

I-43

## 組合せ部材を用いた平面骨組構造物の全応力設計と最適設計の比較に関する研究

室蘭工業大学 学生員 杉本治暁、正員 杉本博之、東京都立大学 正員 野上邦栄

## 1.はじめに

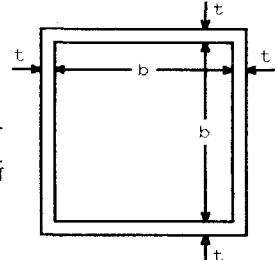
ラーメン構造物やトラス構造物などのいわゆる平面骨組構造物の設計において、現在、最も広く用いられている設計法の1つとして、全応力設計法が挙げられる。この設計法は、仮定した断面の下で構造解析を行い、得られた断面力に対して各部材毎に断面を照査し、全ての部材が応力を満足する設計を選択する。こうして得られた設計が収束するまでこれらの過程を繰り返し行う。そのため、構造解析の回数が少なく比較的効率の良い設計法と考えられる。しかし、ここで得られる設計は、設計変数が連続量の場合には唯一であるといわれているが、既製形鋼を用いる場合など設計変数が離散的な場合には唯一解とはならず、複数存在することがこれまでの研究<sup>1) 2)</sup>で確認されている。

平面骨組構造物の部材には、既製形鋼を用いる場合もあるが、組合せ部材を用いることもある。組合せ部材の場合も、板厚、板幅は離散的な値のみしか使用できないので、離散的な設計変数ということになるが、既製形鋼に比べて離散の程度ははるかに少ないので、疑似連続変数とみなされ、全応力設計の結果の（準）唯一性、（準）最適性は暗黙の内に保証されていると考えられて、設計に用いられて来たと思われる。

そこで本研究では、組合せ部材として正方形箱型断面を有する部材の断面寸法（板幅  $b$  は1cm刻みの値、板厚  $t$  は望ましいとされている16種類の値）を設計変数として、いくつかの小規模とは言えない平面骨組構造物について全応力設計を行い、疑似連続変数とみなされる組合せ部材を用いる平面骨組構造物の特性を検討した。既往の研究と同様に、初期設計をまったくランダムに1000回与えた場合の数値計算を行い、その結果を集計することにより全応力設計の多數性と初期設計依存性の検討および考察を試みている。また、全応力設計法には繰り返し計算の過程において許容設計が存在する。この許容設計も出力して同様に検討の対象としている。さらに本研究では、全応力設計法により得られた設計を基に、設計変数を連続量とする最適設計法による最適化を行い、その結果と比較することにより全応力設計法により得られた最良の設計の最適性についても検討し、考察を加えている。

## 2. 平面骨組構造物の全応力設計と最適設計

以下に、本研究で扱う全応力設計法、最適設計法および照査式について説明する。なお、使用鋼材は図-1に示した正方形箱型断面を有するものとし、その断面寸法（図-1の  $b$ 、  $t$ ）には、全応力設計法では、  $b$  は1 (cm) 刻みの値、  $t$  は以下に示す望ましいとされている16種類の値を採用した。



最適設計法では、  $b$ 、  $t$  とともに連続量としている。また、鋼種はSS41とした。 図-1 正方形箱型断面

\*望ましい板厚(mm) : 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 19, 22, 25, 28, 32, 34, 36, 38

## (1) 全応力設計法

本研究では、初期設計をまったくランダムに1000回発生し、それぞれについて収束計算を行いその結果を集計して考察する。以下に全応力設計法の過程を示す。

- ①初期設計を与え、これに対する構造解析を行い、各部材の断面力と有効座屈長を計算する。
- ②各部材の断面力と有効座屈長の下で、図-2に示した流れに従って、照査式を満足する最小の断面寸法を決定する。これを全部材について行う。

③新しく得られた設計に対して構造解析を行い、各部材の断面力と有効座屈長を計算し、新たに断面を照査する。そこで許容設計かどうかの確認を行い、許容設計でなければ、新設計を前設計として②へ返る。

④新設計と前設計が一致すれば、①の初期設計に対する全応力設計が得られたことになり、新たな初期設計の計算に移る。

一致しなければ、新設計を前設計として②へ返る。

ただし、②～④における繰り返し回数は20回までとした。

本研究では、上記の方法により設計を行い、得られた全応力設計と許容設計を集計している。さらに、許容設計が得られなかつた場合についても集計し、合わせて考察する。

## (2) 最適設計法

本研究の最適化問題は、目的関数、制約条件、設計変数により構成される。以下に、これらの定義について説明する。

1) 目的関数 : 鋼材総容積  $V$  (cm<sup>3</sup>)

$$V = \sum_{i=1}^n 4(b_i + t_i)t_i\ell_i \quad (1)$$

2) 制約条件 : 照査式

$$g_{ij} \leq 0 \quad (i=1 \sim n, j=1 \sim m) \quad (2)$$

3) 設計変数 : 断面寸法

$$\{X\} = \{b_i, t_i\} \quad (i=1 \sim n) \quad (3)$$

ここで、 $n$ は部材数で、 $b_i$ 、 $t_i$ 、 $\ell_i$ はそれぞれ部材  $i$  の板幅、板厚、部材長であり、 $g_{ij}$ は部材  $i$  の  $j$  番目の照査式で、 $m$ は照査式の種類の数である。

## (3) 照査式

以下に、本研究の設計で用いた照査式を示す。なお、これらはすべて道路橋示方書<sup>3)</sup>に従っている。

$$g_1 = -\frac{t}{0.8} + 1 \leq 0 \quad (4), \quad g_2 = \frac{\ell_e}{r} \cdot \frac{1}{120} - 1 \leq 0 \quad (5)$$

$$g_3 = \frac{b}{t} \cdot \frac{\sqrt{\sigma_y}}{2754} - 1 \leq 0 \quad (6)$$

・軸方向力が引張の場合

$$g_4 = \frac{\sigma_t}{\sigma_{ta}} + \frac{\sigma_{bty}}{\sigma_{ta}} - 1 \leq 0 \quad (7), \quad g_5 = -\frac{\sigma_t}{\sigma_{ta}} + \frac{\sigma_{bcy}}{\sigma_{bagy}} - 1 \leq 0 \quad (8)$$

$$g_6 = -\frac{\sigma_t}{\sigma_{ca1}} + \frac{\sigma_{bcy}}{\sigma_{ca1}} - 1 \leq 0 \quad (9)$$

・軸方向力が圧縮の場合

$$g_4 = \frac{\sigma_c}{\sigma_{caz}} + \frac{\sigma_{bcy}}{\sigma_{bagy} \left( 1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{eay}} \right)} - 1 \leq 0 \quad (10), \quad g_5 = \frac{\sigma_c}{\sigma_{ca1}} + \frac{\sigma_{bcy}}{\sigma_{ca1} \left( 1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{eay}} \right)} - 1 \leq 0 \quad (11)$$

ここで、 $\ell_e$ は有効座屈長、 $r$ は断面2次半径で、単位は(cm)である。また、 $\sigma_y$ は降伏応力度、 $\sigma_t$ は作用軸引張応力度、 $\sigma_c$ は作用軸圧縮応力度、 $\sigma_{bty}$ は強軸まわりの作用曲げ引張応力度、 $\sigma_{bcy}$ は強軸まわりの作用曲げ圧縮応力度、 $\sigma_{ta}$ は許容軸引張応力度、 $\sigma_{caz}$ は強軸まわりの許容軸圧縮応力度、 $\sigma_{bagy}$ は局部座屈を考慮しない強軸まわりの許容曲げ圧縮応力度、 $\sigma_{ca1}$ は局部座屈に対する許容応力度、 $\sigma_{eay}$ は強軸まわりの許容オイラー座屈応力度である。単位はすべて(kgf/cm<sup>2</sup>)である。

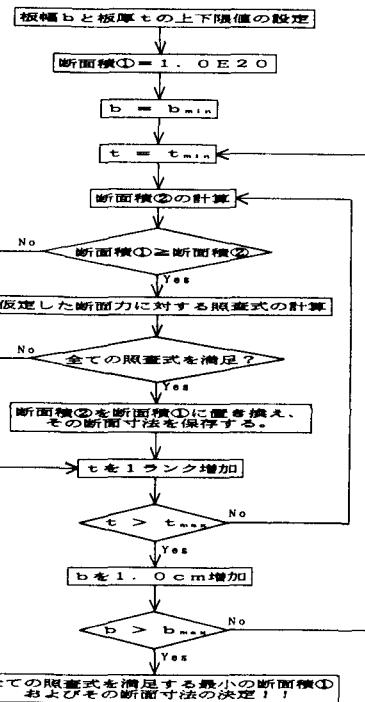


図-2 断面決定の流れ

### 3. 数値計算結果

以下に、本研究で設計の対象とした構造系を示し、計算結果を集計した図表により考察する。

#### (1) 設計の対象とした構造系

本研究では、図-3～6に示した4種類の構造系について設計を行った。いずれも水平荷重Pと垂直等分布荷重qを同時に載荷している。図-4の非対称ラーメンについてのみ水平荷重を左から載荷した場合と右から載荷した場合の両方を考慮して設計を行った。水平荷重Pは5(tf)、10(tf)、20(tf)の3通り、垂直等分布荷重qは10/L(tf/m)、20/L(tf/m)、30/L(tf/m)の3通り、支間長Lは2(m)、3(m)、4(m)の3通りとし、各構造系毎に合計27ケースについて設計を行った。

図中、( )内の数字は部材番号である。凸型ラーメン、凹型ラーメン、5層ラーメンについては左右の対称位置にある部材は同一断面としている。したがって設計変数の数は1部材について2つあることから、凸型ラーメンが12、凹型ラーメンが30、5層ラーメンが40となる。一方、非対称ラーメンについては全部材異なる断面としているため、設計変数の数は26となる。

#### (2) 全応力設計および許容設計の種類と総数

ここでは、全応力設計法によって得られた設計の種類と総数を表に示し、全応力設計の多數性、初期設計依存性および収束性について考察する。

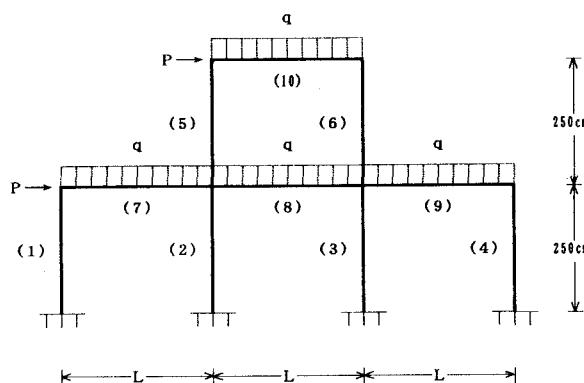


図-3 凸型ラーメン

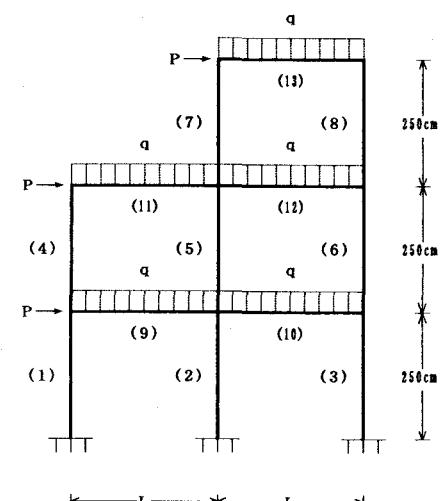


図-4 非対称ラーメン

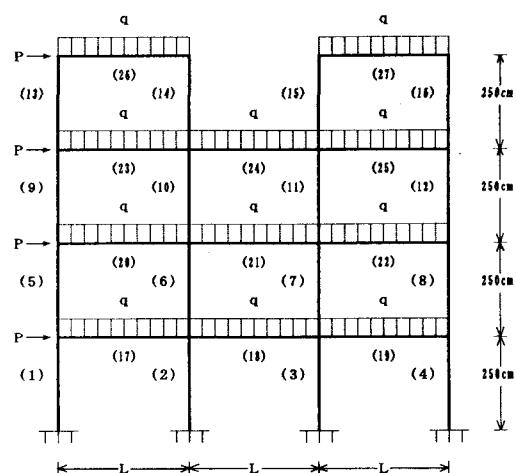


図-5 凹型ラーメン

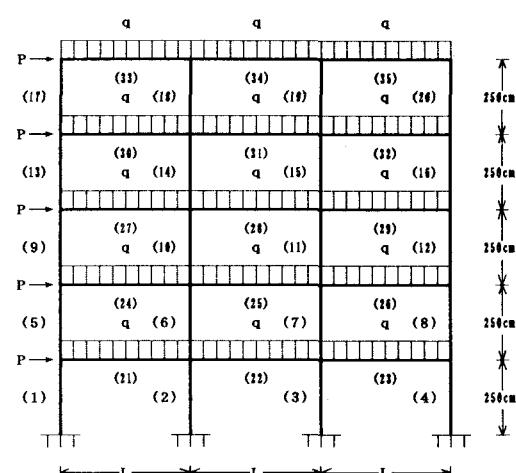


図-6 5層ラーメン

表-1に、初期設計をランダムに1000回与えた場合の、全応力設計および許容設計の総数と種類の数、さらに許容設計が得られなかった場合の数を集計して示してある。表中の〔/〕の右側の数字が得られた全応力設計、あるいは許容設計の総数を示し、左側の数字がその種類の数を示している。また、〔なし〕の欄には許容設計が得られなかった場合の数を示している。例えば、凸型ラーメンの支間長2(m)、荷重の組み合わせが〔5-10/L〕の場合には、全応力設計の総数が1000でその種類が40、許容設計の総数が1053でその種類が45であり、許容設計が得られなかったケースは0であることを表している。つまり、1000個の初期設計は何らかの設計にすべて収束し、その設計は40種類あるということである。また、許容設計の総数は1000を越えているが、これは全応力設計の総数に加えて、収束した設計より収束の過程で得られた許容設計の方が評価値が良い場合には、その設計もカウントしているためである。なお、収束した設計がない場合にもその過程の中で許容設計があれば、その中で最良の設計を許容設計としてカウントしている。

表の傾向を構造系毎に見ると、凸型ラーメンは、全応力設計の総数が多く、その設計の種類が比較的少ないことから、全応力設計への収束性が良く、同一の設計が得られる可能性が高いといえる。これに対し5層ラーメンは、全応力設計の総数が比較的少なく、その総数に対する種類の割合が非常に大きいことから、収束性は悪く、得られる設計の初期設計依存性が高いことがわかる。非対称ラーメンと凹型ラーメンは、凸型ラーメンと5層ラーメンの中間的な傾向を示している。従って、設計変数の数が増加するほど、収束性は悪化し、初期設計依存性が高まると考えられる。全体的な傾向は、垂直荷重が小さいほど、得られる全応力設計の総数に対する種類の割合が大きく、水平荷重が大きいほど全応力設計の総数は減少し、収束性は悪化している。以上より、既製形鋼の場合と同様に、全応力設計の多數性、および初期設計依存性が指摘される。

表-1 各構造系の全応力設計、許容設計の種類と総数

構造系	水平荷重	支間			3m			4m			
		2m	3m	4m	10/L	20/L	30/L	10/L	20/L	30/L	
凸型ラーメン	5	全応力設計	40/1000	27/1000	19/1000	55/1000	5/411	8/1000	30/952	7/1000	8/1000
		許容設計	45/1053	28/1009	38/1384	64/1056	16/1000	9/1024	36/1183	7/1000	9/1007
	10	全応力設計	34/976	37/892	26/1000	69/965	50/1000	4/50	101/987	27/1000	20/1000
		許容設計	56/1106	63/1310	37/1421	121/1302	55/1036	22/1000	119/1086	31/1006	21/1001
	20	全応力設計	27/901	44/692	66/853	45/808	130/783	24/918	99/866	71/871	30/913
		許容設計	62/934	89/993	97/1147	86/1015	173/977	44/1007	155/1095	93/1032	52/1040
非対称ラーメン	5	全応力設計	636/851	336/984	206/1000	260/517	172/887	79/1000	143/425	29/476	85/906
		許容設計	872/1125	436/1207	263/1190	527/1033	283/1149	165/1261	310/905	170/1045	135/1136
	10	全応力設計	491/545	332/495	56/134	447/508	161/487	75/374	246/422	62/144	118/496
		許容設計	915/1023	616/936	222/786	906/1017	385/971	257/967	599/925	306/840	329/1105
	20	全応力設計	240/275	284/331	181/231	276/301	234/263	191/340	158/214	70/98	99/219
		許容設計	765/862	733/830	516/779	773/860	623/713	480/784	663/799	506/652	508/829
凹型ラーメン	5	全応力設計	519/683	362/610	210/984	749/849	325/877	7/632	779/928	244/575	66/1000
		許容設計	780/1076	463/1009	244/1155	942/1072	400/1064	63/1067	1006/1177	413/1044	117/1160
	10	全応力設計	25/53	0	1	0	0	36	0	21	0
		許容設計	277/466	401/585	190/522	342/406	281/411	214/498	493/525	252/446	220/546
	20	全応力設計	530/856	698/1003	408/1004	811/1040	700/969	454/1014	986/1036	550/964	453/1069
		許容設計	202/33	39	115	117	35	32	91	11	11
5層ラーメン	5	全応力設計	147/271	98/222	139/313	158/211	256/300	233/337	201/214	340/395	331/475
		許容設計	442/714	375/660	447/1004	470/612	762/879	637/878	731/765	782/884	650/1058
	10	全応力設計	354/422	422	123	412	150	144	269	151	81
		許容設計	743/765	321/556	422/999	870/917	337/649	111/846	900/984	495/993	123/393
	20	全応力設計	1062/1103	535/1021	486/1071	1070/1115	577/1023	183/1016	1113/1266	533/1036	247/982
		許容設計	382/400	511/533	549/732	539/544	441/523	382/729	518/521	230/291	334/533
2層ラーメン	10	全応力設計	864/894	924/971	813/1065	1010/1018	843/1006	575/1035	1000/1005	694/845	682/1056
		許容設計	179	90	7	66	28	5	66	212	41
	20	全応力設計	163/167	203/212	161/213	190/190	301/311	234/297	201/201	327/343	88/131
		許容設計	601/617	705/746	585/695	644/645	823/852	632/786	709/709	815/844	546/779
	なし		414	275	328	382	184	248	313	176	247

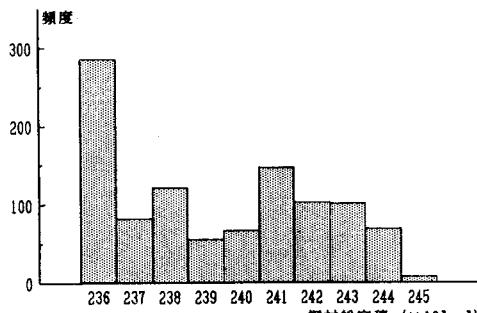


図-7 許容設計の頻度分布（凸型ラーメン）

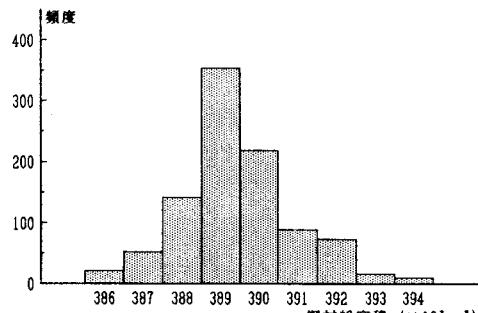


図-8 訸容設計の頻度分布（非対称ラーメン）

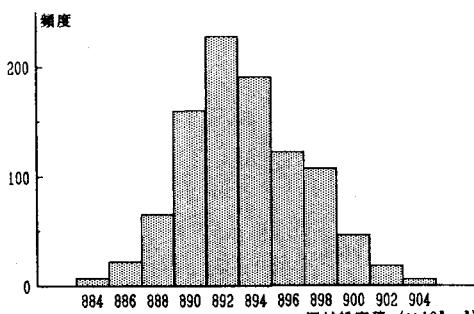


図-9 訸容設計の頻度分布（凹型ラーメン）

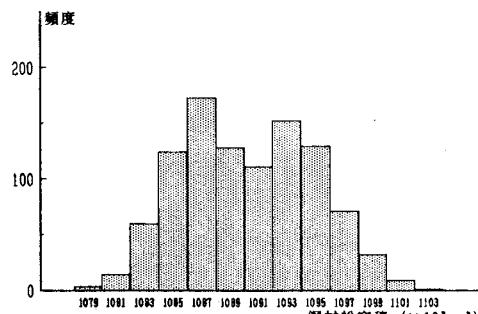


図-10 訸容設計の頻度分布（5層ラーメン）

### (3) 全応力設計法における許容設計の頻度分布

前項で、全応力設計の多數性が確認されたが、得られる設計が多數あってもその評価値の上下限の幅が小さければ、設計の多數性は余り大きな問題ではなくなると考えられる。そこで、許容設計の評価値の頻度分布を調べ考察する。図-7～10にそれぞれの構造系における、スパン3(m)、荷重[10-20/L]の場合の評価値の頻度分布を示した。横軸に評価値を取り、縦軸は頻度を取っている。図より、凸型ラーメンと非対称ラーメンの評価値の上下限の幅が、それぞれ $9000\text{cm}^3$ 、 $8000\text{cm}^3$ と比較的小さく、凹型ラーメンと5層ラーメンでは、それぞれ $20000\text{cm}^3$ 、 $24000\text{cm}^3$ と大きいことがわかる。また、凸型ラーメンでは、良好な評価値の設計を得る確率が比較的高く、他の構造系では、中間的な評価値に分布する傾向がある事等がわかる。

なお、良好な設計を得る確率は、凸型ラーメンで約30%、非対称ラーメンで約2%、凹型ラーメンで約0.7%、5層ラーメンでは約0.3%と、凸型ラーメン以外は非常に低い事が集計結果から明らかである。

### (4) 全応力設計法における許容設計と最適設計の比較

全応力設計法による最良の設計の最適性を検討するため、最適設計法による結果と比較し、考察を加える。

全応力設計法により得られた許容設計を基に、それぞれの構造系において、スパン3(m)、荷重[10-20/L]の場合について最適化を行い、その結果を表-2～5に示した。表中の初期値1、2、3は、許容設計の内、それぞれ最良、中間、最悪の設計を初期設計とした場合の結果である。総容積に注目すると、どの構造系についても、初期設計に関係なくほぼ同程度の値を与えている。これにより、最適設計法の目的関数に対する信頼性が確認された。ただし、表-2、3の凸型ラーメン、および非対称ラーメン

表-2 最適設計との比較（凸型ラーメン）

設計法	総容積 (m³)	変数	1	2	3	4	5	6
			b	23.0	20.0	27.0	28.0	25.0
全応力設計法	0.236	t	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80
最適設計 初期値1	0.234	b	32.0	20.1	26.7	27.5	24.5	25.4
最適設計 初期値2	0.234	t	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80
最適設計 初期値3	0.238	b	32.5	19.6	26.7	27.8	24.1	25.4
		t	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80

の最適設計法による結果を見ると、初期値によって設計変数の値の傾向が大きく異なる場合もあり、全応力設計の多數性に対応して、最適設計の多様性が現れている。

また、全応力設計法と最適設計法の評価値にそれほど大きな差が見られない事、さらに、設計の傾向が似かよっている事から、全応力設計法による最良の設計の最適性がある程度証明された。

表-3 最適設計との比較（非対称ラーメン）

設計法	総容積 (m <sup>3</sup> )	変数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
全応力設計法	0.386	b	17.0	46.0	31.0	32.0	28.0	32.0	29.0	27.0	36.0	35.0	30.0	30.0	27.0	
		t	0.80	1.20	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.90	0.90	0.80	0.90	0.80	
最適設計	初期値1	0.382	b	15.6	46.4	32.2	31.6	28.3	31.5	27.9	26.5	34.9	35.6	29.3	32.0	26.8
		t	0.80	1.19	0.81	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.89	0.90	0.80	0.81	0.80	
最適設計	初期値2	0.381	b	17.2	46.2	31.8	32.8	28.9	29.5	27.8	26.6	35.6	34.9	29.6	31.8	26.7
		t	0.80	1.17	0.81	0.81	0.80	0.80	0.80	0.80	0.90	0.89	0.80	0.81	0.80	
最適設計	初期値3	0.381	b	35.9	40.4	31.6	30.4	31.7	26.6	27.6	26.8	37.3	31.7	30.7	32.6	26.4
		t	0.86	1.03	0.80	0.80	0.81	0.80	0.80	0.80	0.92	0.81	0.80	0.83	0.80	

表-4 最適設計との比較（凹型ラーメン）

設計法	総容積 (m <sup>3</sup> )	変数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
全応力設計法	0.884	b	39.0	40.0	31.0	38.0	28.0	32.0	27.0	28.0	35.0	31.0	33.0	27.0	35.0	38.0	31.0	
		t	1.00	1.10	0.80	1.00	0.80	0.90	0.80	0.80	0.90	0.90	0.80	0.90	1.00	0.80		
最適設計	初期値1	0.861	b	38.5	41.9	32.1	37.0	25.9	33.5	26.9	27.5	34.9	35.0	32.8	37.9	32.8	32.1	26.3
		t	0.96	1.07	0.82	0.94	0.80	0.85	0.80	0.80	0.89	0.88	0.84	0.95	0.83	0.81	0.80	
最適設計	初期値2	0.863	b	35.3	43.5	34.0	35.6	22.4	34.6	26.8	27.5	35.4	35.4	34.1	36.1	32.1	34.2	26.3
		t	0.90	1.11	0.86	0.92	0.80	0.88	0.80	0.80	0.90	0.88	0.85	0.93	0.82	0.85	0.80	
最適設計	初期値3	0.863	b	39.4	41.1	32.6	37.0	23.3	34.4	26.9	27.6	35.9	33.1	32.5	38.2	32.4	33.6	26.4
		t	0.99	1.05	0.83	0.94	0.80	0.87	0.80	0.80	0.90	0.84	0.83	0.96	0.82	0.87	0.80	

表-5 最適設計との比較（5層ラーメン）

設計法	総容積 (m <sup>3</sup> )	変数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
全応力設計法	1.080	b	34.0	48.0	35.0	38.0	30.0	34.0	21.0	32.0	23.0	19.0	35.0	35.0	30.0	28.0	23.0	35.0	33.0	35.0	29.0	22.0	
		t	0.90	1.20	0.90	1.00	0.80	1.00	0.80	0.80	0.80	0.90	0.90	0.80	0.80	0.90	0.90	0.90	0.90	0.80	0.80		
最適設計	初期値1	1.066	b	37.7	45.8	33.0	39.5	31.5	33.9	21.1	30.8	22.2	19.2	33.4	37.7	35.0	34.2	31.6	32.2	27.3	28.5	23.0	21.3
		t	0.94	1.18	0.85	1.00	0.88	0.91	0.80	0.83	0.80	0.80	0.85	0.93	0.87	0.89	0.80	0.88	0.80	0.80	0.80	0.80	
最適設計	初期値2	1.067	b	37.4	45.2	34.2	38.7	31.6	35.2	20.6	31.0	22.9	18.9	35.3	33.2	34.6	33.8	30.5	33.7	27.2	28.7	22.8	21.8
		t	0.94	1.17	0.87	1.00	0.80	0.89	0.80	0.83	0.80	0.80	0.89	0.89	0.88	0.90	0.80	0.88	0.80	0.80	0.80	0.80	
最適設計	初期値3	1.070	b	33.1	48.0	34.5	39.3	32.3	34.2	20.5	31.6	21.8	19.0	32.9	40.6	34.2	34.4	33.2	31.7	27.1	29.1	23.4	21.3
		t	0.85	1.21	0.86	1.00	0.81	0.87	0.80	0.80	0.82	0.82	0.87	0.98	0.89	0.87	0.81	0.84	0.80	0.80	0.80	0.80	

#### 4. 結論

平面骨組構造物などの設計において最も一般的に用いられている全応力設計法について、いくつかの数値計算例を基に、その設計の多數性、初期設計依存性、および最適性に関する検討を行い考察を加えた。

得られた結果をまとめると、①設計変数の数が多いほど全応力設計への収束性が悪化し、初期設計依存性が高くなる。また、垂直荷重が小さいほど初期設計依存性が高く、水平荷重が大きいほど全応力設計への収束性が悪くなる傾向が見られた。結果的に、解の唯一性はまったく保証されない事が確認された。②全応力設計法により得られた許容設計の頻度分布から、評価値の上下限の幅が小さくはない事、最良の許容設計を得る確率は非常に低いという事が確認された。③最適設計法の目的関数に対する信頼性はほぼ確認された。また、全応力設計法による最良の設計の最適性がある程度証明された。

本研究の結果は、当初予想していた全応力設計数、許容設計数をはるかに上回るものであった。今後、初期設計の発生方法などに工夫を加え、さらに詳細な検討を試みる予定である。

#### 参考文献

- 1) 杉本博之・山本洋敬：骨組み構造物の離散的全応力設計に関する数値実験的研究、構造工学論文集、Vol.38A、pp.67-75、1993.
- 2) 杉本博之・杉本治暉・鹿 沢麗：既製形鋼を用いる平面骨組構造物の全応力設計の特性とGAの応用に関する研究、構造工学論文集 Vol.40A、1994。（掲載予定）
- 3) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 II 鋼橋編、丸善株式会社、1989.