

I-48

Er法によるラーメン構造物の設計に関する考察

北海学園大学 学生員 鈴木 貴 幸

北海学園大学 正 員 当 麻 庄 司

1 まえがき

有効座屈長を算出するのに、吊橋主塔設計要領¹⁾に掲載されているEr法が用いられている。この手法では固有値解析を繰り返し行って最終的な有効接線弾性係数を算出し、有効座屈長が求められる。ところが、この計算法では最終的な有効接線弾性係数を求めるのに、繰り返しコンピュータを利用して固有値解析を行わなければならない。そこで、固有値解析を行う代わりにノモグラフを用いて有効座屈長を求めることとし、この2つの計算法の比較検討を行った。その結果、Er法において固有値解析を用いなくても有効座屈長を求めることができることを確認した。また、耐荷力曲線に道路橋示方書²⁾とAISC/LRFD³⁾の2つの設計基準を用いて座屈荷重を算定し、両者の比較検討を行った。

2 Er法の概要

2.1 Er法の計算手順

吊橋主塔設計要領¹⁾に掲載されているEr法の計算手順は以下の通りである。

1) 弾性係数 ($E = E_{f1}$ とする) を用いて固有値解析を行い、 P_{cr1} を求める。

2) 次式より l_{e1} を求める。

$$l_{e1} = \pi \sqrt{\frac{E_{f1} I_x}{P_{cr1}}} \quad (1)$$

3) l_{e1} / r より換算細長比 λ_c を求め、道路橋示方書²⁾の基準耐荷力曲線より σ_{cr1} を求める。

4) 以上で得られた数値から、有効接線弾性係数 E_{f2} を次式で求める。

$$E_{f2} = \frac{\sigma_{cr1}}{P_{cr1} / A} \quad (2)$$

5) この E_{f2} を用いて再度固有値解析を行い P_{cr} を求める。2) から 4) までの手順を繰り返す。但し、腹材は弾性係数 E のままとする。

$|E_{fi} - E_{fi-1}| \approx 0$ になるまで繰り返し、有効接線弾性係数の収束値 E_f を求める。

6) このときの P_{cr} と E_f から

$$l_e = \pi \sqrt{\frac{E_f I_x}{P_{cr}}} \quad (3)$$

により有効座屈長を求める。

1) で示している弾性固有値解析は次のようである。

$$[K_E(E_{fi}, I_i) + \lambda K_G(N_i)] \mathbf{1} = 0 \quad (4)$$

ここに、 K_E : 微小変位理論における剛性行列

K_G : 基準状態における幾何剛性行列

E_{fi} : 要素 i の弾性係数または有効接線弾性係数

I_i : 要素 i の断面二次モーメント

λ : 最小固有値

N_i : 要素 i の軸圧縮力

上式により、最小固有値 λ を求めることが出来る。その最小固有値から座屈荷重と有効座屈長を求め、 E_r を収束させていく。なお、上式の E_{ri} は最初は弾性係数、2回目以降は有効接線弾性係数を用いることになる。

2.2 基準耐荷力曲線

吊橋主塔設計要領では上記手順3)で述べているように、道路橋示方書の基準耐荷力曲線から σ_{cr} を求めている。Fig.1に示しているように、二次弾塑性解析によって得られた耐荷力曲線やAISC/LRFDの耐荷力曲線と比較してみると、道路橋示方書の場合はかなり安全圏をとっていることが分かる。ここで、二次弾塑性解析はH形鋼のNewmark数値積分法の基づいたZhou⁴⁾のプログラムを用いて行ったものである。この解析ではH形鋼の部材をいくつかのセグメントに分割し、さらに断面を多数の要素に分割して、初期たわみ(部材長の1/1000)や残留応力(最大応力 $\sigma_{res}=0.3\sigma_y$)を考慮に入れている。

なお、Fig.1で示している道路橋示方書²⁾とLRFD³⁾の耐荷力曲線の式は、それぞれ次式のように与えられている。

$$\begin{aligned} \text{道路橋示方書: } P/P_y &= 1.0 & (\lambda_c \leq 0.2) \\ &= 1.109 - 0.545\lambda_c & (0.2 < \lambda_c \leq 1.0) \\ &= 1.0 / (0.773 + \lambda_c^2) & (1.0 < \lambda_c) \\ \text{LRFD: } P/P_y &= \exp(-0.419\lambda_c^2) & (\lambda_c \leq 1.5) \\ &= 0.877 / \lambda_c^2 & (\lambda_c > 1.5) \end{aligned} \quad \begin{matrix} (5a, b, c) \\ (6a, b) \end{matrix}$$

ここに、 P = 作用軸圧縮力、 P_y = 降伏軸力、 λ_c = 換算細長比 $(= \frac{Kh}{\pi r} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}})$

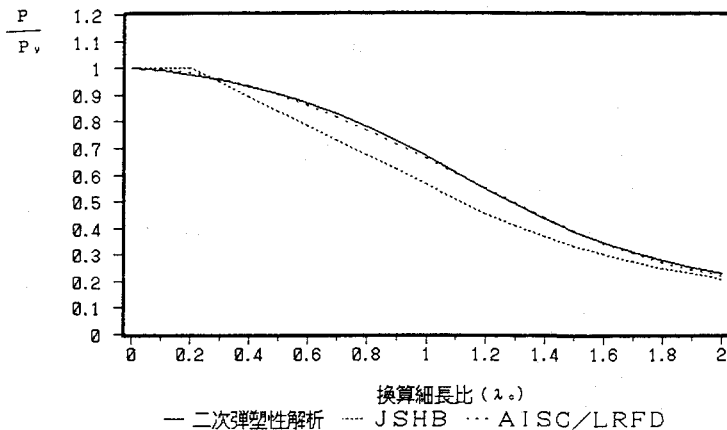


Fig.1 耐荷力曲線

2.3 ノモグラフを用いた E_r 法の計算手順

前述の計算手順は固有値解析を行うことからコンピュータを用いなければならず、その計算に手間がかかる。従って固有値解析の部分をAISCのノモグラフ³⁾を用いることにする。また、有効接線弾性係数 E_r を求める場合、上記手順4)で示した耐荷力曲線から求める方法は関数⁵⁾⁶⁾を用いて数式化することが出来る。以上のような改善を試みると、前述の E_r 法は次の手順になる。

- 1) 柱の E_{ri} 仮定する。($E \geq E_{ri}$)
- 2) 柱部材は E_{ri} 、梁部材は E を用いてノモグラフにより有効座屈長換算係数(K -Factor)を求める。

このとき、

$$\text{剛比: } G = \frac{\sum (E_{r1} I / h)_{\text{column}}}{\sum (E I / l)_{\text{beam}}} \quad (7)$$

3) 有効座屈長 ($l_o = K h$) を用いて道路橋示方書あるいはLRFDの耐荷力曲線式 (式(5)または(6)) より P_{cr} を求める。

4) 次の ζ 関数より有効接線弾性係数 E_{r2} を求める。 (ここに、 $\zeta = E_{r2} / E$)

道路橋示方書の場合⁵⁾、

$$\begin{aligned} \zeta &= 0.04 & (1.0 \leq P/P_y) \\ \zeta &= (2.035 - 1.835 P/P_y)^2 P/P_y & (0.564 \leq P/P_y < 1.0) \\ \zeta &= 1 - 0.773 P/P_y & (0.564 < P/P_y) \end{aligned} \quad (8a, b, c)$$

LRFDの場合⁶⁾

$$\begin{aligned} \zeta &= -2.3892 P/P_y \ln(P/P_y) & (P/P_y > 0.39) \\ \zeta &= 0.877 & (P/P_y \leq 0.39) \end{aligned} \quad (9 a, b)$$

5) $E_{r1} = E_{r2}$ において2)から4)の手順で繰り返す。

6) $|E_{r1} - E_{r1-1}| \approx 0$ になったところで $E_r = E_{r1}$ とし、式(3)を用いて有効座屈長を求める。

通常、手順1)で最初に仮定する E_{r1} は弾性係数をとる。手順2)において、剛比からK-Factorを求めるとき道路橋示方書では剛比が5以下の構造物の場合K-Factorの値が一定の値となっていて实际的ではない。そこで、ここではAISCのノモグラフ (側方拘束のない骨組構造物) を使って K-Factorを求めることにする。以上のような計算手順は、先の吊橋主塔設計要領に示されている手順よりはかなり簡略化されているといえる

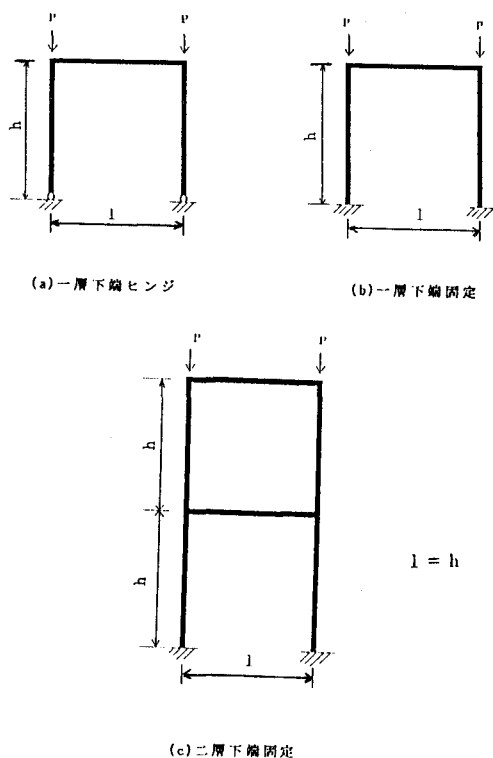


Fig.2 ラーメン構造物

3 計算モデル

文献 7) で用いられた Fig.2 に示す3種類の骨組構造物に対して、道路橋示方書とLRFDの耐力力曲線を用い、さらに固有値解析とノモグラフを用いた場合について計算した。骨組構造物は、(a)一層下端ヒンジ、(b)一層下端固定、および(c)二層下端固定である。なお、これらの構造物の断面は柱、梁とも幅 680mm、厚さ 20mmの正方形箱形断面とし材質はSM50材（降伏応力度 $\sigma_y=3200\text{kgf/cm}^2$ ）である。また、梁と柱の部材長は同じとする。部材長は、LRFDの設計基準に基づいた換算細長比が、(a)一層下端ヒンジでは $\lambda_c=0.6$ ($h=549.09\text{cm}$)、(b)一層下端固定では $\lambda_c=0.3$ ($h=560.93\text{cm}$)、 0.6 ($h=1121.85\text{cm}$)、 0.9 ($h=1682.78\text{cm}$)、(c)二層下端固定では $\lambda_c=0.6$ ($h=1018.68\text{cm}$)、 0.9 ($h=1525.02\text{cm}$)になるようにした。ちなみに(c)の換算細長比は一層目の値を用いている。

4 計算結果と考察

4.1 一層下端ヒンジ構造物

一層下端ヒンジ構造物 ($\lambda_c=0.6$) に対して、道路橋示方書とLRFDの耐力力曲線を用いた場合の計算結果と文献7) で示してある計算結果の比較を表-1に示す。ちなみに、文献7) の計算結果において、 P_{cr}/P_y は弾塑性有限変位解析法により、K-FactorはYuraの方法⁷⁾により計算されたものである。固有値解析とノモグラフの計算法を比較すると、座屈荷重 (P_{cr}/P_y)、有効接線弾性係数 (E_t/E)、およびK-Factorはいずれも殆ど同じ値になった。これらの K-Factorの値は、文献7) の値ともよく一致している。すなわち、固有値解析の代わりにノモグラフを用いても精度が殆ど低下しないことが分かる。道路橋示方書の基準耐力力曲線を用いた場合とLRFDの基準耐力力曲線を用いた場合を比較すると、K-Factorの値は殆ど同じ値になったが、 E_t/E および P_{cr}/P_y の値に対して前者は後者より若干小さい値になった。これはもともと道路橋示方書の耐力力曲線がLRFDより低いことによる (Fig.1参照)。そして、LRFDの耐力力曲線を用いた場合の P_{cr}/P_y の値は文献7) の値に近いということが分かる。これは、LRFDの耐力力曲線は弾塑性解析の結果に近いためである。

4.2 一層下端固定構造物

一層下端固定構造物の計算結果を表-2に示す。固有値解析とノモグラフの計算法を比較すると、 $\lambda_c=0.3$ 、 0.6 、 0.9 のいずれの場合も P_{cr}/P_y 、 E_t/E およびK-Factorの値は共に殆ど同じ値になった。これらのK-Factorの値も文献7) の値とよく一致している。すなわち、この結果からも固有値解析の代わりにノモグラフを用いても精度は殆ど低下しないことが分かる。道路橋示方書の耐力力曲線を用いた場合とLRFDの耐力力曲線を用いた場合を比較すると、K-Factorの値は $\lambda_c=0.3$ 、 0.6 、 0.9 いずれの場合も殆ど同じ値になった。 P_{cr}/P_y 、および E_t/E の値については、 $\lambda_c=0.3$ のとき両者には大きな差は見られなかった。これはFig.1の耐力力曲線で見ても分かるように、換算細長比 $\lambda_c=0.3$ のときは両者の荷重値に大きな差がないからである。ところが、 $\lambda_c=0.6$ 、 0.9 の構造物のように部材長が長くなったときは、 P_{cr}/P_y および E_t/E の値は一層下端ヒンジ構造物の場合と同じように道路橋示方書はLRFDより若干小さい値になった。 P_{cr}/P_y の値はLRFDの耐力力曲線を用いて求めた場合と文献7) の値とはより近いということが分かる。

4.3 二層下端固定構造物

Fig.2(c)の二層構造物の場合、固有値解析を用いる E_t 法は全体構造解析法、ノモグラフを用いる E_t 法は部分構造解析法により有効座屈長を求めることになる⁸⁾。よって、ノモグラフを用いる E_t 法によれば二層目の柱に対する K-Factor が一層目の柱よりも大きくなって、先に破壊するので、表-3に示している P_{cr}/P_y 、 E_t/E および K-Factorの値は二層目の値をとっている。固有値解析とノモグラフの計算法を

表-1 一層下端ヒンジ

設計基準	道路橋示方書		LRFD		文献7)
解析法	固有値解析	ノモグラフ	固有値解析	ノモグラフ	弾塑性解析
換算細長比	$\lambda_c = 0.6$				
P_{cr}/P_y	0.820	0.823	0.888	0.890	0.900
E_f/E	0.231	0.227	0.251	0.248	——
K-Factor	2.09	2.08	2.10	2.08	2.09
計算回数	4回	3回	4回	3回	——

表-2 一層下端固定

設計基準	道路橋示方書		LRFD		文献7)
解析法	固有値解析	ノモグラフ	固有値解析	ノモグラフ	弾塑性解析
換算細長比	$\lambda_c = 0.3$				
P_{cr}/P_y	0.965	0.967	0.971	0.972	0.972
E_f/E	0.0671	0.0652	0.0676	0.0659	——
K-Factor	1.02	1.01	1.02	1.01	1.01
計算回数	4回	2回	4回	2回	——
換算細長比	$\lambda_c = 0.6$				
P_{cr}/P_y	0.816	0.816	0.885	0.886	0.925
E_f/E	0.236	0.236	0.258	0.256	——
K-Factor	1.04	1.04	1.04	1.04	1.05
計算回数	4回	3回	4回	3回	——
換算細長比	$\lambda_c = 0.9$				
P_{cr}/P_y	0.654	0.653	0.742	0.741	0.712
E_f/E	0.455	0.457	0.528	0.530	——
K-Factor	1.07	1.08	1.09	1.09	1.08
計算回数	4回	2回	4回	2回	——

表-3 二層下端固定

設計基準	道路橋示方書		LRFD		文献7)
解析法	固有値解析	ノモグラフ	固有値解析	ノモグラフ	弾塑性解析
換算細長比	$\lambda_c = 0.6$				
P_{cr}/P_y	0.836	0.825	0.898	0.890	0.917
E_f/E	0.210	0.224	0.231	0.248	——
K-Factor	1.08	1.11	1.08	1.12	1.13
計算回数	6回	4回	6回	4回	——
換算細長比	$\lambda_c = 0.9$				
P_{cr}/P_y	0.597	0.638	0.687	0.716	0.667
E_f/E	0.527	0.476	0.615	0.571	——
K-Factor	1.34	1.23	1.34	1.27	1.26
計算回数	3回	4回	4回	4回	——

比較すると、 $\lambda_c=0.6$ のときは P_{cr}/P_y 、 E_r/E および K -Factor の値はいずれもかなり近い値を示している。 $\lambda_c=0.9$ のときは若干差が大きくなるものの最大誤差は 10% 以内である。これらの K -Factor の値は文献 7) と同じに近い値になっている。道路橋示方書の耐力力曲線を用いた場合と LRF D の耐力力曲線を用いた場合を比較すると、 K -Factor の値はこれまでの傾向と同じように、 E_r/E および P_{cr}/P_y の値は前者は後者より若干小さい値になった。 P_{cr}/P_y の値は、 $\lambda_c=0.6$ のときは LRF D の耐力力曲線を用いて求めた場合と文献 7) の値とかなり近い値になっており、 $\lambda_c=0.9$ のときは固有値解析と LRF D の耐力力曲線を用いた場合が文献 7) の値とは近い。

5 まとめ

表-1 から表-3 の計算結果を求める場合、ノモグラフを用いる E_r 法は計算回数 2~4 回、固有値解析を用いる E_r 法は計算回数 3~6 回で収束した。これらの表の結果から、ノモグラフを用いる E_r 法は従来の固有値解析を用いる E_r 法と座屈荷重、有効接線弾性係数、および有効座屈長の算定においていずれも殆ど変わらない計算結果を得ることが出来るといえる。よって、 E_r 法はノモグラフを用いても有効座屈長を十分な精度で算出できることが確認された。道路橋示方書の耐力力曲線を用いた場合と LRF D の耐力力曲線を比較すると、有効接線弾性係数 E_r および座屈荷重 P_{cr} については前者が後者より小さい値になった。これは道路橋示方書の耐力力曲線は LRF D の耐力力曲線よりも低い値で定められていることに起因する。今後は道路橋示方書と LRF D の基準を用いて鉛直荷重のみならず、水平荷重がある構造物に対しての精度と適用性について検討する必要がある。

参考文献

- 1) 吊橋主塔設計要領・同解説, 本州四国連絡橋公団, 1989年4月。
- 2) 道路橋示方書・同解説, 社団法人, 日本道路協会, 平成2年2月。
- 3) AISC: Load and Resistance Factor Design, 1986.
- 4) S.P.Zhou, Chapter 5 PLASTIC-ZONE ANALYSIS OF BEAM-COLUMNS AND PORTAL FRAMES, Advanced Analysis of Steel Frames, edited by W.F.Chen and S.Toma, CRC Press, 1993.
- 5) 野上邦栄: 鋼ラーメン柱の実用的座屈設計法に関する一提案, 土木学会論文集 No. 459, 1993.1
- 6) J.Y.Richard Liew, Limit States Design of Semi-Rigid Frames Using Advanced Analysis: Part2: Analysis and Design, J. Construct. Steel Research 26 (1993) 59-57.
- 7) 宇佐美 勉・垣内辰雄・水野克彦: 鋼ラーメン構造物の合理的設計式の一提案, 土木学会論文集. 第404号/I-11, 1989年4月
- 8) 宇佐美 勉: 鋼骨組構造物の座屈設計法の問題点, SGST 拡大研究会, 1991年11月。