

組積剛体-連結ロッド系の基礎加振に対する動的応答特性

北海道大学工学部 正会員 佐々木 康彦
北海道大学工学部 学生員 実 広 拓 史
北海道大学工学部 正会員 芳 村 仁

1. まえがき

ステイブ・サイロ(stave silo)の壁体構造は、円筒状に組合せて積上げたコンクリートブロック(ステイブ)および外壁を締付けるリング状の鉄筋(ロッド)から構成される。ステイブ相互は上下・両側面の凹凸によって一種のさねはぎ結合となっているが、モルタルなどの目地結合材は全く使われていない。

本研究では、このようなステイブ組積構造体において、特に組合せ部分に着目した二次元“組積剛体-連結ロッド系”を抽出し、隣接剛体間の接触状態を「拘束条件式」で表現するモデル化および未定乗数を含む Lagrange の運動方程式による定式化を試みた。さらに、基本的な「4剛体3連結ロッド系モデル」を用いた正弦波・地震波加振による数値解析例を通じて、基礎加振に対する動的応答特性の検討を行なった。

2. 組積剛体-連結ロッド系の解析モデル

ステイブ組積構造体の全体的挙動を解明する上で、ステイブ組合せ部分の基本的機構を把握しておく必要がある。以下では、その主要な構成要素であるステイブを「剛体」に、リング状の鉄筋はステイブとの接触点を節点とする「連結ロッド」にモデル化する。

2.1 隣接剛体の運動学的関係式

一般に、変形前に接触していた隣接剛体上の着目点は、変形後に相対変位を生じる。本節では、その相対変位量と剛体重心での変位および回転量との関係式を誘導する。なお、ここでは鉛直平面内における二次元運動を取扱う。

図1は上下隣接の剛体に関する変形前後の運動学的関係である。剛体①、②の幅を $2b$ 、高さを $2h_1$ 、 $2h_2$ 、剛体重心位置での水平(X軸)方向、鉛直(Y軸)方向変位および回転角をそれぞれ u 、 v 、 θ とおくと、変形後の頂点の相対変位 δ_{ij} は剛体の回転角が微小な場合、

$$\delta_{ij} = [(u_j - u_i) + (h_i \theta_i + h_j \theta_j)] \mathbf{e}_1 + [(v_j - v_i) - b \operatorname{sgn} \alpha_{ji} (\theta_j - \theta_i)] \mathbf{e}_2 \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{e}_1$ 、 $\mathbf{e}_2$ はX、Y軸方向の単位ベクトルである。また、同式における符号関数 $\operatorname{sgn} \alpha_{ji}$ は $\alpha_{ji} \equiv \theta_j - \theta_i \geq 0$ の時、 $\operatorname{sgn} \alpha_{ji} = +1$ ； $\alpha_{ji} < 0$ の時、 $\operatorname{sgn} \alpha_{ji} = -1$ となる。なお、この符号変化は境界上における頂点の左右切換えに対応する。

もし、剛体②が剛床の上に設置してあり、剛床の回転成分が零の場合は、

$$\delta_{0j} = [\{u_j - u_0(t)\} + h_j \theta_j] \mathbf{e}_1 + [\{v_j - v_0(t)\} - b \operatorname{sgn} \theta_j \cdot \theta_j] \mathbf{e}_2 \quad (2)$$

ここで、 $u_0(t)$ 、 $v_0(t)$ は、時間 t の関数である剛床の水平変位および鉛直変位を表わす。

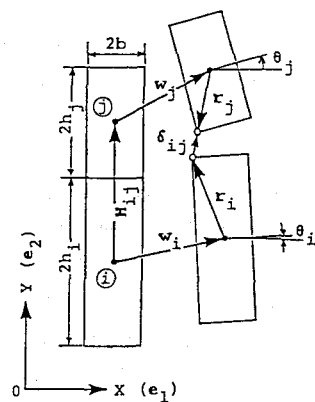


図1 上下隣接剛体の運動学的関係

$$\begin{aligned}
[m] \{\ddot{u}\} + [D^{xu}] \{\dot{u}\} + [D^{x\theta}] \{\dot{\theta}\} \\
+ [K^{xu}] \{u\} + [K^{x\theta}] \{\theta\} = \{\lambda^u\} \\
[m] \{\ddot{v}\} + [D^{yv}] \{\dot{v}\} + [D^{y\theta}] \{\dot{\theta}\} \\
+ [K^{yv}] \{v\} + [K^{y\theta}] \{\theta\} + \{m\} g = \{\lambda^v\} \\
[I] \{\ddot{\theta}\} + [D^{zu}] \{\dot{u}\} + [D^{zv}] \{\dot{v}\} + [D^{z\theta}] \{\dot{\theta}\} \\
+ [K^{zu}] \{u\} + [K^{zv}] \{v\} + [K^{z\theta}] \{\theta\} \\
= [A]^T \{\lambda^u\} + [B]^T \{\lambda^v\} \quad (10. a, b, c)
\end{aligned}$$

ここで、 $[m]$ 、 $[I]$ は各剛体の質量、慣性モーメントを対角成分とする対角マトリックス、 $\{m\}$ は質量ベクトル、 g は重力加速度を表わす。 $[K^{xu}]$ 、 $[K^{x\theta}]$ 、 $\dots$ 、 $[K^{z\theta}]$ は連結ロッドの伸縮剛性および接触点でのずれ復元力に関する部分剛性マトリックス、 $[D^{xu}]$ 、 $[D^{x\theta}]$ 、 $\dots$ 、 $[D^{z\theta}]$ は ずれ減衰力に関する部分減衰マトリックスである。

また、 $\{\lambda^u\}$ 、 $\{\lambda^v\}$ はそれぞれ変位拘束条件式(8)、(9)に対応する未定乗数ベクトル、 $[A]$ 、 $[B]$ は同式における拘束条件マトリックスを表わす。

さらに、運動方程式(10. a)、(10. b)、変位拘束条件式(8)、(9)およびそれらを時間微分した速度・加速度拘束条件式を用いて、未定乗数と従属変数ベクトルを消去すると、剛体重心での回転角ベクトル $\{\theta\}$ に関する運動方程式を次の形式にまとめることができる。

$$[J] \{\ddot{\theta}\} + [D] \{\dot{\theta}\} + [K] \{\theta\} = \{F\} \quad (11)$$

この方程式における係数マトリックス $[J]$ 、 $[D]$ 、 $[K]$ の各成分は定数である。しかし、拘束条件マトリックス $[A]$ 、 $[B]$ は符号関数 $\text{sgn } \alpha_{ji}$ 、 $\text{sgn } \alpha_{ki}$ を含み、隣接剛体の回転角の大小関係によって符号が変化するため、微小回転角の範囲内でも(11)式は非線形方程式となる。

4. 基礎加振に対する正弦波・地震波応答特性

組積剛体-連結ロッド系モデルによる数値解析例として図3に示すような「剛床上に積んだ4剛体が3本のロッドで連結されている基本系」を選定した。以下の数値計算で用いた諸量は、各剛体の幅 $2b=8.0\text{cm}$ 、高さ $2h=26.5\text{cm}$ および組合せ長さ $2a=7.0\text{cm}$ 、単位体積重量 $w=2.4 \times 10^{-3}\text{kgf/cm}^3$ 、連結ロッドの伸縮剛性定数 $K_R=100.0\text{kgf/cm}$ 、剛体接触点での ずれ抵抗力に関しては比例定数 $K_S=20.0\text{kgf/cm}$ と減衰係数 $C_S=5.0\text{kgf}\cdot\text{sec/cm}$ である。

剛体が載っている剛床を“正弦波”で水平加振(片振幅 0.5cm 、振動数 10.0Hz)した場合の、各剛体重心位置での回転角の過渡応答波形を図4に示す。剛床に接する下部の剛体①、剛体②についてはほぼ正弦波性状であるのに比べて、上部の剛体③、④は基本系モデルの左右非対称性を反映して、反時計回りの片振れという特異な応答性状を示すことがわかる。また、図5は正弦波応答過程(時刻 $t=0.90\sim 1.00\text{sec}$)における基本系モデルの変形状態を 0.02sec 毎に描いたものである。隣接剛体あるいは剛床との境界において「接触・乖離状態」を良く再現できることが同図から読み取れる。

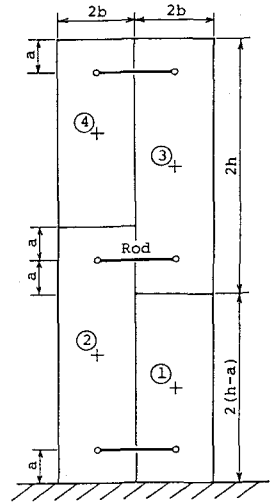


図3 組積剛体-連結ロッド系の基本的数値計算モデル

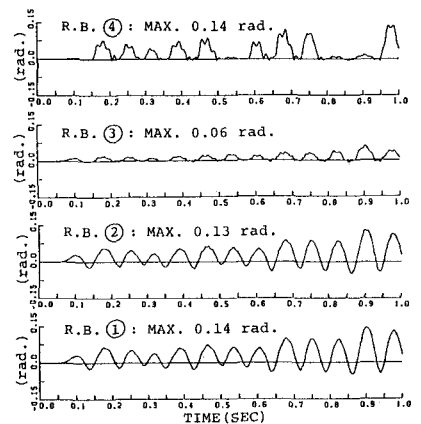


図4 剛体重心回転角の正弦波応答波形

さらに、同じ基本系モデルの剛床を“地震波”で加振した場合の応答解析結果を図6に示す。入力地震波は根室半島沖地震(厚岸)で観測された加速度記録(時間軸1/8圧縮、同図(d)参照)を用い、剛床水平加振の最大変位を5.0cmとした。同図は基本系モデルの左上に位置する剛体④の地震波応答波形で、上から順に剛体重心での(a)水平変位、(b)鉛直変位、(c)回転角である。

水平変位の応答波形は、相対変位量が絶対変位量に比べて微小であるため、剛床の変位波形とほぼ等しく、低振動数成分が支配的である。他方、回転角の応答性状は、高振動数成分を含む入力加速度波形と非常に類似していること、鉛直変位については拘束条件によって静止位置から上向きにしか変位出来ないため、凸形状が連続する応答性状を示すことが特徴的である。

図7は、標準値 $2a=7.0\text{cm}$ を中心に基本系モデルの“組合せ長さ”を 2.0cm ずつ増減させた場合、根室半島沖地震波に対する剛体重心での回転角の最大応答値を、各剛体毎に描いたものである。これらの解析結果から、基本系モデルの組合せ長さを増加させると、剛体位置によらず、回転角の最大値は増大傾向を示すことが明らかになった。

参考文献

1) Lee, T.H.: Nonlinear Dynamic Analysis of a Stacked Fuel Column Subjected to Boundary Motion, Nuclear Engineering and Design 32, pp. 337-350, 1975. 2) Clough, R.W. and J. Penzien: Dynamics of Structures, McGraw-Hill, 1975.

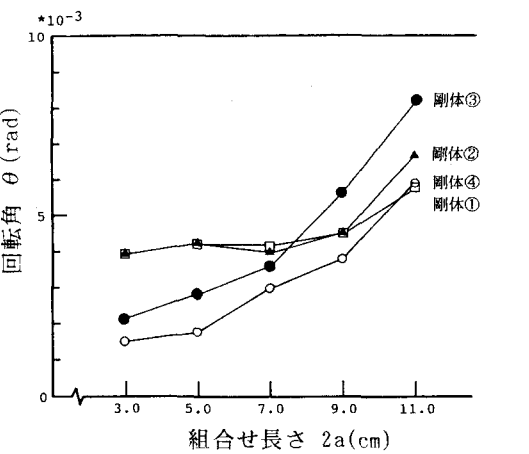


図7 最大応答回転角 と“組合せ長さ”

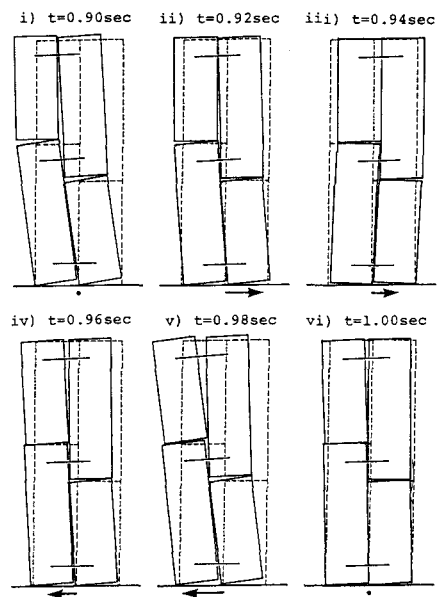


図5 正弦波応答時の変形状態 [基本系]

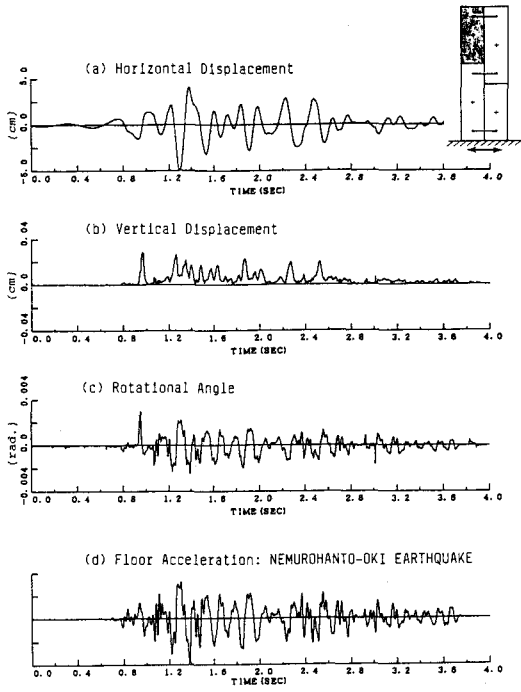


図6 地震波応答性状 [根室半島沖：剛体④]