、断面円をデジタイザーで手動で読み取ることによって、ガラスビーズの分布 (位置、径) を測定してきた。

しかし、スライス後のアスファルトの歪み、デジタイザー測定時の誤差が生じ、正確な分布が確認出来なかった。そこでその欠点を補うために、X 線を用いた非破壊内部検査を応用して、球形粒子間の空隙構造の解析を試みた。

2. X 線実験の原理

X 線は物質を透過すると減衰する。波長一定の X 線が、物質中を一定方向に l だけ透過したとき、強度が I_0 から I に減

衰したとすれば、 $I = I_0 \exp(-\mu l)$ (1)

と表すことができる。ここで μ は線吸収係数である。密度が一定ならば μ は波長とその物質によって決まる。ちなみに X 線の減衰は光電効果と散乱による。X 線の波長が長いとき、原子番号が大きいときには前者によるものが大きく、逆に短波長で軽元素に対しては後者が大きくなる。しかし一般には、原子番号の大きなものほど X 線を吸収しやすいと考えて良い。

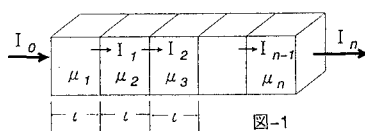


図-1

次に、図-1のように異なった線吸収係数でできている物体を考えてみると、左端の線吸収係数 μ_1 ををもつ単位体積 1 から、次の線吸収係数 μ_2 をもつ単位体積 2 へ入射する X 線強度を I_1 とすると、

$I_1 = I_0 \exp(-\mu_1 l)$ となる。同様に単位体積 2 から単位体積 3 に入る X 線強度 I_2 は

$$\begin{aligned} I_2 &= I_1 \exp(-\mu_2 l) \\ &= I_0 \exp(-\mu_1 l) \exp(-\mu_2 l) \\ &= I_0 \exp[-(\mu_1 + \mu_2) l] \end{aligned}$$

となる。以下同様にして、左端の単位体積 1 から右端の単位体積 n までを透過する X 線強度は

$$I_n = I_0 \exp[-(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \dots + \mu_n) l] \quad (2)$$

と表すことができる。さらにこれを対数変換する事により吸収係数の線積分値を求めることができる。

Analysis of void distribution among particles by using soft X ray

by Mutsuhiro Fujita, Takashi Nakao, Takayuki Nishimura.

$$(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \cdots + \mu_n) = \frac{1}{l} \log \left(\frac{I_0}{I_n} \right) \quad (3)$$

これは入射 X 線強度 I_0 、透過 X 線強度 I_n 、および分割量 l が既知の値であれば、測定している物体の吸収係数の和を求めることができることを示している。

3. 実験方法

使用した X 線装置および付属設備を以下に示す。

- ① X 線装置……softex sv-125 aw 型〈ソフテックス株式会社〉、②フィルム……富士軟 X 線フィルム FR〈富士写真フィルム株式会社〉、③読み取りスキャナ……GT-4000 (最大 256 階調)〈エプソン〉

今回の実験では、粒子構造があらかじめ分かっている供試体を用いて、x 線撮影と数値計算を行い、それぞれの粒子の大きさと位置を求め、その実験計算結果が既知の値に近づくかを行う。使用した粒子構造は図の等粒子構造 (case1, 図-2) と異粒子構造 (case2, 図-3) の 2 種類。

①図のようにガラスビーズを組み立て、接触部分を接着剤で固定する。これを底面が 7.5cm x 7.5cm の箱の中に置いて、その中にアスファルトを流し込み、直方体の供試体を作る。

②装置内の X 線発生器の真下にフィルムを置き、その上に供試体を乗せる。フィルムの下にはあらかじめ鉛箔を敷いておき、背面からの散乱線によるカブリを抑える。撮影条件の項目には管電圧 (KVp)、管電流 (mA)、x 線照射時間、実効焦点・フィルム間距離、フィルムの感度の 5 つがある。

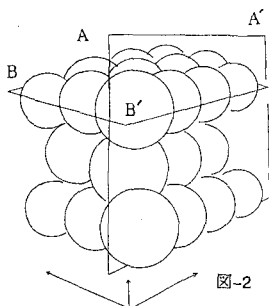


図-2

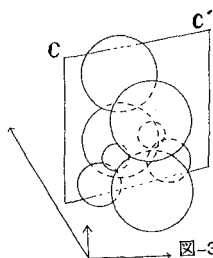


図-3

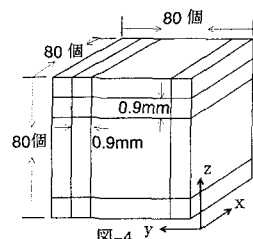


図-4

今回の実験では、前述の装置で 50kVp、2 mA、case1 では 2 分間 (case2 では 1 分間) 撮影する。同様に、同じ条件で互いに向かい合わない面を撮影する。(1つの case につき計 3 面撮影した。)

③ 写真を現像し、スキャナに 256 階調で読ませる。3 インチ四方を一遍につき 80 個のメッシュに分けて、計 $80^2 = 6400$ 個のデータを 1 枚にごとに読み取らせる (図-4)。そして読み取ったデータを対数変換して、結局、吸収係数の和としてのデータを得ることができる。

4. 復元方法

計算方法にはいくつかある。簡単の為に 2 次元で説明する。

a 連立 1 次方程式法……復元対象を $N \times N$ の要素からなるマトリックスに分類して考えると、連立方程式が N^2 以上あれば各絵素の X 線吸収係数が算出される。ただし、 N の数が大きくなると方程式の数も増え、計算時間が膨大になる。

b 逐次近似法……ある適当な初期値から出発し、実際に測定した投影データに一致するように少しずつ修正していく方法。これも時間がかかったり、必ずしもある値に収束するとは限らない欠点がある。

c Fourier 変換法……各方向から得られた投影データを 1 次元 Fourier 変換し、これらを原点を中心に各々もとと同じ方向に重ね合わせると、原画像を 2 次元 Fourier 変換したものと同じになる。これを逆 Fourier 変換すると原画像が復元される。

実際のCTスキャンではこの方法を応用したものを使用している。

cの方法は有効に見えるが、多くの方向からの撮影が必要になる。今回は3方向からしか撮影しておらず、この方法は使えない。従って、bの逐次近似法を採用した。また、bの手法を採用した他の理由は、供試体がガラスビーズとアスファルトと空気だけの単純な構造をしていることもある。計算手法を次の2つのステップに分けて説明する。

●ステップ1

図-5に示すように、まず画面をいくつかの要素 (i, j) に分割して、各要素に適当な初期値（例えば一様分布）を入れる。そして、ある経路に沿った $f(i, j)$ の合計値 $R(k, \theta)$ を

$$R(k, \theta) = \sum_{i, j} \omega_{i, j, k, \theta} \times f(i, j) \quad (4)$$

により算出する。ここで、 $\omega_{i, j, k, \theta}$ は各画素 (i, j) を通過する面積に比例する重み係数である。式(5.1)で求めた $R(k, \theta)$ を実測データ $P(k, \theta)$ と比較してその差を小さくするように $f(i, j)$ の値を修正する。これをすべての投影実測値について順次繰り返し逐次に近似していく。 $f(i, j)$ の n 次の推定値を $f^{(n)}(i, j)$ とすると、

$$f^{(n+1)} = \max \left\{ f^{(n)} + \frac{(P(k, \theta) - R(k, \theta)) \times \omega_{i, j, k, \theta}}{\sum_{i, j} \omega_{i, j, k, \theta}}, 0 \right\} \quad (5)$$

これを各投影ごとに繰り返して、ひとまわりするとまた始めからやり直す。ここで、ここまでの計算が正しいかどうかを確認しておく必要がある。

●ステップ2

計算の終了時点では図-4のメッシュについての吸収係数が求まる。係数の値にビーズ部分で1、それ以外の部分で0を代入する。そして各要素に、それ自身の周りにある要素（26個）の吸収係数を加える。するとビーズの縁の部分では1と

0があるのでわりと小さな値、ビーズの中心付近では1のみなので大きな値になる。これを何回か繰り返すと中心部分はその周りよりも顕著に大きくなるので、結局、ビーズの位置が割り出せる。またこのときの値により、このビーズの径が分かる。

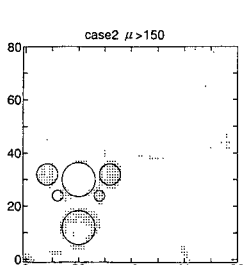
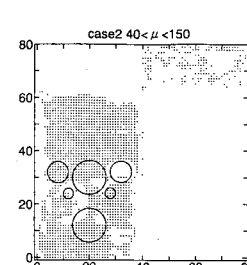
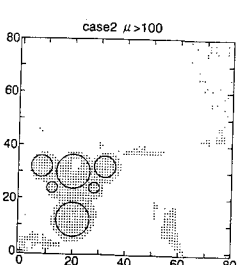
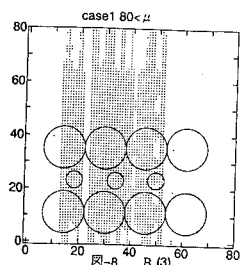
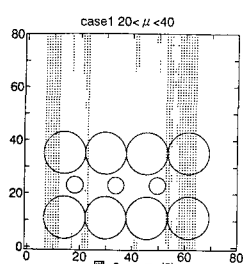
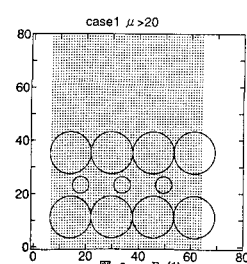
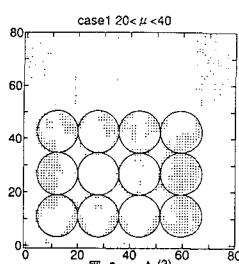
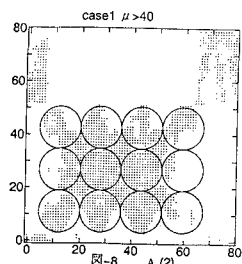
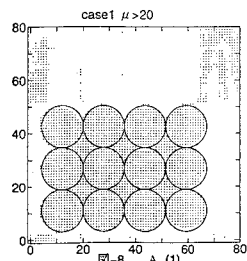
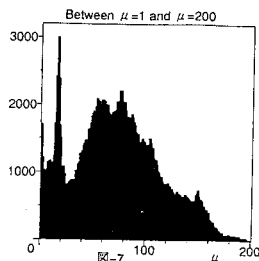
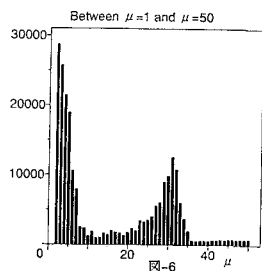
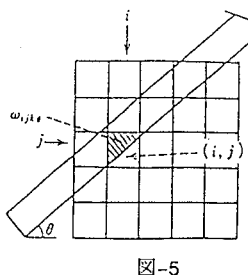
5. 結果

前述のステップ1が終わった時点では、立体的な分布を直接求めることができない。供試体のビーズ玉の断面図を描くことができる。すなわち、ここまでの計算の正確性のある程度、調べることができる。まず全要素についての吸収係数のヒストグラムを作る。そして、ある断面上の計算された吸収係数を取り出し、次にヒストグラムから適当な値をガラスビーズの吸収係数と仮定し、これを閾値とする断面図を描いた。（case1のヒストグラムは図-6、case2のは図-7。）一方粒子配列は既知なので、これから任意断面におけるビーズの配置を求めることができる。

図-9 case1の場合、図-6から $\mu = 20, 40$ の付近に着目し、この数値に関するいくつかの組み合わせを、A、B 2つの断面で行ってみた。図中の円は既知のガラスビーズ切断面である。ビーズ玉断面円が黒塗になって他の部分が白塗になっていれば正しい結果が得られたことになる。

A断面では、 $\mu > 20$ とした(1)が最も適しているが、円の隙間の部分も黒塗りされていることから、メッシュが粗いことが分かる。また、(2)からビーズは $\mu > 40$ の値を持ち、かつ、(3)から $\mu < 40$ の値も持っていることが分かる。従ってヒストグラムから $20 < \mu < 40$ と判断できない。まだ吸収係数が広く分布し、収束していないことが分かる。B断面では、 $\mu > 20$ でさえ理想解に近づいておらず、その他の条件でも同様である。

図-10 case2（異粒径）の場合、 $\mu > 100$ と



した(1)が最も適しているがcase1のときと同様に間隙がはっきりしない。(2)や(3)の条件も同様。

6. 考察

連立方程式の数を M 、求める要素の個数を N^3 とすると未知数と方程式の数の対応から $M = N^3$ であれば、連立方程式の解として各要素の値が決定できる。(今の場合は $N=80$ 。)しかし、今回の実験では $M=3N^2$ で行っており、余りにも M が少ないために計算に無理が生じたと思われる。様々な角度から撮影することが必要と思われる。

また今回は計算機の関係でメッシュが約 0.9mm で計算していたが、実際の土粒子

を使用する予定なのでもっと細かいメッシュにしていく必要もある。

謝辞：本研究は文部省科学研究費一般研究(B)(代表者、藤田陸博)の補助を受けたものである。関係各位に謝意を表します。

参考文献

- 1) 中尾隆志、藤田陸博：異粒径粒子モデルを用いた土壌内水分の保水効果に関する研究、水文・水資源学会1992年研究発表会要旨集
- 2) 尾上守夫：医用画像処理、1982年、朝倉書店、pp245~312
- 3) 高良和武、菊田惺志：x線解析技術、東京大学出版会