

II-80

砂漣上に生じる流れの統計量について

北見工業大学工学部 正員 佐藤 幸雄
北海道大学工学部 正員 浜中 建一郎
北見工業大学工学部 松原 理

I. まえがき

波動運動により海底に砂漣が形成されるとき、波による振動流の振幅がある程度大きくなると、砂漣の頂部の前後において剥離が生じ、剥離渦が形成される。そしてこの剥離渦は境界層内の流れの構造を複雑化する。しかし、海底の漂砂現象はこのような複雑な境界層内の流れ構造に大きく依存していることも確かであると云える。したがって、砂漣の形成あるいは海底における砂移動の問題を考える上には、この複雑な境界層内の流れ構造を把握することが必要であり、そのためには、剥離を伴った流れの平均流速、レイノルズ応力ならびに渦粘性係数等1の流れの統計量を調べる事が重要である。

砂漣の頂部の前後に生じる剥離渦の再現ならびに渦構造の様子については、すでに、渦度方程式および流れ関数に対するポアソン方程式を使用した数値解析を行うことにより明確にされている(浜中・佐藤 1992)。本研究で主として行ったことは、剥離を伴わない砂漣上の振動境界層の解析において、振動流に伴って砂漣上に定常循環流が形成されることが分かっているため、この事実に基づいて剥離を伴う場合で、しかも境界層外縁において定常流が発生する場合を想定することとした。しかし、渦度方程式とポアソン方程式による数値解析では定常流の発生は得られないため、水平振動流に種々の定常流を加える形で境界層外縁流速を与える方法を取り、そのときの剥離渦の形成、構造および上述の平均流速他の統計量を求め、種々検討を行った。以下にその結果を述べる。

II. 計算手順

基本方程式および計算方法の概略を記すと、主な式としては、周期的な波状底面上を振動する2次元粘性流を考え、渦度方程式と流れ関数に対するポアソン方程式を使用した。境界層外縁の水平振動流速 (u', v') は

$$u' = u_0' + \sigma' A' \sin \sigma' t', \quad v' = 0 \quad (1)$$

定常流を加えない場合は $u_0' = 0$ である。

ここで、 σ' は振動数、 t' は時間である。

新しい座標系を砂漣の形状に適合するように導入するため、

$$\begin{aligned} x' &= \xi' - a' e^{-k' \eta'} \sin k' \xi' \\ y' &= \eta' + a' e^{-k' \eta'} \cos k' \xi' \end{aligned} \quad (2)$$

を使用する。ただし、 (x', y') は横軸、縦軸座標、 k' は砂漣の波数である。このとき、底面の形状は $\eta' = 0$ 線上に等角写像される。

つぎに、各々の変数を、 k' と σ' により無次元化

すると、各無次元変数は、

$$\begin{aligned} \xi &= k' \xi', \quad \eta = k' \eta', \quad t = \sigma' t' \\ \psi &= (k'^2 / \sigma') \psi', \quad \omega = \omega' / \sigma' \\ \nu &= (k'^2 / \sigma') \nu', \quad \psi'; \text{流れ関数}, \quad \omega'; \text{渦度} \\ &\quad \nu'; \text{動粘性係数} \end{aligned} \quad (3)$$

また無次元化された渦度方程式とポアソン方程式はそれぞれ、

$$\omega_t = J^{-1} \{ -\psi_{\eta} \omega_{\xi} + \psi_{\xi} \omega_{\eta} + \nu (\omega_{\xi\xi} + \omega_{\eta\eta}) \} \quad (4)$$

$$-J \omega = \psi_{\xi\xi} + \psi_{\eta\eta} \quad (5)$$

ただし J, J^{-1} は、ヤコビアンとその逆数で次式のようにおかれる。

$$\begin{aligned} J &= 1 - 2\varepsilon e^{-\eta} \cos \xi + 2\varepsilon e^{-2\eta} \\ \varepsilon &= a' k' \end{aligned} \quad (6)$$

ここで境界条件は

$$\eta = 0 \text{ で } \psi = \psi_{\xi} = \psi_{\eta} = 0 \quad (7)$$

$$\eta \rightarrow \infty \text{ で } \psi \rightarrow 0, \psi \rightarrow \alpha \cos t, \omega \rightarrow 0 \quad (8)$$

Statistical Quantities of Flow on the Rippled Bed

by Yukio SATO, Ken-ichiro HAMANAKA and Osamu MATSUBARA

で与えられる。ただし、 $\alpha = k'A'$ である。

以上の関係式に含まれている3つのパラメータ ε, α, ν はこのような問題に対する種々の特徴を示す要素となっている。底面の形状を特徴づける ε の値が一定のとき、レイノルズ数 (Re) とストローハル数 (S) はそれぞれ、

$$Re = \frac{\sigma'A'L'}{\nu'} = 2\pi \frac{\alpha}{\nu}$$

$$S = \frac{\sigma'A'T'}{\nu'} = \alpha \quad (9)$$

ここで、 L' ; 砂漣の波長、 T' ; 振動流の周期である。

つぎに、方程式を直接解く代わりに、 ψ と ω を ξ 軸方向にフーリエ級数に展開する。

$$\psi = \sum_m f_m e^{im\xi}, \quad \omega = \sum_m g_m e^{im\xi} \quad (10)$$

また、有限差分化により数値計算を行う場合、底面近くではメッシュを細かくし、上層に進むに従って粗くなるようにするため、次式のような座標系を導入する。

$$\eta = \eta(\xi) = \eta_T \frac{e^{b\xi} - 1}{e^b - 1} \quad (11)$$

式(10)、(11)を使用すると、渦度方程式とポアソン

方程式はつぎのように表される。

$$\frac{\partial \omega_m}{\partial t} = J^{-1} \xi_1 \left(-\frac{\partial \omega_m}{\partial \xi} - \omega_m^{(im)} + \frac{\partial \omega_m}{\partial \xi} \psi_m^{(im)} \right) + \nu J^{-1} \left(-\omega_m^{(m^2)} + \xi_1^2 \frac{\partial^2 \omega_m}{\partial \xi^2} + \xi_2 \frac{\partial \omega_m}{\partial \xi} \right) \quad (12)$$

$$\xi_1^2 = \frac{\partial^2 f_m}{\partial \xi^2} + \xi_2 \frac{\partial f_m}{\partial \xi} - m^2 f_m = -H_m \quad (13)$$

ここで、

$$\omega_m^{(im)} = \sum_m i m g_m e^{im\xi}$$

$$(J\omega)_m = \sum_m H_m g_m e^{im\xi}$$

である。

式(13)に対する境界条件は

$$\eta = 0 \text{ で } f_{m,0} = 0 \quad (14)$$

$$\eta = \eta_T (\xi=1) \text{ で } \partial f_m / \partial \eta = \begin{cases} \alpha \sin t & (m=0) \\ 0 & (m \neq 0) \end{cases} \quad (15)$$

上層での境界で渦度 $\omega=0$ 、底面では流れ関数の底面状態に関する Thoms スキームを用いる。

$$\xi = 0 \text{ で } \omega = -J^{-1} \xi_1^2 \frac{2\psi_{m,1}}{(\Delta \xi)^2} \quad (16)$$

表 - 1 計算条件

RUN	M	N	r	b	NT	A	ν	u_0	Cycles
4	64	32	5.0	1.0	3200	10.0	0.05	0.0	3
4'	64	32	5.0	1.0	3200	10.0	0.05	0.2	3
	64	32	5.0	1.0	3200	10.0	0.05	0.4	3
	64	32	5.0	1.0	3200	10.0	0.05	0.6	3
23	64	90	7.0	3.0	12000	10.0	0.03	0.0	5
23'	64	90	7.0	3.0	12000	10.0	0.03	0.2	5
	64	90	7.0	3.0	12000	10.0	0.03	0.4	5
	64	90	7.0	3.0	12000	10.0	0.03	0.6	5

式(12)、(13)を空間微分は中央差分で、時間微分は前進差分を用いて数値計算を行った。

計算条件は、表-1に示した。ここで、 M, N は各々 ξ, η 軸上の格子の数で N_T は振動流の1周期間に対する分割数を表わし、時間ステップは $\Delta t = 2\pi / N_T$ である。全てのケー

スで計算は静止状態から始めており、表中の Cycle は流れ構造がほぼ定常状態に達したときの周期目を示している。また、定常流 u_0 の値は表面波の波長に対する砂漣の波長を実験室規模から想定し、妥当と考えられる数値を設定した。

まず最初に定常流を加えない ($u_0 = 0$) の場合と流れを加えた場合の流れの構造を渦構造について見ると、例えば図-1 (RUN 4, $u_0 = 0$) と図-2 (RUN 4, $u_0 = 0.6$) あるいは図-3 (RUN 23, $u_0 = 0$) と図-4 (RUN 23, $u_0 = 0.6$) では流れの渦構造は明確に異なっている。また、 Re 数が小さくなると (RUN 23) 流れの構造はかなり複雑化して来ることが分かる。図の掲載はないが定常流が弱く、 $u_0 = 0.4$ から 0.2 になると、当然次第に $u_0 = 0$ の場合に近づく様子を示すことが見られた。図中の8個の図は1周期を8分割して描いたもので、(a) $2\pi/8$ (加速時)、(b) $2\pi \cdot 2/8$ (正の最大流速時)、(c) $2\pi \cdot 3/8$ (減速時)、(d) $2\pi \cdot 4/8$ (静止時) である。そして、(e)~(f) は逆方向振動流の場合である。

图 - 1 渦度 (RUN 4, $u_a = 0$)

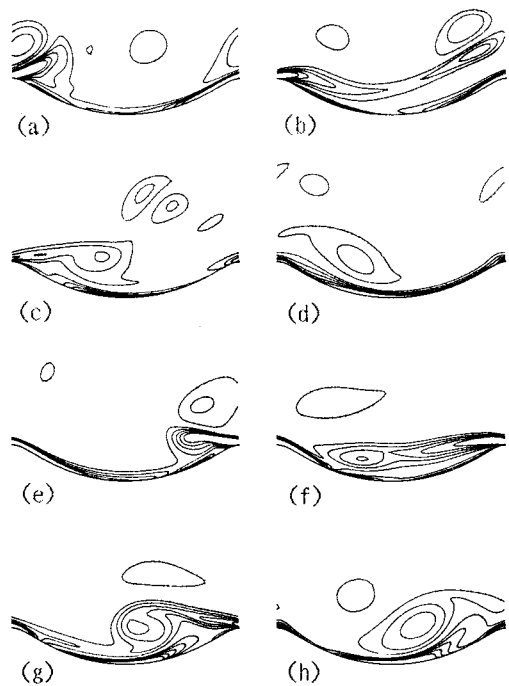


图 - 2 渦度 (RUN 4, $u_a = 0.6$)

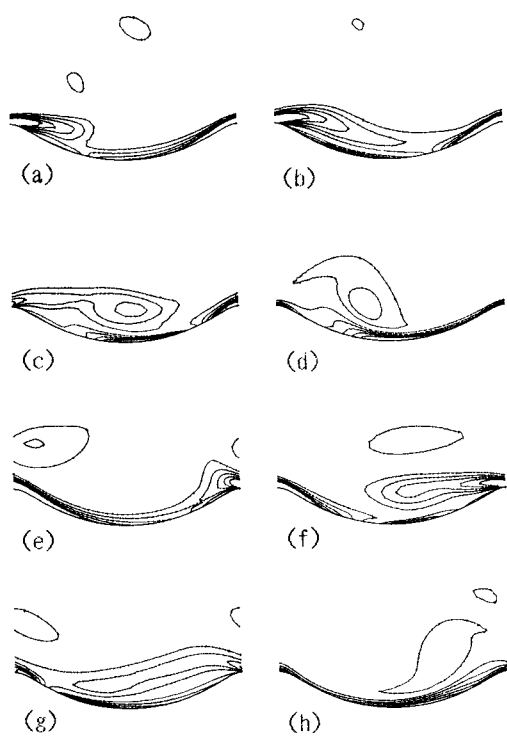


图 - 3 渦度 (RUN23, $u_a = 0$)

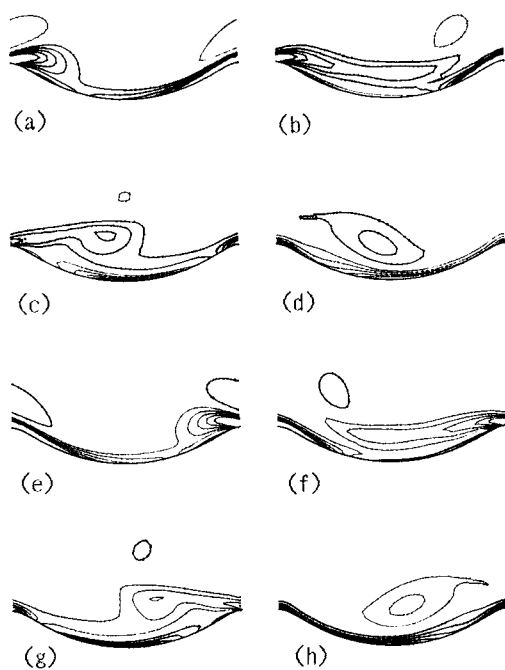
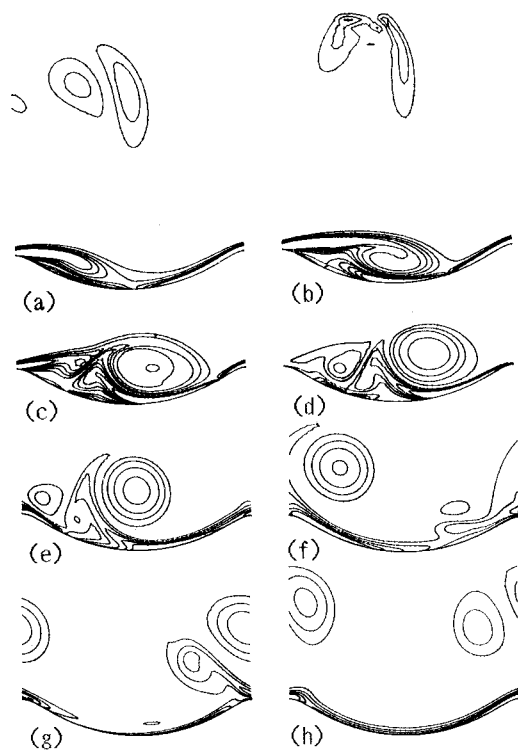
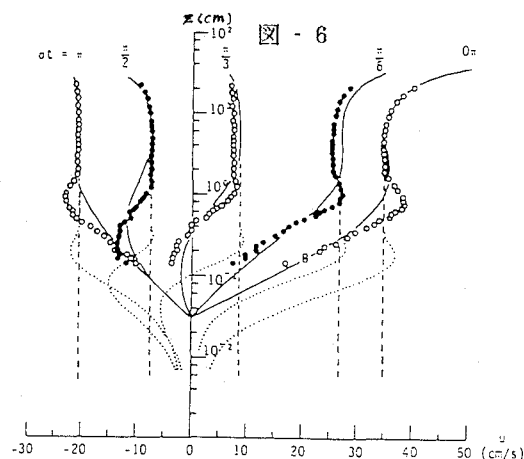
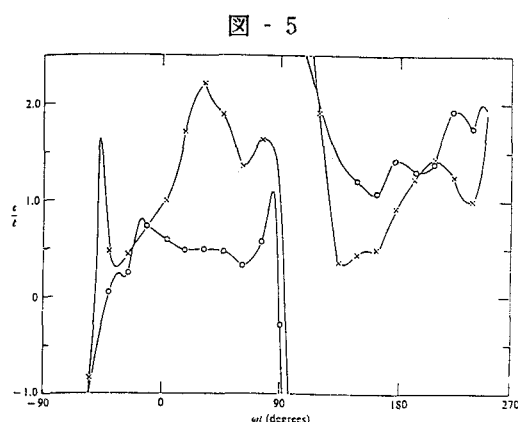


图 - 4 渦度 (RUN23, $u_a = 0.6$)





このような複雑な流れの様子を砂連の1波長間について空間的に平均化した統計量について調べる。水平、鉛直方向流速をそれぞれ $u = U + u'$, $v = V + v'$ とおくと、平均流速は $U = \langle u \rangle$, $V = \langle v \rangle$, であり、 $\langle \rangle$ は平均を表す。レイノルズ応力は $Ry = -\langle u'v' \rangle$ であるから、渦粘性係数は $\varepsilon = -\langle u'v' \rangle / (dU/dy)$ で表される。Longuet-Higgins は境界層外縁の定常流は境界層内の渦粘性係数の値に依存しないことを示している。しかし、図-5の Sleath の乱流の実験にも見られるように渦粘性係数 ε は時間 t に関係し、また、発散もしている。一般的に境界層内の流速分布は図-6に見られるように測定値の最大流速発生点では $dU/dy = 0$ となる。そして、田中(1989)が ε は底面からの高さに比例することを仮定して計算し、Van Doorn の測定値と比較した図-6でも、最大流速の箇所で分布形に不整合が見られる。本研究の剝離を伴う準乱流の場合について、平均流速、レイノルズ応力および渦粘性係数を図示すると、1周期間の変化に対する U, Ry, ε の Contour 図は図-7(RUN 4, $u_a = 0$)であり、 $u_a = 0$ のとき、平均流速は時間変化に従って最大流速発生点が半周期毎に上方へ移る。そしてこの点で dU/dy が0となる場合が多い。またレイノルズ応力は振動流の加速時に大きく、減速時がやや小さい双峯形を示すが、いずれにしても dU/dy との関係で渦粘性係数は位相に対して種々の高さにおいて発散することとなる。この様子は Contour 図で + 方向の発散(太線)と - 方向(細線)が接近している箇所で見られる。

平均流速とレイノルズ応力を対比して見ると、定常流が弱い図-8の場合は U と Ry のピークの位相にややズレがあるが、図-9,10のようにやや速い定常流を加えた場合、 Ry は双峯形から単峯形(定常流と反対の振動流の時)へと変わりピークの位相も U の位相に近づいて来る。この傾向は乱れが大きい図-11~14の場合でも同様に見られるが、図-13,14の乱れが大きい場合は Ry のピーク(振動流が負の場合)は U のピークをやや通り過ぎる傾向が見られる。今回の計算結果では平均流速とレイノルズ応力の Contour 図を比べると、Contour の形、位相について類似している点も見られるが、未だ異なった点も多く、したがって渦粘性係数の発散が起こり、Longuet-Higgins の仮定とは異なった結果が得られた。今後は渦粘性係数の適当なモデル化を行い、その値を使用して境界層外縁の定常流を計算する方法を考えることとする。

< 参考文献 >

- 浜中 建一郎・佐藤 幸雄：砂連上の振動流境界層、海岸工学論文集 第39巻(1)、pp.1~5, 1992
 Sleath, J.F.A : Turbulent oscillatory flow over rough beds,
 Jour. of Fluid Mech. Vol.182、pp.369-409、1987
 Tanaka, H. : Bottom boundary layer under non-linear wave motion、Jour. of Waterway,
 Port, Coastal and Ocean Eng. ASCE, Vol.115 No.1、pp.40-57、1989

図 - 7 RUN 4, $u_0 = 0$

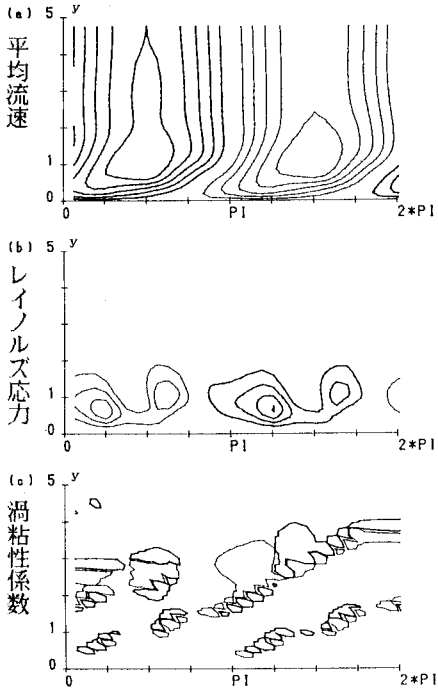


図 - 8 RUN 4, $u_0 = 0.2$

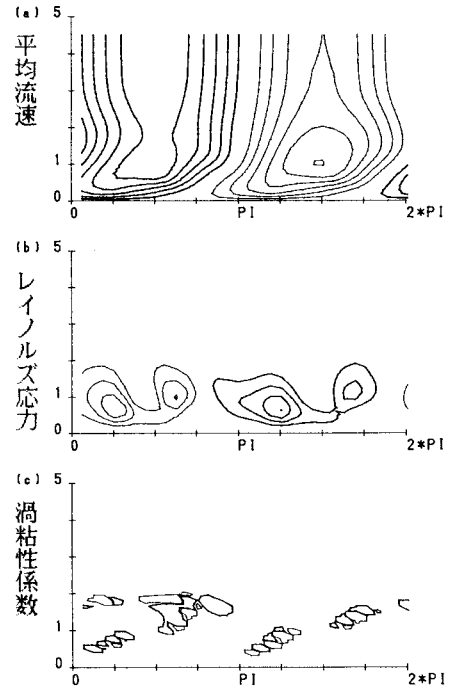


図 - 9 RUN 4, $u_0 = 0.4$

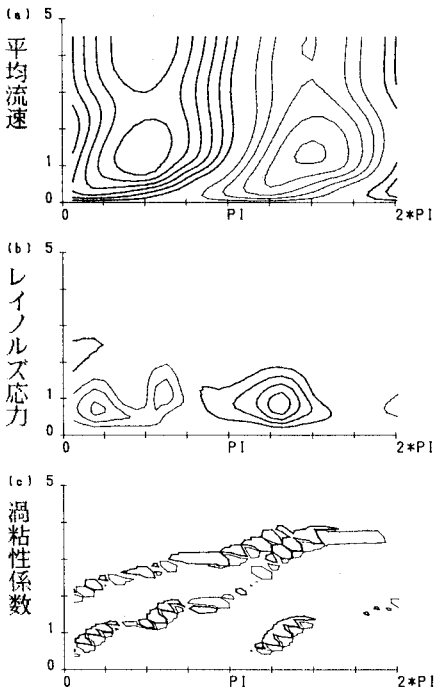


図 - 10 RUN 4, $u_0 = 0.6$

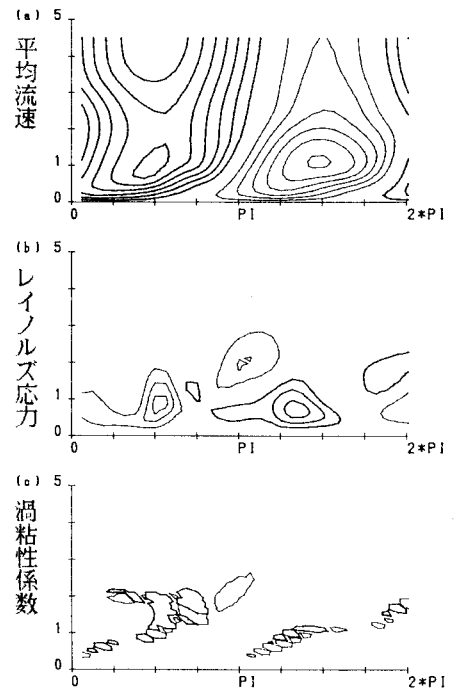


図 -11 RUN23, $u_0 = 0$

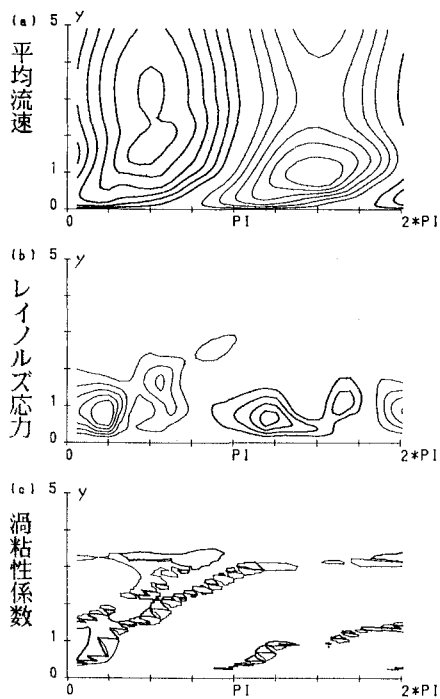


図 -13 RUN23, $u_0 = 0.4$

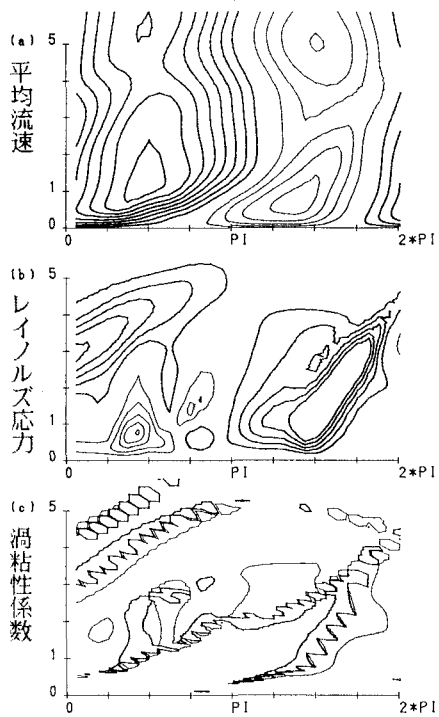


図 -12 RUN23, $u_0 = 0.2$

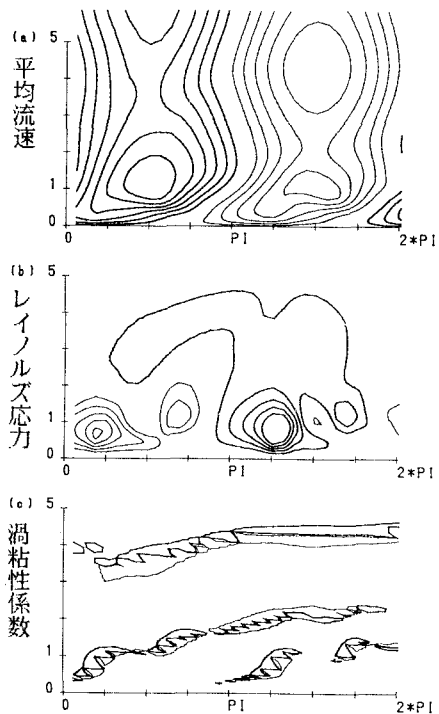


図 -14 RUN23, $u_0 = 0.6$

