

I-35

寒冷地道路トンネルの地山の熱伝導率の逆解析

北海道大学工学部	正員	三上 隆
北海道開発コンサルタント	正員	須田 英嗣
北海道開発コンサルタント	正員	林 憲造
北海道大学工学部	正員	佐伯 昇
北海道大学工学部	正員	芳村 仁

1、はじめに

寒冷地道路トンネルは、地山凍結による覆工の変形、凍結融解によるコンクリートの劣化など、いわゆる凍害を受ける危険性が大きい。その対策を考える上での基本的な問題は、地山の温度挙動を知る事であり、そのためには地山の熱伝導率、熱容量などの熱特性値を出来るだけ正確に評価する事が大事である。

そこで、本研究では、トンネル・地山系の温度の時間変化の観測値をもとに熱特性値を同定する逆問題の解析手法として非線形最小二乗法¹⁾と非定常熱伝導問題に対する選点法を用いた逆解析手法を検討する。

2、トンネル地山モデルと基礎方程式

トンネルと地山部の2つの要素から成る一次元モデルを考える。各要素に対し位置座標 x を定めれば、各要素の温度分布 $u_n(x, t)$ を支配する熱伝導方程式は次のように表される。

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} = a_n^2 \frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2} \quad (n=1, 2) \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここで $n=1$ はトンネル部、 $n=2$ は地山部を表す。 $a_n^2 = k_n / (\rho c)_n$ は温度伝播率であり、 $k_n =$ 熱伝導率、 $(\rho c)_n =$ 熱容量である。

トンネルと地山の接触面で成立する条件は以下となる。

$$u_1 \Big|_{x=\ell_1} = u_2 \Big|_{x=0}, \quad k_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \Big|_{x=\ell_1} = k_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 $\ell_1 =$ 覆工厚である。

トンネル内空側と地山側の温度に関する境界条件は次のようである。

$$-k_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha \{ u_0 - u_1 \Big|_{x=0} \} \quad \dots\dots\dots(3.1)$$

$$u_2 \Big|_{x=\ell_2} = u_m \quad \dots\dots\dots(3.2)$$

ここで、 $\alpha =$ 熱伝達率、 $u_0 =$ トンネル内空側の温度、 $u_m =$ トンネル建設地点の年平均気温、 ℓ_2 は地山長で次式によって定める。

$$\ell_2 = 243.16 \sqrt{k_2 (\rho c)_2} \quad \dots\dots\dots(4)$$

An Inverse Analysis for Heat Conduction Problem in Road Tunnels

by Takashi MIKAMI, Eiji SUDA, Kenzo HAYASHI, Noboru SAEKI and Jin YOSHIMURA

3、非定常熱伝導方程式の離散化解析

基礎方程式の解法には、離散化手法を用いることにし、ここでは空間変数(x)に対しては選点法²⁾、時間(t)に対してはWilsonとCloughの無条件安定な差分スキーム³⁾を用いて離散化する。ここでは、各手法の詳細は文献2)、3)に譲り、最終の方程式のみを示すことにする。

選点法の適用の結果、時間に関する1階常微分方程式は次のマトリックス方程式となる。

$$[C] \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} \right\} + [K] \{u\} = \{F\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで{u}は系全体の内部選点における温度である。

上式にWilsonとCloughのスキームを適用すれば、時間tに関する次の漸化式が得られる。

$$\left([C] + \frac{2}{\Delta t} [K] \right) \{u\}_t = [K] \left(\frac{2}{\Delta t} \{u\}_{t-\Delta t} + \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} \right\}_{t-\Delta t} \right) + \{F\}_t \quad \dots\dots (6)$$

ここでΔtは時間刻みである。

4、非線形最小二乗法

ここでは、測定点における温度の計測値と計算値との残差二乗和を最小にするパラメータ(未知量)を求める最適化問題に帰着させて解析する。

ある測定点における時刻 t_i での温度計測値を $\bar{u}_i$ 、パラメータ値を仮定して式(6)により非定常熱伝導問題を解析して得られる対応する測定点での同時刻における温度の計算値を u_i とすれば、最小二乗和は次式となる。

$$S(x) = \sum_{i=1}^m (u_i - \bar{u}_i)^2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

式(7)にNewton法を適用すれば、解は反復改良によって以下のように得られる。

$$J^T J \Delta x = J^T (\bar{u} - u) = J^T \Delta u = b \quad \dots\dots\dots (8.1)$$

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \Delta x \quad \dots\dots\dots (8.2)$$

ここでJはヤコビアン行列であり、前進差分近似で算出する。

5、数値計算例

一般国道37号豊浦町礼文華トンネルの実測温度データが、本手法の有効性の確認に用いられた。覆工厚さ $\varnothing_1=0.6\text{m}$ 、覆工部のkと(ρc)にはそれぞれ、 $k=2(\text{kcal/mh}\cdot\text{c})$ 、 $\rho c=600(\text{kcal/m}^3\cdot\text{c})$ を用いた。また、年平均気温は $u_m=8.3\cdot\text{c}$ 、トンネル内空側の温度 u には、図-1に示すような昭和62年12月1日～昭和63年1月31日の日平均気温を用いた。以下に、地山・覆工境界の測定値による地山の熱伝導率kと熱容量ρcの同定結果を示す。なお、収束判定は次式によった。

$$|\Delta k| < 10^{-5} \quad , \quad |\Delta \rho c| < 10^{-3}$$

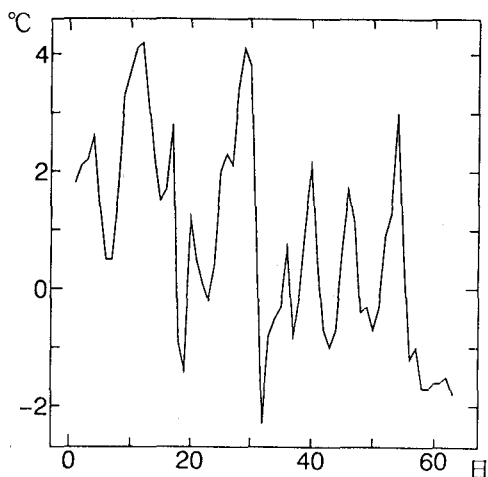


図-1 トンネル内空温度 u_0

1) 熱伝導率 k の同定

表-1 は、地山の熱容量 $\rho c = 500$ で既知とした場合の熱伝導率の初期値と、それに対する収束値を計算の反復回数とともに整理したものである。この表より、初期値によらず、比較的少ない反復回数で、一定の収束値が得られている。

図-2 は、熱伝導率 $k = 5, 4$ および同定された $k = 3.018$ に対する温度の計算値と実測値を比較したものである。明らかに収束値 $k = 3.018$ に対する結果は良好である。

表-1 種々の初期値 k に対する収束値

初期値 k	反復回数	収束値 k
0.5	5	3.018
1	4	3.018
2	5	3.018
5	5	3.018

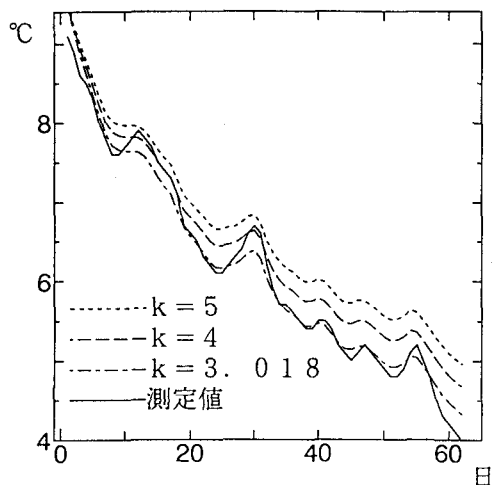


図-2 実測値と計算値の比較
(k をパラメータとする場合)

2) 熱伝導率 k と熱容量 ρc の同時同定

表-2 に k と ρc の逆算結果を示す。初期値は4つの組み合わせを試みたが、いずれも同一の収束値が得られている。このように様々な初期値から出発して同じパラメータ値が推定できたのは、解の一意性、信頼

性を保証している。

図-3は、温度実測値と計算値を比較したもので、推定値に基づく結果は実測値によく一致している。

表-2 k と ρc の種々の組み合わせに対する収束値

初期値	反復回数	収束値
$k = 0.5 \quad \rho c = 100$	9	$k = 3.131 \quad \rho c = 483.7$
$k = 0.5 \quad \rho c = 1200$	10	$k = 3.131 \quad \rho c = 483.7$
$k = 2 \quad \rho c = 500$	8	$k = 3.131 \quad \rho c = 483.7$
$k = 5 \quad \rho c = 100$	9	$k = 3.131 \quad \rho c = 483.7$

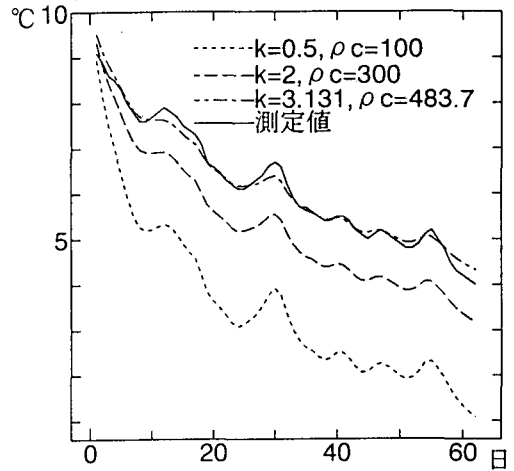


図-3 実測値と計算値の比較

(k と ρc をパラメータとする場合)

6、あとがき

地山の熱伝導率・熱容量の推定について、非線形最小二乗法と非定常熱伝導問題の数値解法（空間に対しては選点法、時間に対してはWilsonとCloughのスキーム）を組み合わせた逆解析法について述べた。実トンネルの実測値を用いた数値シミュレーションにより、本手法の有効性を確認できた。

〈参考文献〉

- 1) 中川 徹・小柳 義夫：最小二乗法による実験データ解析、東京大学出版会
- 2) 三上 隆・芳村 仁：選点法による回転殻の応力波伝播問題の解法、土木学会論文集、第374号／I-6, 1986
- 3) O.C.Zienkiewicz and Y.K.Cheung (吉識 雅夫 監訳)：マトリックス有限要素法、培風館、1970