

I-11

半剛結横移動骨組柱の有効座屈長の算定

室蘭工業大学 正員 岸 徳光
 名古屋工業大学 正員 後藤 芳顯
 室蘭工業大学 正員 松岡 健一
 室蘭工業大学 学生員 小室 雅人

1. はじめに

限界状態設計法に基づいた構造物の設計は、使用限界状態と終局限界状態における安全性照査のもとに行うものである。鋼骨組構造に関する AISC-LRFD の設計基準¹⁾では、接合部剛性のレベルより構造形式を剛結接合構造 (FR 構造) と半剛結接合構造 (PR 構造) に分類し、終局状態における安全性照査のための断面力算定は幾何学的非線形を考慮して行うことを規定している。その算定にあたっては従来から用いられている線形弾性解析法を用いて行うことを可能にするため B_1 , B_2 法が提示されている。安全性照査式としては曲げモーメントと軸力からなる相関関係式が用いられている。これらの評価式において、特に B_2 法および安全性照査式には各柱材の有効座屈長係数 (以後、 K 値と呼ぶ) が含まれており、適切な K 値を算定することが必要となっている。剛結接合構造の場合には K 値の算定方法も示されており、同基準に従って断面設計が可能となっている。しかしながら、半剛結接合構造の場合には接合部の剛性評価や骨組の変形、断面算定に関する手法の提示もなく、事実上設計が不可能な状態で、現在鋭意調査研究が行われている段階である。

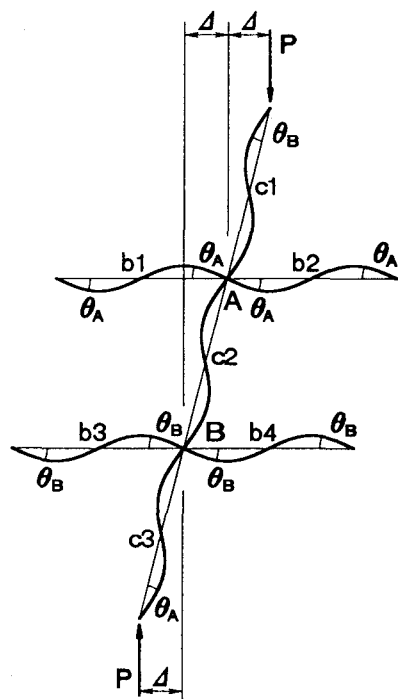
著者等は半剛結接合鋼骨組構造の合理的設計手法確立のために、接合部の $M-\theta_r$ 曲線の特性評価をはじめ種々の検討を行ってきた。その結果アングル系接合を有する場合には、接合部の $M-\theta_r$ 曲線の決定や接合部材の設計を含め、直接剛性法を用いて幾何学的非線形を考慮した半剛結接合鋼骨組の変形、断面力の算定を可能にしている。

本研究では、終局時の安全性照査も含め、半剛結接合鋼骨組を剛結接合鋼骨組と同様の手法に基づいて設計を可能にするために、半剛結横移動骨組の K 値算定に関する座屈方程式の定式化と、接合部剛性と K 値の関係について 2, 3 の検討を行った。なお、座屈方程式は AISC-LRFD の設計基準でも用いられている Alignment chart 法の仮定に従うものとしている。

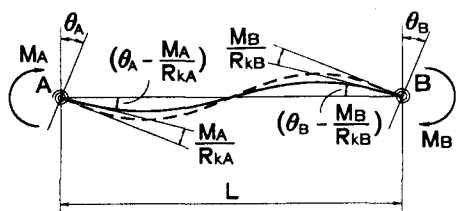
2. 解析仮定

本研究では、AISC-LRFD の基準に示されている Alignment chart 法の仮定に従い有効座屈長を算定することとする。それらの仮定を列挙すると、

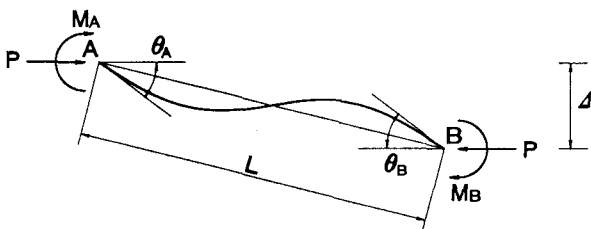
- 1) 全ての梁、柱は弾性的に挙動するものとする。
- 2) 無限の階層と径間を有する矩形骨組と仮定する。
- 3) 考えている部分構造モデルにおいて柱の安定関数 (stability function) は同一と仮定する。
- 4) 剛結接合骨組の場合には、梁と柱の接合部の挙動特性は全



図—1 横移動骨組の座屈モード



図一 2 半剛結接合を有する梁部材



図一 3 横移動量 Δ のある柱部材

て同一とする。半剛結接合骨組の場合には、座屈時の接合部接線剛性を考慮して、それらの挙動特性を修正するものとする。

- 5) 考えている部分構造モデルの柱の軸力は全て同一とし、全ての柱が同時に座屈するものとする。
- 6) 梁の軸力および梁に作用している荷重は半剛結接合部の接線剛性の算定時以外は無視する。

図一 1 に柱 AB の有効座屈長を求める場合の剛結横移動骨組の座屈モードを示している。半剛結接合を有する場合には、図一 2 に示すように梁端部に曲げモーメントに関する線形バネがあるものと仮定する。図中、 L は梁の部材長、 θ_A 、 θ_B は、A 点、B 点の節点回転角、 M_A 、 M_B は A 点、B 点の材端モーメント、 R_{kA} 、 R_{kB} は A 点、B 点の接合部接線剛性である。

3. 梁の撓角撓度式

いま梁の曲げ剛性を EI 、部材長を L とし、図一 1 の横移動骨組の座屈モードの仮定に従って図一 2 に示すような梁 AB の撓角撓度式を整理すると、 $\theta_A = \theta_B$ より A 端の材端モーメントは一般に次式のように示される。

$$M_A = \alpha_{uf} \frac{6EI}{L} \theta_A$$

ただし、 α_{uf} は A 端、B 端の接合条件によって決定される係数で表一 1 のように示される。

4. 柱の撓角撓度式

図一 1 の仮定に基づき、図一 3 に示すように等断面柱に材端モーメント M_A 、 M_B および軸圧縮力 P が作用し、部材回転角 Δ/L が存在する場合の撓角撓度式は次式のように示される。

$$M_A = \frac{EI}{L} \left[s_{ii}\theta_A + s_{ij}\theta_B - (s_{ii} + s_{ij})\frac{\Delta}{L} \right], \quad M_B = \frac{EI}{L} \left[s_{ji}\theta_A + s_{jj}\theta_B - (s_{ji} + s_{jj})\frac{\Delta}{L} \right]$$

表一 1 接合形式による α_{uf} の一覧

接合条件		M_A に関する α_{uf}
A 端	B 端	
剛結接合	剛結接合	1
剛結接合	ピン接合	1/2
剛結接合	半剛結接合	$\left[1 + \frac{2EI}{LR_{kB}} \right] / \left[1 + \frac{4EI}{LR_{kB}} \right]$
剛結接合	固定端	2/3
半剛結接合	剛結接合	$1 / \left[1 + \frac{4EI}{LR_{kA}} \right]$
半剛結接合	ピン接合	$(1/2) / \left[1 + \frac{3EI}{LR_{kA}} \right]$
半剛結接合	半剛結接合	$\left[1 + \frac{2EI}{LR_{kB}} \right] / R^*$
半剛結接合	固定端	$(2/3) / \left[1 + \frac{4EI}{LR_{kA}} \right]$

ただし、 $R^* = \left[1 + \frac{4EI}{LR_{kA}} \right] \left[1 + \frac{4EI}{LR_{kB}} \right] - \left(\frac{EI}{L} \right)^2 \frac{4}{R_{kA}R_{kB}}$ である。

ただし, $S_{kl} (k, l = i \text{ or } j)$ は柱の安定関数で次のように示される.

$$s_{ii} = s_{jj} = \frac{kL \sin kL - (kL)^2 \cos kL}{2 - 2 \cos kL - kL \sin kL}, \quad s_{ij} = s_{ji} = \frac{(kL)^2 - kL \sin kL}{2 - 2 \cos kL - kL \sin kL}, \quad k = \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

5. 座屈方程式

5.1 c1, c2, c3 が存在する場合

図一1の部分構造モデルにおいて, A 点, B 点に関する節点方程式および c2 部材に関するモーメントのつりあい式より, 一般的に次式のような座屈方程式が得られる.

$$\det \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0$$

行列式の各係数は, 次のとおりである.

$$\begin{aligned} a_{11} &= s_{ii} + \frac{6}{G'_A} - G_{Aci} \frac{s_{ij}^2}{s_{ii}} & a_{12} &= G_{Ac2} s_{ij} & a_{13} &= -(s_{ii} + s_{ij}) \left[1 - G_{Ac1} \frac{s_{ij}}{s_{ii}} \right] \\ a_{21} &= G_{Bc2} s_{ij} & a_{22} &= s_{ii} + \frac{6}{G'_B} - G_{Bc3} \frac{s_{ij}^2}{s_{ii}} & a_{23} &= -(s_{ii} + s_{ij}) \left[1 - G_{Bc3} \frac{s_{ij}}{s_{ii}} \right] \\ a_{31} &= a_{32} = s_{ii} + s_{ij} & a_{33} &= (kL)^2 - 2(s_{ii} + s_{ij}) \end{aligned}$$

ここで,

$$G'_A = \frac{\sum_A \frac{EI}{L})_c}{\sum_A \alpha_{wf} \frac{EI}{L})_b}, \quad G'_B = \frac{\sum_B \frac{EI}{L})_c}{\sum_B \alpha_{wf} \frac{EI}{L})_b}, \quad G_{Aci} = \frac{\frac{EI}{L})_{ci}}{\sum_A \frac{EI}{L})_c}, \quad G_{Bci} = \frac{\frac{EI}{L})_{ci}}{\sum_B \frac{EI}{L})_c}$$

であり, 式中 A, B は A 端, B 端に接合される梁, 柱に関する係数であることを意味しており, b, c はそれぞれ梁, 柱材を意味している. また $ci (i=1 \text{ or } 2 \text{ or } 3)$ は柱番号を示す. ただし, c1 柱の A 端の他端および c3 柱の B 端の他端が固定支持あるいは剛結接合されている場合には, G_{Aci} , G_{Bci} は表一2のように修正することが必要である.

5.2 B 端がピンあるいは固定支持の場合

c1, c2 のみが存在し B 端がピン支持あるいは固定支持された場合の座屈方程式は, 一般に次式のように示される.

$$\det \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 0$$

1) B 端が固定支持の場合

$$\begin{aligned} a_{11} &= s_{ii} + \frac{6}{G'_A} + G_{Ac1} s_{ij} - G_{Ac1}^* \frac{s_{ij}^2}{s_{ii}} & a_{12} &= -(s_{ii} + s_{ij}) \left[1 - G_{Ac1}^* \frac{s_{ij}}{s_{ii}} \right] \\ a_{21} &= s_{ii} + s_{ij} & a_{22} &= (kL)^2 - 2(s_{ii} + s_{ij}) \end{aligned}$$

ただし, $G_{Ac1} = G_{Ac1}^*$ である.

表一2 境界条件に対する G_{Aci} , G_{Bci} の修正一覧

	固定支持	剛結接合
c1 柱の A 端の他端	$G_{Ac1} = 0$	$G_{Ac1} = 0, G_{Ac2} = 1$
c3 柱の B 端の他端	$G_{Bc3} = 0$	$G_{Bc2} = 1, G_{Bc3} = 0$

2) B 端がピン支持の場合

$$\begin{aligned} a_{11} &= s_{ii} + \frac{6}{G_A'} + G_{Ac1} s_{ij} - G_{Ac2} \frac{s_{ij}^2}{s_{ii}} & a_{12} &= -(s_{ii} + s_{ij}) \left[1 - G_{Ac2} \frac{s_{ij}}{s_{ii}} \right] \\ a_{21} &= s_{ii} - \frac{s_{ij}^2}{s_{ii}} & a_{22} &= (kL)^2 - (s_{ii} + s_{ij}) \left[1 - \frac{s_{ij}}{s_{ii}} \right] \end{aligned}$$

ただし、c1 柱の A 端の他端がヒンジ接合、固定支持あるいは剛結接合の場合には表—3 のように係数を修正することが必要である。

表—3 c1 柱の A 端の他端の各境界条件に対する係数

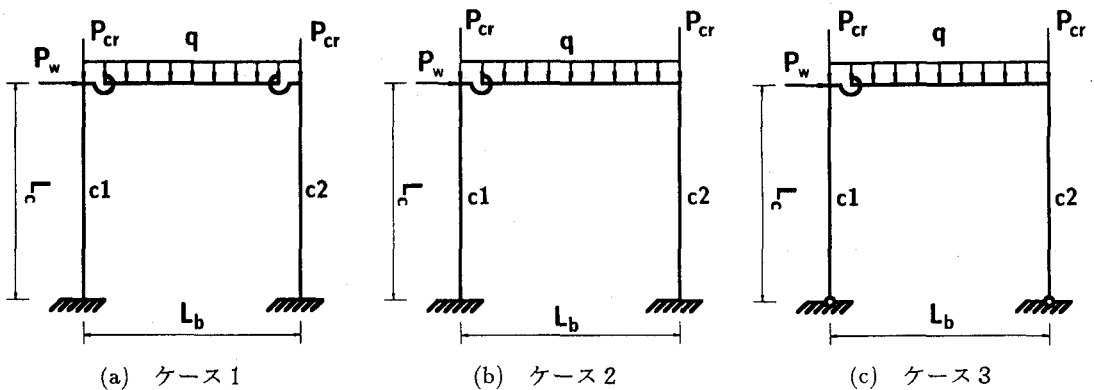
	ヒンジ接合	固定支持	剛結接合
B 端が固定支持の場合	$G_{Ac1} = 0$	$G_{Ac1} = 0, G_{Ac1}^* = 0$	$G_{Ac1}^* = 0$
B 端がピン支持の場合	$G_{Ac1} = 0, G_{Ac2} = 1$	$G_{Ac1} = 0$	

6. 数値解析結果

半剛結接合を有する横移動骨組構造に対する K 値の分布特性を検討するために、図—4 に示すような接合部および支持条件を変えた三種類の一層一径間骨組を設定し数値計算を行った。なお、柱 c1, c2 はいずれも同一断面であるものとする。

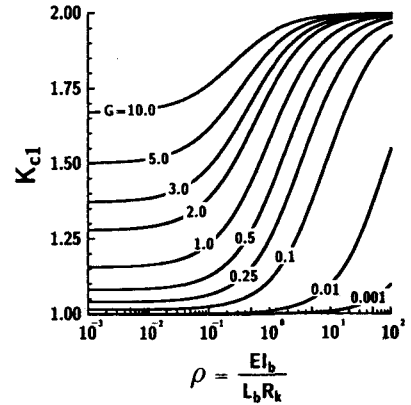
6.1 半剛結接合部と線形パネを仮定する場合

全ての半剛結接合部に等しい剛性 R_k の線形パネが設置されている場合について、横軸 $\rho = EI_b / L_b R_k$ とし、梁柱の剛比 ($G = (I_c / L_c) / (I_b / L_b)$) を変化させて検討を行った。図—5 にケース 1 の c1 に関する K 値を、また図—6 (a), (b) にはそれぞれケース 2 の c1, c2 に関する K 値、図—7 にはケース 3 の c2 に関する K 値を $10^{-3} \leq \rho \leq 10^2$, $10 \leq G \leq 0.001$ に対して整理している。 ρ が大きい場合はピン接合、小さい場合は剛結接合の状態に近いことを意味している。いずれの図においても G が小さくなるほど剛結接合の状態と類似の値を示す領域が広がっていることがわかる。図—5, 6 (a) において、いずれの G の場合も ρ が大きい領域では一定値 2.0 (一端ピン—一端固定支持の横移動骨組の K 値) に漸近している。その状態は G が大きいほどより小さな ρ より漸近しているようである。ここでは示していないが $G=0.001$ の場合には $\rho \approx 10^3$ において急激に 2 に漸近する。両図を比較すると ρ が小さく剛結接合に近い領域では両者類似の値

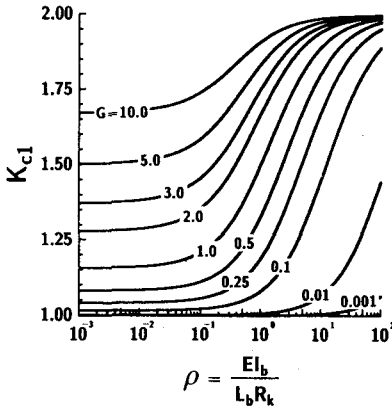


図—4 解析に用いた一層一径間骨組

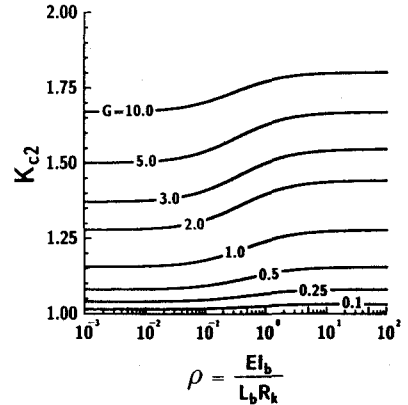
を示しており、 ρ が大きく 2 に漸近する過程において図—6(a) (ケース 2 の半剛結接合—剛結接合骨組) の方が 0.10 程度小さな値となっており、この領域において他端の接合部剛性の影響が現れている。図—6(b) はケース 2 の剛結接合されている柱である c2 に関する K 値の分布であるが、図より他端側の半剛結接合の影響が小さく、 $G=10$ の場合で最大 0.3 程度変化しているが、 $G=0.1$ の場合はほとんど変化がないことがわかる。図—7 はケース 3 の柱 c2 に関する K 値の分布図である。 $G=10$ の場合は $\rho=10^{-3}$ で 4.45 程度の値を示しており、 $\rho=10^2$ で 6 と一層大きな値となっている。しかしながら G の減少とともに K 値の変化の割合も小さくなり、 $G=0.1$ の場合には ρ の値にかかわらず 2 ~ 2.1 程度でほぼ一定値となっている。



図—5 ケース 1 における K 値の分布



(a) 柱 c1 の K 値

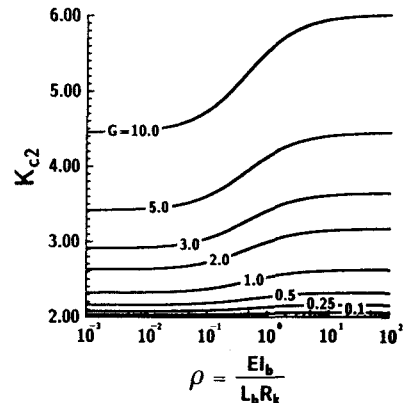


(b) 柱 c2 の K 値

図—6 ケース 2 における K 値の分布

6.2 半剛結接合部に三要素パワーモデルを適用した場合

実半剛結接合骨組を用いた場合の K 値の分布特性を検討するために、初期剛性 $R_{ki} = 25EI_b/L_b$ 、限界曲げ耐力として $M_u = M_{pb}$ (梁の塑性曲げモーメント) とする三要素パワーモデルを採用し、形状指数 n を変化させて数値解析を行った。本解析では梁材として W18×50 (AISC-LRFD の既製型鋼) を用い、基準梁長を $L_b = 300$ in としている。また、比較として EC3 の接合部剛性の規定を採用した場合についても検討を行っている。図—8 には本解析で検討を行った $M-\theta_r$ 曲線を比較して示している。解析は、柱材として W14×90 を用い、等分布荷重



図—7 ケース 3 における K 値の分布

として $q = 0.2117 \text{ kip/in}$, 風荷重として $P_w = 7.8 \text{ kip}$ を載荷させて行っている. 固有値は接合部の非線形特性を考慮した非線形構造解析により接合部の接線剛性を求め, これを座屈方程式に代入して求めている. 数値解析では柱の高さを 144 in とし, 梁の部材長を $57.66 \sim 461.26 \text{ in}$ まで変化させ, 横軸に梁柱の剛比 (G) をとって整理している. ここでは紙面の都合上ケース 1 についてのみ示すこととする.

図-9(a), (b) はケース 1 の柱 c1, c2 に関する K 値の分布特性である. 本解析では風荷重が柱 c1 側のみに作用させているため, 梁両端接合部の相対回転角が異なり, 従って柱 c1 と c2 の K 値は異った値となる. 図-9(a) と (b) を比較すると $G \approx 0.5, 4.0$ で両者類似の値を示しているが, 中間部では K_{c2} の方が大きな値となっている. また両図の $G \approx 1.4$ 前後においていずれの n に対しても K 値が急激に小さくなる点が存在している. この現象は特に K_{c1} の n の小さい場合が著しい. これは接合部の $M-\theta_r$ 特性と載荷荷重および梁柱の剛性の組み合わせにより接合部の相対回転角が零に漸近することにより接合部の接線剛性が徐々に初期剛性に近づくためであると考えられる. G の中間部において各 n に対して同じ K 値とならないのは他端の接合部剛性が等しくないことを意味している.

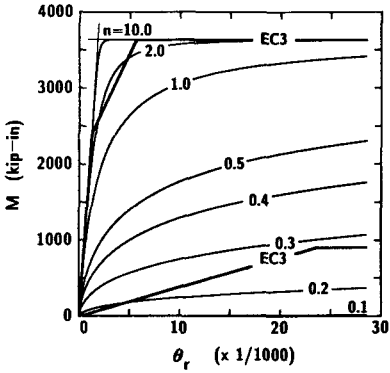
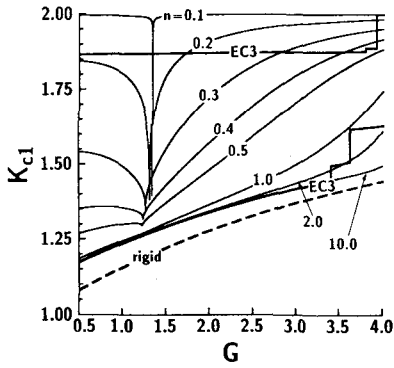
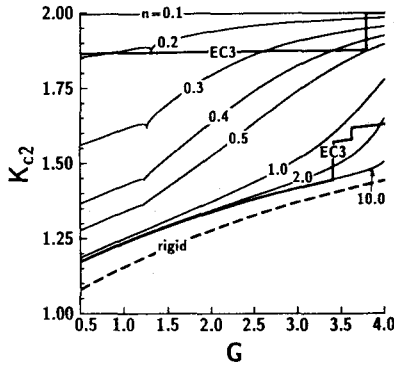


図-8 解析に用いた $M-\theta_r$ 曲線



(a) 柱 c1 の K 値



(b) 柱 c2 の K 値

図-9 ケース 1 における K 値の分布

7. まとめ

半剛結接合鋼骨組を剛結接合鋼骨組と同様の AISC-LRFD の設計手法で断面設計を可能にするためと, 半剛結接合横移動骨組の B_2 法あるいは安全照査式中に用いられている K 値の算定のための座屈方程式の定式化と, 一層一径間骨組を用いた接合部剛性と K 値の関係に関する数値解析を行った.

本研究により横移動骨組柱の K 値の算定も可能となり, 過去の研究成果と組み合わせることにより, AISC-LRFD の規定に従った半剛結接合鋼骨組構造の断面設計が可能になるものと考えられる.

参考文献

- 1) American Institute of Steel Construction, (1986). Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Buildings, Chicago, IL.