

# I-37 GAによる複合体の最適設計における自動リンク・大変異の効果について

室蘭工業大学工学部 学生員 鹿 汐麗、正会員 杉本 博之

## 1. まえがき

遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm)<sup>1)</sup> は、最近、工業設計の様々な分野で応用され、注目されている。この手法は、従来の数理計画法では解くことが困難であった種々の問題に容易に応用でき、理論も簡単であるので、構造設計のための有力な手法として大きく期待されている。

ただ、実際の応用は、また問題がある。得られた解の信頼性の保証がないこと、（設定した人口サイズ） $\times$ （世代数）の解析が必要であり、効率が悪いことなどである。一般に、GAにおいては、設計変数の数の増加と共に人口サイズは多く取る必要があり、設計変数の数が多い構造設計の問題では、構造解析の数がかなり多くなり、GAの利用は非常に非効率になる場合もある。

本研究は、複合材料から構成される弾性体の設計を対象としているが、この問題は、有限要素解析のための各要素の材料が設計変数になるため、設計変数の数はかなり多くなり、従来のGAのみでは、計算時間が多くかかり、また安定的に良好な解を得る保証は少ない。そのため、解の信頼性の向上、及び構造解析の数の減少が課題であった。そこで、複合材料から構成される弾性体の設計のためのGAの信頼性と効率の向上のために、『自動リンク』、『人口サイズの縮小』、及び『大変異』を導入し、数値計算例によりその効果を検討した。複合材料からなる弾性体の設計問題は、ゴム製品等の設計に応用できるが、その他、弾性体の基本的な構成・形状の研究に役が立つと考えられる。

## 2. 複合材料からなる構造のGAによる最適設計

本研究の最適な材料選択問題においては、構造解析は有限要素法で行われ、その有限要素モデルの各要素の材料を決定する問題となる。設計変数はそれぞれの要素の材料であり、異なる材料間ではそのヤング率、材料コストは異なるとしている。隣り合う要素の材料が同じであれば、それらは一つの部材といい、一体として加工されるとする。図-1が6部材の例であるが、それぞれの部材が接着されて、一つの構造体を形成する。設計の目的は製造コストを最小化することである。製造コストは、使用する材料コストと部材の加工コスト、及び部材間の接着コストから構成されると考える。つまり、同一のパフォーマンスを有する材料の組み合わせであれば、部材数が少ない事がコストダウンの要因となる。接着コストを部材の加工コストの中に含めて考えた場合、本研究の目的関数及び最適化の問題は、以下のように定式化できる。

$$\text{目的関数: } O = \sum_{i=1}^{NE} \alpha_i \cdot v_i + \gamma \cdot N \quad (1)$$

$$\text{制約条件: } g_j(\{z\}) \leq 0 \quad (j = 1, m) \quad (2)$$

$$\text{設計変数: } z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\} \quad (3)$$

ここで、 $z_i$  は設計変数  $i$  の材料、 $\alpha_i$  は材料  $z_i$  に対応する材料コスト（単位／ $m^3$ ）、 $v_i$  は各要素の体積（ $m^3$ ）、 $NE$  は要素の数、 $n$  は設計変数の数（要素間をリンクする場合は、 $NE$  とは一致しない）、 $m$  は制約条件の数、 $N$  は部材の数である。 $\gamma$  は部材の加工費（単位／部材）であり、部材の大きさに関係なく一定値とする。

本研究では使用される材料は8種類とした。それぞれの

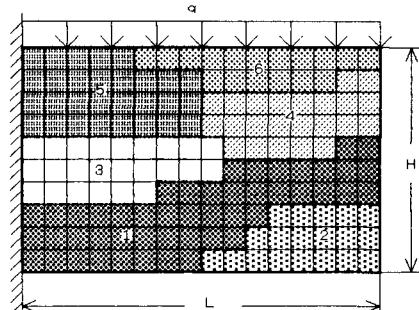


図-1 6部材の場合の有限要素モデル

材料の特性と模様を表-1に示した。この問題では、考えられる設計の組合せは8<sup>n</sup>組あるが、構造は有限要素モデルで表されるので、設計変数の数nは一般にかなり多いことになり、列挙法等の手段は無理である。また、式(1)～(3)に定義される問題の設計変数は離散的であり、目的関数は非連続な関数である。このような大規模でかつ離散性の強い設計問題に対しては、従来の数理計画法で解を得ることは困難である。そこで、比較的効率的に、そして何らかの設計の指針になるような合理的な解を得るためにGAの応用を試みた。

一方、様々な設計問題においては、実際の加工・作製、施工等いろいろな面を考慮するため、設計者の意志により目的関数にある係数を設定することがよくある<sup>2)</sup>。本研究の問題は、式(1)に定義された目的関数において、γは構造に用いられる部材数Nの目的関数への影響を表す係数と設定されている。γを0に設定すると、問題は材料コストのみを最小化する問題になり、各要素の材料がそれぞれ、多種類の材料を用いる構造になると考えられる。一方、γを適当な値に設定すると、構造の材料コストがなるべく最小、かつ部材数も少ない、より現実的に製造可能な設計を得ることができると考えられる。

### 3. GAと自動リンク、人口サイズの縮小、大変異

GAは、ダーウィンの自然淘汰説に基づく、基本的に淘汰、交叉、突然変異の三つの遺伝的オペレータで構成される。この方法は、離散的な要因を含む最適設計問題に有力な手法であり、広い設計空間の中から速やかに準最適解を見つけるといわれている<sup>3) 4) 5)</sup>。しかし、多数の設計変数、膨大な設計空間を有する問題では、なかなか安定的に良好な解を得ることは難しく、その問題の特徴によって、何らかの手法を導入し、GAの信頼性を向上させることは必要である<sup>3) 4)</sup>。

#### (1) 『自動リンク』の概念と導入

本研究の問題においては、式(1)に定義されたように、目的関数の最小化は、各要素の材料コストを考慮すると共に、構造に用いられる部材の数も製造コストダウンの一つ大きな要因となっている。しかし、この問題にGAを適用する時、ランダム性を持つ交叉オペレータは新設計を生み出すと同時に、揃ってきた材料を分断してしまうこともよくある。一方、進化が進むに伴って、集団中の線列の間、共通する部分は多くなる傾向が観察される。従って、進化によって、集団の中に明らかに生成してきた良い形質を保護し、再び分断されないように『自動リンク』を試みた。

自動リンクの概念を図-2の構造例で説明する。図-2の設計1、設計2、設計3はある段階に進化してきた集団中、適応関数の値が最も高い三つの設計(線列)であるとする。同じ模様を持つ要素は同一の部材に属することになるので、三つの設計の要素2、8、9、14番に着目すると、それぞれ同じ材料を持ち、共通な部分となっていることがわかる。この段階でこれらの4つの要素をリンクさせ、以後の進化において、一つの設計変数として取り扱うのが、自動リンクの考え方である。これで、進化途中のある世代で生まれた良い形質が保護され、その影響も周囲に広がっていき、GAの信頼性の向上が期待できると考えられる。

自動リンクは、明らかに生成してきた良い形質を保護する方法なので、適当な世代間隔で導入される。導入する世代では、前述のように、まず、最も良い幾つかの線列を参考し、それらの共通な部分により、リンクの関係を立てる。その関係によって集団中のすべての線列を変化させる。図-4に、その変化的流れを簡単に示した。ここで、元の線列iはリンクされる前の集団中の任意の線列である。リンクされた設計変数に対応する線列のビットは、図に示すように、それぞれのリンクされたグループ内の最初の設計変数に対応するビットを用いることにした。

表-1 使用材料と材料特性

rank	allowable stress kgf/cm <sup>2</sup>	Young kgf/cm <sup>2</sup>	material cost unit/m <sup>3</sup>	pattern
1	140	0.4×10 <sup>6</sup>	2.75×10 <sup>-3</sup>	□□□□
2	200	0.5×10 <sup>6</sup>	3.00×10 <sup>-3</sup>	▨▨▨▨
3	400	0.7×10 <sup>6</sup>	3.45×10 <sup>-3</sup>	▨▨▨▨
4	850	1.1×10 <sup>6</sup>	4.50×10 <sup>-3</sup>	▨▨▨▨
5	1300	1.4×10 <sup>6</sup>	5.20×10 <sup>-3</sup>	▨▨▨▨
6	1700	1.7×10 <sup>6</sup>	6.00×10 <sup>-3</sup>	▨▨▨▨
7	2400	2.1×10 <sup>6</sup>	7.10×10 <sup>-3</sup>	▨▨▨▨
8	4000	3.0×10 <sup>6</sup>	10.0×10 <sup>-3</sup>	▨▨▨▨

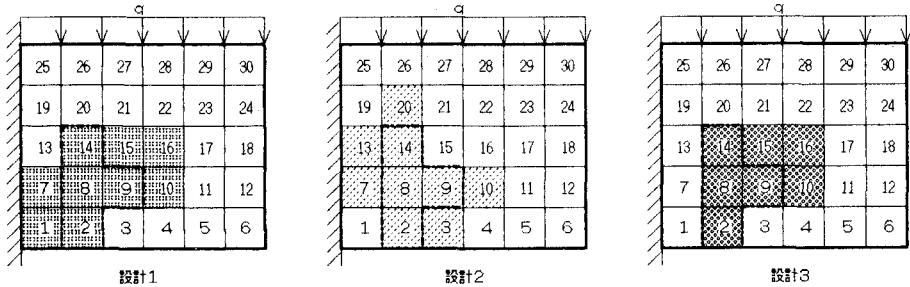


図-2 3線列を参考にした場合の自動リンクの説明

元の線列 i	000	·	101	·	111	·	100	·	001	·	101	·	110	·	100	·	110	·	001
元の設計変数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10									
リンクの関係																			
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
リンクされた設計変数	1	2	3								4	5	6	7					
リンクされた線列 i	000	·	111	·	100	·					101	·	100	·	110	·	001		

図-3 自動リンクにより線列を変化させる流れ

### (2) 『人口サイズの縮小』について

GAでは、人口サイズは結果に大きい影響を与える。大きい人口サイズは集団の多様性が良く、初期収束を防ぐ効果があり、解の信頼性を保持するために必要ではあるが、構造解析の数は多くなる。適当な人口サイズは設計変数の数とも関係すると思われるが、本研究では、前記のように、自動リンクにより設計変数の数を世代が進むに従って減少させている。そこで、設計変数の減少と共に、人口サイズも縮小させ、効率を上げることを試みた。

『人口サイズの縮小』は、自動リンクを導入する世代のみで行い、次式により変化させることとした。

$$ISIZE^{(k)} = \text{MAX} [\eta \cdot ISIZE^{(k-1)}, 3 \cdot n^{(k-1)}, 50] \quad (4)$$

ここで、 $ISIZE^{(k)}$  は新しい人口サイズ、 $ISIZE^{(k-1)}$  は前世代の人口サイズ、 $n^{(k-1)}$  は前世代の設計変数の数、 $\eta$  は人口サイズの縮小の割合である。

人口サイズの縮小は、進化を加速させるが、集団の多様性を失いやすく、局所解に収束してしまう恐れがあると考えられる。それで、集団中、同じ線列は一個のみ残されるという戦略を採用した。つまり、自動リンクを導入する世代で、集団の適応関数の平均値以上の線列は、まず一個ずつ残され、 $ISIZE^{(k)}$  までの不足な部分を、他の線列から各適応関数の値の相対的関係により確率的に選ぶ。これにより、集団の多様性の質をなるべく保持し、人口サイズの減少ができるのではないかと考えた。

### (3) 『大変異』について

GAでは、進化が進行するにつれて、集団中の線列が似たものになってくる。そのため、初期収束、限られた範囲内に収束してしまうことになる。それで、本研究において、高い確率の突然変異（後記の計算例では確率50%）を『大変異』と名づけ、適当な世代間隔で導入することにした。GAでは、突然変異は一般に低い確率で使われ、あまり大きい役割を果たさない。高確率の突然変異は、GAがランダムサーチになってしまい危険をもたらすと思われる。しかし、場合によっては少ない頻度で高確率の突然変異を行うことにより、解の改善を図ることができる<sup>6)</sup>。本研究は自動リンク、人口サイズの減少も取り入れたため、進化の進むに伴って、集団中に似た線列の数が相対的に多くなり、探索空間が狭くなってしまうと考えられる。大変異を導入することによって、進化を継続させ、GAの信頼性の向上に有効であると考えられる。

大変異は常時の突然変異と同様に、まず、集団中の線列毎に対して行われるかどうかを決定する。常時の突然変異と異なるのは、この確率を高く設定することである。大変異を行うことになった場合は、その線列中からランダムにビットを一つ選んで反転させるのは、常時の突然変異と同じである。

例えば、下の線列 iにおいて、12番目のビットがランダムに選ばれ、1から0に変わることになる。

$$\text{線列 } i : \quad 000 \cdot 111 \cdot 100 \cdot 10 \underline{1} \cdot 100 \cdot 001 \quad \xrightarrow{\text{(反転)}} \quad 000 \cdot 111 \cdot 100 \cdot 10 \underline{0} \cdot 100 \cdot 001$$

## 5. 数値計算例

図-4に示す72要素の有限要素モデルを一例として、本論文の自動リンク、人口サイズの縮小、大変異の効果、及び、GAが目的関数に設定した係数にどう反応するかについて検討している。

この問題において、制約条件はA点の変位を条件としており、6.0 mm以内としている。弾性体の厚さは10 cm、平面応力で解析する。交叉は一点交叉であり、確率は60%、常時の突然変異の確率は5%、最大繰り返し世代数は100としている。

ここで、72要素の有限要素モデルは対称構造なので、設計変数の数は36である。従って、考えられる組合せの数は $8^{36}$ である。式(1)において、 $\gamma$ の値は、0.001に設定した時の結果を表-2に示した。突然変異は、[常時の5%]のみの場合と、[50%の確率]の大変異も、10世代毎に行う場合のケースについて検討している。人口サイズの縮小は、[する場合 ( $\eta = 80\%$ )]と[しない場合 ( $\eta = 100\%$ )]のケースについて検討している。自動リンクは、[しない場合 (自動リンクの開始の世代数が $\infty$ )]と[20世代、30世代、及び40世代目から開始する]ケースを検討している。これらの表中、[常時の突然変異のみ]、[ $\eta = 100\%$ ]、及び[自動リンクの開始世代数が $\infty$ ]の場合は、単純GAに相当する。これらの表には、各条件毎に、式(1)の目的関数の値、<>内に最も良い目的関数の値が得られた世代数と、最終の世代数が、また、それらの下には、要した構造解析の数が示されている。

### (1) 自動リンクの効果について

72要素の有限要素モデルの結果を表-2にまとめてある。表中、1番上の、常時の突然変異のみ、かつ人口サイズの縮小がない場合の結果より、自動リンクの効果を見ることができる。表に示すように、目的関数の値は、単純GAの結果が0.041740なのに対し、自動リンクを用いることにより、0.03404、0.03580、0.03555といずれも減少したことがわかる。これにより、自動リンクの効果はあると考えられる。

自動リンクに単純に人口サイズの縮小を加えた場合の結果は、それらの下の欄に示されている。この場合は、構造解析の数は80%程減少しているが、目的関数の値は、逆に増えており設計の改善は見られなかった。

### (2) 大変異の効果について

次に、大変異の効果を、表の下半分に示されている結果より見ていく。これらの計算例では大変異は、自動リンクを行った世代の15世代後から、10世代間隔で行われている。表-2の上の6ケースと、それらに対応する下の6ケースを比較すると、5ケースの場合で目的関数の値は少なくなっているが、本研究で用いた大変異の効果はあったと考えられる。特に、大変異と共に人口サイズを縮小させた最下欄の結果では、目的関数値のみならず、構造解析の数も減っており、これらの計算例では、大変異、自動リンク、及び人口サイズの縮小の組合せにより、解の信頼性を落とさないでGAの効率を上げることができたと考えられる<sup>1)</sup>。

72要素の有限要素モデルの単純GAによる要素の材料選択の結果と、[20世代からの自動リンク]、[大変異]、及び[人口サイズの縮小]を取り入れた材料選択の結果は、図-5と図-6に示されている。図-5は、単純GAによる要素の材料選択の結果を示した図である。部材数は11であり、目的関数の値は

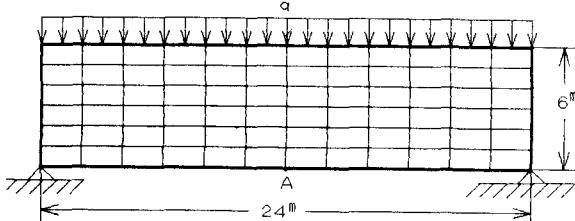


図-4 72要素の有限要素モデル

表-2 72要素の有限要素モデルの設計の結果

probability of mutation	population reduction	generation of link-start			
		$\infty$ (simple GA)	20th generation	30th generation	40th generation
5% for every generation	100%	objective 0.04174 <52/63>	0.03404 <66/82>	0.03582 <88/100>	0.035550 <90/95>
		number of analyses 2976	3022	3758	3480
	80%	objective 0.034480 <50/66>	0.035520 <62/67>	0.036340 <69/80>	
		number of analyses 2288	2714	2941	
5% for every generation & 50% for every 10th generation	100%	objective 0.032550 <85/95>	0.035060 <68/74>	0.03465 <99/100>	
		number of analyses 3990	3578	3587	
	80%	objective 0.032360 <64/71>	0.034740 <70/78>	0.037300 <70/73>	
		number of analyses 2544	2978	2922	

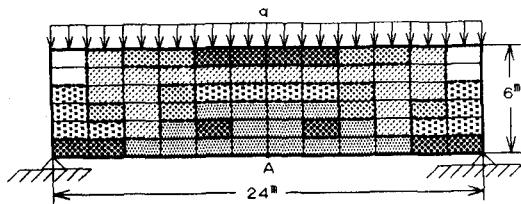


図-5 単純GAの結果

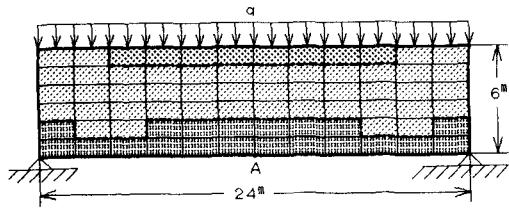


図-6 自動リンク、大変異、人口縮小の結果

表-2に示すように0.04174である。一方、図-6は、[20世代からの自動リンク]、[大変異]、[人口サイズの縮小]を取り入れた結果であり、部材数は3、目的関数値は0.03236である。これらの結果の比較から見ても本研究の方法の効果は明らかである。

72要素の有限要素モデルの単純GA、及び[20世代から自動リンク]を取り入れた場合の計5ケースの収束過程を図-7に示している。図に示したように、自動リンク、特に、20世代での自動リンクの効果が良く見られた。一方、大変異の効果は進化の前半にあまり見られず、後半にかけて、やはり大変異が行われた場合に、解が改善され、有効な進化が続いた傾向が見られた。単純GAと比較して、自動リンクの効果、及び大変異を考慮することによる全体的な解の改善が良くわかる。

### (3) 目的関数に設定した係数 $\gamma$ についての検討

この問題において、GAは目的関数に設定した係数にどうの程度に反応するかについても検討している。そのため、式(1)に定義された目的関数の中に、構造に用いられる部材数Nが目的関数への影響を表す係数 $\gamma$ の値を、0.0、0.001、0.003の3種類に設定した。単純GA、及び[20世代から自動リンク]を取り入れた場合の計12ケースの結果を表-3に示している。表の各欄毎に、上は目的関数の値、<>内

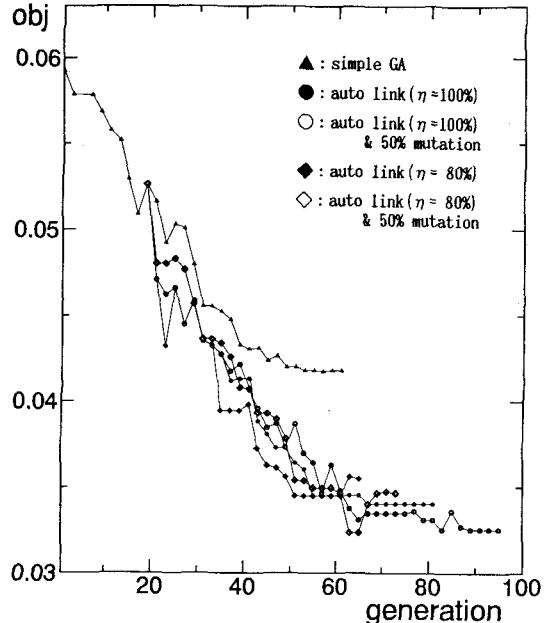


図-7 単純GA、大変異等と収束状況

表-3 係数 $\gamma$ の値についての検討結果

$\gamma$		generation of link-start			
		$\infty$ (simple GA)	20th generation	30th generation	40th generation
0.000	objective	0.02796 <3986>	0.02797 <3317>	0.02829 <3428>	0.028330 <3186>
	number of member	25 部材	17 部材	24 部材	20 部材
0.001	objective	0.04174 <2976>	0.03404 <3022>	0.03582 <3758>	0.035550 <3480>
	number of member	11 部材	3 部材	4 部材	4 部材
0.003	objective	0.05241 <3540>	0.04078 <2752>	0.039660 <3540>	0.04101 <2900>
	number of member	7 部材	2 部材	2 部材	2 部材

は要した構造解析の数であり、その下の数字は構造の部材数Nである。表より、いずれの場合でも、 $\gamma$ の値の増大に伴って材料が削り、部材の数が減ってくることがよくわかる。または、 $\gamma$ が0.0の場合には、部材数Nの影響が目的関数に含まれないので、自動リンクを導入しても効果が余り現れていない。

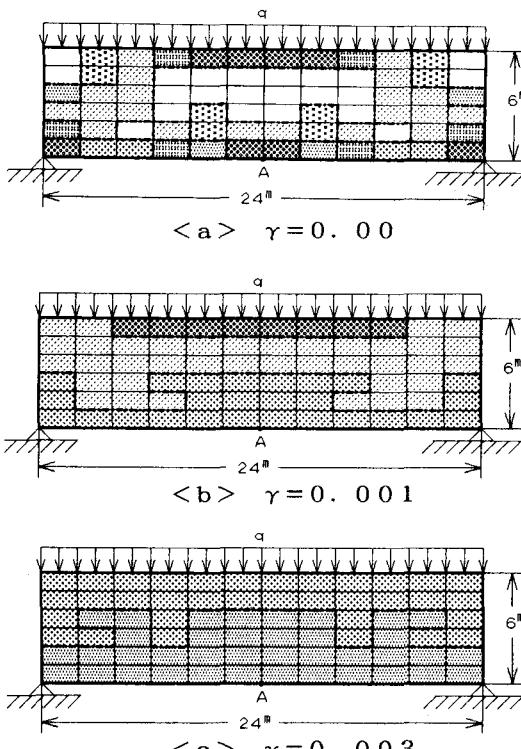
この表中、20世代で自動リンクを取り入れ、 $\gamma$ を0.000、0.001、0.003に設定した結果を図-8に示しているが、それぞれ17部材、3部材、2部材の結果となっている。これらの結果により、GAは目的関数に適当に設定した係数に反応しており、合理的な設計を与えたと思われる。

## 6. あとがき

複合材料から構成される構造の最適な材料選択問題を定式化し、このような、多数の設計変数を有する離散的最適設計問題にGAを応用することを試みた。本研究の自動リンク、大変異、及び人口サイズの縮小は、GAの効率、及び信頼性の向上に効果があったことが、数値計算例により示され、またGAは、設計の目的関数に適当に設定した係数に反応しており、より合理的な設計を与えたと考えられる。

## 参考文献

- 1) Goldberg, D. E.: *Genetic Algorithms in Search Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- 2) 鹿沢麗・杉本博之: GAの非連続目的関数を有する構造設計への応用、土木学会北海道支部論文報告集、第49号、1993.
- 3) 杉本博之・鹿沢麗・山本洋敬: 離散的構造最適設計のためのGAの信頼性向上に関する研究、土木学会論文集、No. 471/I-24、pp. 67-76、1993.
- 4) 杉本博之・山本洋敬・笛木敏信・満尾淳: GAによる仮設鋼矢板土留工の設計最適化に関する研究、土木学会学論文集、No. 474/VI-20、pp. 105-114、1993.
- 5) 杉本博之: GAの工業設計への応用にむけて、数理科学、No. 353、pp. 45-50、1992.
- 6) 田村亨・杉本博之・上原孝之: GAの道路整備順位決定問題への適用、土木学会論文集、掲載予定。
- 7) 杉本博之・鹿沢麗: 複合材料からなる構造のGAによる最適設計に関する基礎的研究、第43回応用力学連合講演会、掲載予定。

図-8  $\gamma$ の値に対する結果の比較