

I-2

ラップ接着された円筒殻のFEM解析

北海道大学工学部	正 員	三上 隆
北海道大学工学部	学生員	李 海濱
北海道大学工学部	正 員	佐伯 昇
北海道大学工学部	正 員	芳村 仁

1・はじめに

高分子工業の発展による最近のめざましい接着剤の進歩は、あらゆる構造物に用いられるようになり、構造物の設計方式を変革しつつある。特に軽量化が望まれる分野では、採用されるようになって来ているが、どちらかと言えば構造物の二次的な場所での使用が多く、主要構造要素に適用するには解決すべき問題も数多くある。接着（接合）構造要素は、同種或いは異種の材料の被着体が、薄い接着剤により結合されたものである。従って、被着体と薄い接着層の厚さが大きな差があったり、被着体と接着層の間の力学的性質が異なる場合も多く、そのため、応力分布には特異性が生じ易い。このような同種・異種材料接合部の研究は、フラットな構造要素に対する研究は数多いが、円筒状の接着構造要素に対しては、Goland and Reissner¹⁾ 及び Shi and Cheng²⁾ による解析的研究、Adams and Peippiatt²⁾ による有限要素法による研究が挙げられる程度で極めて限られている。

有限要素法による場合は、薄い接着層のため、要素分割数が少なれば要素のアスペクト比が大きくなり、計算精度上に問題が生じる。また精度の良い解を得るには接着層近傍の要素分割も細くなり、計算時間が増加し、入力データの作成にも多大な労力が要求される。

本研究は、有限要素法による動的な軸方向荷重を受けるラップ接着円筒要素の挙動の解明を目的にするもので、その第一ステップとして、接着層の離散化のための新たな接着要素を提案し、その有効性・適用性の検討を行ったものである。

2・有限要素法による定式化

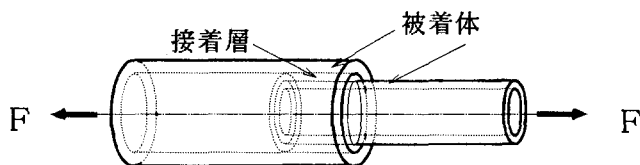


図-1 ラップ接着された円筒構造要素

軸方向荷重 F を受けるラップ接着された円筒要素を図-1に示す。なお、以下では次の記号を用いる。

E, G, ν = 被着体の弾性係数、せん断弾性係数、ポアソン比

E_a, G_a, ν_a = 接着層の弾性係数、せん断弾性係数、ポアソン比

さて、動的問題において、考察している構造全体の運動方程式は減衰の影響を無視すれば次式で与えられる。

$$[M]\{U\}_{,tt} + [K]\{U\} = \{R\} \quad \text{-----}(1)$$

ここで $\{U\}$ = 変位ベクトル、 $[M]$ = 質量マトリックス、 $[K]$ = 剛性マトリックス、

Finite Element Method for Adhesive-bonded Cylindrical Lap Joints Subjected to Axial Loads

by Takashi MIKAMI, LI Haibin, Noboru SAEKI and Jin YOSHIMURA

$[R]$ = 荷重ベクトルであり、
コンマ (,) の後の添字 t は時間に関する微分を表す。

1) 被着体の離散化

被着体には、一般的な8節点アイソパラメトリック要素⁴⁾ (剛性、質量マトリックス) を採用する。

2) 接着層の離散化 (6節点軸対称接着要素)

図-2 に示すように、円筒座標

系 (r, z, θ) において、 $2a \times 2b$ の長方形回転断面を有する回転体要素を考え、 (r, z, θ) に対応する要素の局部座標系 (ξ, ζ, θ) の原点を要素中央にとる。更に、軸対称荷重を受ける問題を取り扱うので、円周方向変位は零であり、 (r, z) に対する変位成分を (u, w) で表す。また図-2 に示すように各節点の番号付けをする。

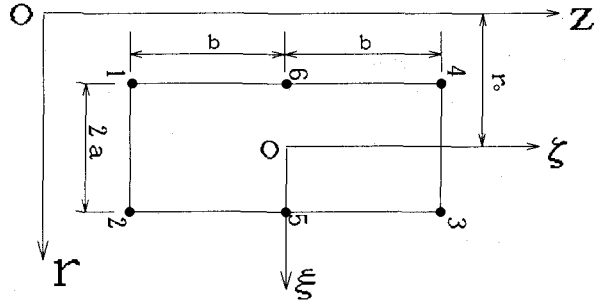


図-2 接着要素

軸対称荷重を受ける場合の変位-ひずみ
関係式は次式で与えられる。

$$\epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \epsilon_\theta = \frac{u}{r}, \quad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \quad \text{-----}(2)$$

接着要素の辺 (1,6,4) と辺 (2,5,3) に沿って u, w の変位を次式で仮定する

$$\begin{aligned} u_{164}(\xi) &= N_1 u_1 + N_2 u_4 + N_3 u_6 \\ u_{253}(\xi) &= N_1 u_2 + N_2 u_3 + N_3 u_5 \\ w_{164}(\xi) &= N_1 w_1 + N_2 w_4 + N_3 w_6 \\ w_{253}(\xi) &= N_1 w_2 + N_2 w_3 + N_3 w_5 \end{aligned} \quad \text{-----}(3)$$

ここで、 u_i ($i=1-6$) 及び w_i ($i=1-6$) は、各節点における u と w の変位を表し、形状関数 N_1, N_2 及び N_3 は次式で表される。

$$N_1(\xi) = -\xi(1-\xi)/2, \quad N_2(\xi) = \xi(1+\xi)/2, \quad N_3(\xi) = 1-\xi^2 \quad \text{-----}(4)$$

式 (2) のひずみは、式 (3) を用いて以下のように近似する。

ϵ_r は変位 u の相対変位 $\Delta u = u_{164} - u_{253}$ を使い、 ϵ_z は辺 (1,6,4) と辺 (2,5,3) の直ひずみの平均で表し、 ϵ_θ は、要素中心 ($r=r_0$) における辺 (1,6,4) と辺 (2,5,3) の r 方向変位 u の平均で定義する。更に γ_{rz} については、 $\partial u / \partial z$ のひずみ成分には ϵ_z と同様な近似を使い、 $\partial w / \partial r$ のひずみ成分は ϵ_r と同様な近似を用いるものとする。従って、各ひずみは以下のように表される

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r} \approx \frac{\Delta u}{2a} = \frac{u_{164} - u_{253}}{2a} \\ \epsilon_\theta &= \frac{u}{r} \approx \frac{u_{164} + u_{253}}{2r_0} \\ \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \approx \frac{1}{2b} \frac{\partial}{\partial \xi} [w_{164} + w_{253}] \\ \gamma_{rz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \approx \frac{1}{2b} \frac{\partial}{\partial \xi} [u_{164} + u_{253}] + \frac{1}{2a} [w_{164} - w_{253}] \end{aligned} \quad \text{-----}(5)$$

式(5)は、式(4)を用いて表示すれば、以下となる

$$\{\epsilon\} = [B(\xi)] \{\delta\} \quad \text{-----}(6)$$

ここで $\{\epsilon\} = \{\epsilon_r \ \epsilon_\theta \ \epsilon_z \ \gamma_{rz}\}^T$

$$\{\delta\} = \{u_1 \ w_1 \ u_2 \ w_2 \ \cdots \ u_6 \ w_6\}^T$$

であり、 $[B(\xi)]$ は 4×12 の大きさの応力-ひずみマトリックスである。

剛性マトリックス $[K]$ は次式で計算できる。

$$[K] = 2\pi a b \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B(\xi)]^T [D] [B(\xi)] r d\xi d\xi \quad \text{-----}(7)$$

ここで、 $[D]$ は応力マトリックスであり、 $r = r_0 + a\xi$ である。式(7)は ξ に関しては奇関数となるので、最終的に剛性マトリックスは次式より得られる。

$$[K] = 4\pi a b r_0 \int_{-1}^{+1} [B(\xi)]^T [D] [B(\xi)] d\xi \quad \text{-----}(8)$$

接着要素の質量マトリックス $[M]$ は、並進運動状態を考え、要素内の変位場 (u, w) として、次の平均値を採用する。

$$U = (u_{164} + u_{253})/2, \quad W = (w_{164} + w_{253})/2 \quad \text{-----}(9)$$

上式は、式(4)を用いれば、補間関数マトリックス $[N]$ によって、以下となる

$$\{U \ W\}^T = [N] \{\delta\} \quad \text{-----}(10)$$

従って、質量マトリックスは剛性マトリックスと同様な考えで導かれ、次式で表される

$$[M] = 4\pi a b r_0 \rho \int_{-1}^{+1} [N(\xi)]^T [N(\xi)] d\xi \quad \text{-----}(11)$$

ここで ρ は接着要素の密度を表す。

3・数値計算例

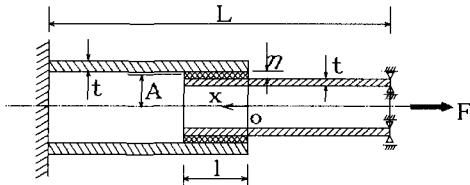


図-3 解析モデル



図-4 分割図

2・で求めた接着層の剛性マトリックスの妥当性を確認するために、軸方向力 F が静的に作用する問題を解析し、Goland and Reissner¹⁾ の解析結果と比較する。図-3は解析モデルを示し、図-4は要素分割図(接着要素部分は10要素、被着体は136要素)である。

計算に用いた数値諸元は、以下の通りである。

$$\text{CASE 1: } \beta = 20, \quad 1/t = 10, \quad R = 0.025$$

$$\text{CASE 2: } \beta = 4, \quad 1/t = 10, \quad R = 0.025$$

$$\text{CASE 3: } \beta = 4, \quad 1/t = 10, \quad R = 0.10$$

ここで、 $\beta = \eta E/E_s t$ 、 $R = t/2A$ であり、 η は接着層の厚さ、 t は被着体の厚さ、 l は接着層の長さ、 A は接着層の中心半径である。具体的には、 $\eta = 0.2\text{mm}$ 、 $t = 1.0\text{mm}$ 、円筒殻の全長 $L = 40\text{mm}$ 、接着層のポアソン比 $\nu_s = 0.3$ 、被着体のそれを $\nu = 0.3333$ とし、被着体の弾性係数 $E = 70000\text{MNm}^{-2}$ を用いた。接着層の弾性係数 $E_s = 70000\text{MNm}^{-2}$ (CASE 1) と $E_s = 3500\text{MNm}^{-2}$ (CASE 2, 3) を用いた。

接着層のせん断応力 (τ) と垂直応力 (σ) を、図-5 (CASE 1)、図-6 (CASE 2)、図-7 (CASE 3) に示す。各図の縦軸は、平均作用せん断応力 $\tau_m = F/2\pi Al$ で無次元化された垂直応力 $N = \sigma/\tau_m$ 及びせん断応力 $T = \tau/\tau_m$ である。また実線は Goland and Reissner による薄肉シェル理論に基づく理論解であり、○ と △ 印は本手法による結果である。

各図より、本計算値は、接着層の両端を除けば理論解によく一致していることが分かる。両端で理論解と差が生じているのは、Goland and Reissner は薄肉シェル理論 (σ_r を無視) に基づいていること、及び本手法による場合は要素分割に問題があると思われる。

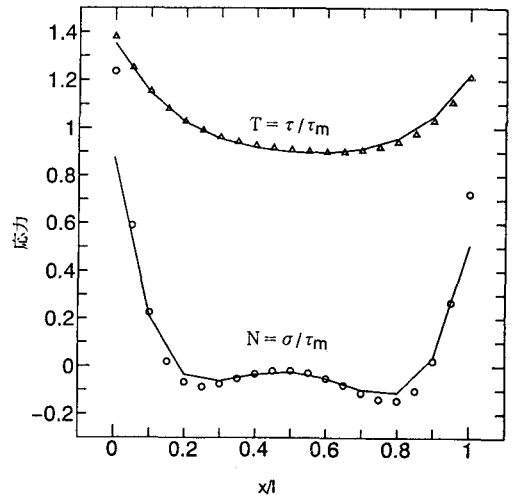


図-5 接着要素の応力 (CASE 1)

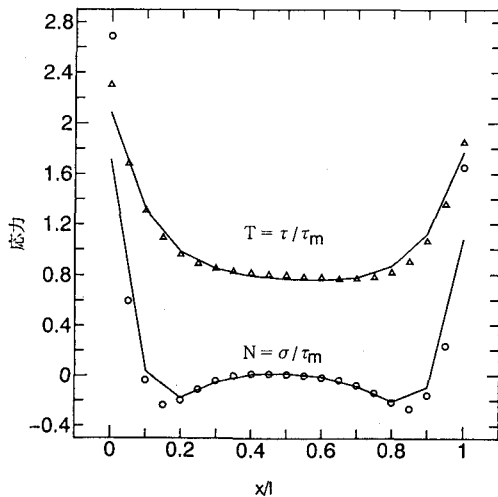


図-6 接着要素の応力 (CASE 2)

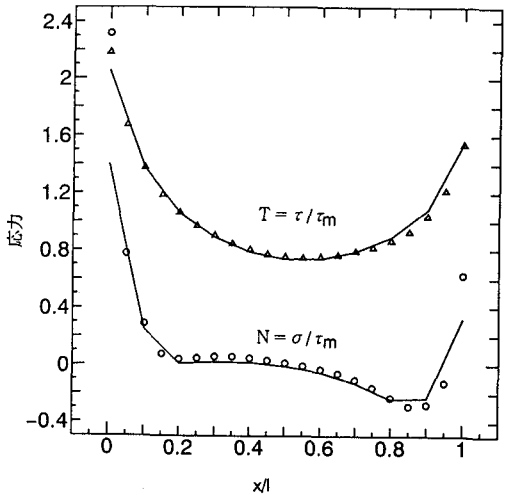


図-7 接着要素の応力 (CASE 3)

4. あとがき

本研究では軸対称荷重が作用するラップ接着された円筒構造要素の解析のための接着要素を新たに提案し、その有効性を確認したものである。今後は、接着層の粘弾性的性質を考慮した解析や、動的応答問題の解析を行う予定である。

〈参考文献〉

- 1) Lubin, J., L., and Reissner, E. (1956). "Stress distribution and design data for adhesive lap joints between circular tubes." J. Appl. Mech., Trans. ASME. 78, 1213-1221
- 2) Adams, R. D., and Peppiatt, N. A. (1977). "Stress analysis of adhesive bonded tubular lap joints." J. Adhes., 9, 1-18.
- 3) Y. P. Shi and S. Cheng (1993). "Analysis of adhesive-bonded cylindrical lap joints subjected to axial load." vol. 119 no. 3 MAR. 1993 ASCE 584-602
- 4) 有限要素法ハンドブック；鷲津久一郎他共編；工基礎編；培風館；1981