II－76

没水型水平構造物をよぎる波

北海道大学工学部 学生員 折橋　恒春
北海道大学工学部 正　員 浜中建一郎

1.はじめに

著者らはこれまで、波動場内に置かれた水平円柱の回りの剥離を伴った流れの特性を調べるための最初の近似として、水平振動流中に置かれた水平円柱の回りの流れを数値解法により調べてきた(浜中、勝岡、佐藤:1992)。しかしながら、構造物が水面近くに置かれた場合は、波動による鉛直方向の流速が無視出来なくなる。その場合は、あらかじめポテンシャル流れとして構造物をよぎる変形波動場を求めておき、それを外側境界条件として用いる必要がある。構造物をよぎる変形波動場の求め方としては、従来からグリーンの公式を用いた境界要素法が使われており(Ijima et al:1976)、本研究に於いても同じ手法を取り上げる。一方、深水領域に置かれた水平円柱に対しては波が反射しないことが解析的に知られている(Dean:1948, Ursell:1950)。このことから本研究では、深水領域での反射率を調べることにより、境界要素法に於ける境界分割数の性質を調べることを目的とする。

2.グリーンの公式

断面2次元の時間的に振動するポテンシャル解を仮定する。

$$\Phi=\phi e^{i\sigma t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

すべての変量を周波数σと重力加速度gで無次元化する。例えば

$$(x,y)=(x',y')\sigma^2/g \quad ,t=\sigma t'$$

$$\phi=(\sigma^3/g^2)\phi' \quad ,k=(g/\sigma^2)k'$$

ここで記号"′"は、有次元量を表す。分散関係式は

$$k\tanh kh=1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

で表される。ポテンシャルの空間分布は２次元のラプラス方程式を満たす。

$$\Delta\phi=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

領域内の点を(x,y)、境界上の点を(ξ,η)とし、２点間の距離をrとすると、(3)式の主要解$\log r$を用いて、グリーンの公式から領域内のポテンシャルは

$$\phi(x,y)=\frac{1}{2\pi}\int_S\left\{\phi(\xi,\eta)\frac{\partial\log r}{\partial\nu}-\log r\frac{\partial\phi(\xi,\eta)}{\partial\nu}\right\}ds \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

で表され、境界上のポテンシャルは

$$\phi(\xi',\eta')=\frac{1}{\pi}\int_S\left\{\phi(\xi,\eta)\frac{\partial\log r}{\partial\nu}-\log r\frac{\partial\phi(\xi,\eta)}{\partial\nu}\right\}ds \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

で表される。ただし$(\partial/\partial\nu)$は境界上で領域内から外側に向かう微分を表す。

境界SをN個の微小区間に分割し、(5)式の積分を離散化すると、区間内でϕ,ϕ_νは一定とする。

$$\phi_i=\sum_{j=1}^{N}\{\overline{E_{ij}}\phi_j-E_{ij}\overline{\phi_j}\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

ここで $\phi_j=\phi(\xi_j,\eta_j)$であり、記号"―"はその$\nu$方向の微係数を表す。また、$E_{ij}$は主要解の$j$区間積分で$\overline{E_{ij}}$は主要解の微係数の積分を表し

$$E_{ij}=\frac{1}{\pi}(\log r_{ij})\Delta s_j \quad ,E_{ij}=\frac{1}{\pi}(\log\frac{\Delta s_i}{2}-1)\Delta s_i$$

Surface waves on a submerged horizontal structure
by Tzuneharu ORIHASI and Ken-ichiro HAMANAKA

$$\overline{E_{ij}} = \frac{1}{\pi}\ \nu \cdot \nabla(\log r_{ij})\Delta s_j \quad , \overline{E_{ii}}=0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

である。

3．境界条件

図１の様に座標系を考える。自由水面、円柱表面、底面、左右の仮想境界の順に1～5の番号をつける。

円柱表面、底面(境界2, 3)では

$$\bar{\phi} = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

自由水面(境界1)では、微小振幅の仮定を用いて

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \phi \qquad \text{または} \quad \bar{\phi} = \phi \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

仮想境界(境界4)では、反射波の振幅を a_r とすると

$$\phi = \{e^{-i(k+l)} + a_r e^{i(k+l)}\}\ A(y) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

仮想境界(境界5)では、通過波の振幅を a_t として

$$\phi = a_t\ e^{-k(x-l)} A(y) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

$$\text{ただし}\quad A(y) = \frac{\cosh k(y+h)}{\cosh kh} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

従って、境界4($x = -l$)では

$$\phi = (1 + a_r)A(y)\ ,\quad \bar{\phi} = ik(1 - a_r)A(y) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

境界5($x = l$)では

$$\phi = a_t A(y)\ ,\quad \bar{\phi} = -ik a_t A(y) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

これらの境界条件を(6)式に代入すると、結局未知数は境界1, 2, 3上の ϕ と、境界4と5上の a_r と a_t だけとなる。なお(6)式の左辺の i 点は境界4と5上に適当に一点づつとれば良い。以上の様にして未知数 ϕ_i と a_r, a_t に対し(6)式は連立一次方程式を構成し解くことができる。

４計算結果と考察

この問題を決定する物理量は全て無次元量で考えて、水深ｈ、没水深ｄ，円柱の半径Ｒである。その他に計算条件として構造物から仮想境界までの水平距離Ｌと各境界の分割数である。本研究では、水面と底面の分割数を同じにとりＮ１、円柱表面をＮ２、境界４と５をＭ個に分割する。座標系と概念図を図１に示す。

一般に、水平距離と分割数をどの様にとるべきかを決めるには試行錯誤を繰り返すしかないが、その判定基準は積分を離散化したことから考えて、各分割数を増加させた時に解が一定値に近づく時とするのが妥当であろう。又、本研究では深水波の条件で考え、水平円柱構造物からの波の反射はない

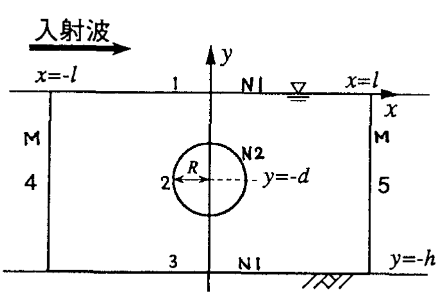

図１　座標系

表１．計算条件

図	h	d	R	$2l$	$N2$
2	5	1.5	0.5	20	20
3	5	1.5	0.5	20	40
4	5	1.5	0.5	10	40
5	10	2.0	1.0	20	40
6	10	2.0	1.0	20	40

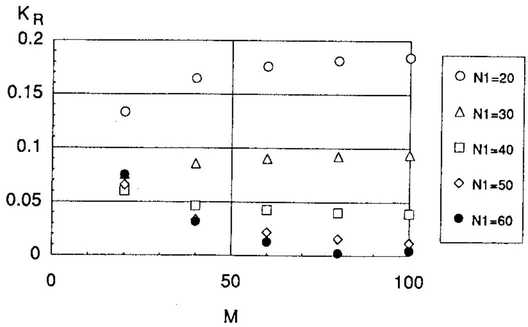

図２　反射率

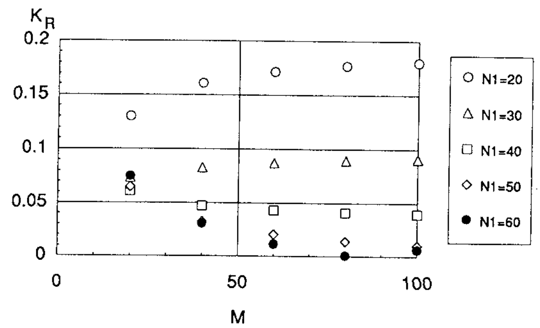

図３　反射率

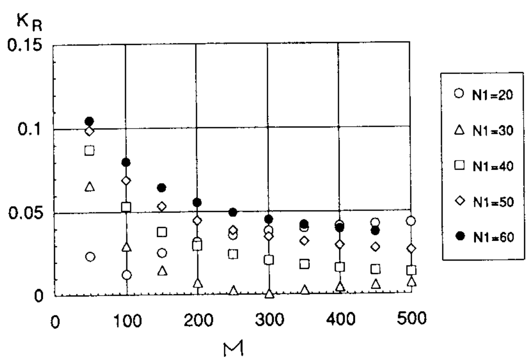

図４　反射率

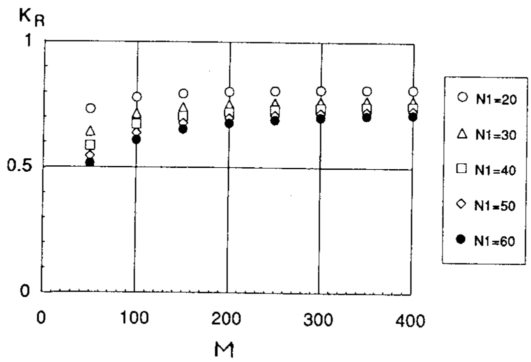

図５　反射率

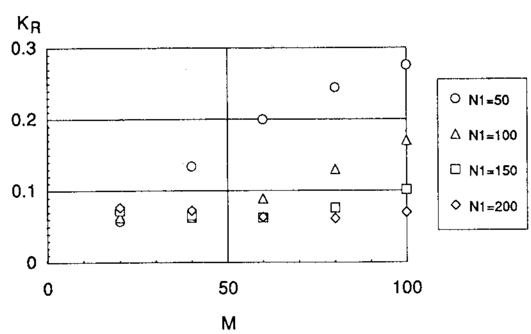

図６　反射率

ことももう一つの判定基準と考える。なお、本研究で用いた無次元化によれば、深水波の波長は２πであり、深水波の条件はｈ＞πとなる。

以下に示す図は物理条件及びl、Ｎ２を固定してＮ１とＭを変化させて反射率の様子を見たもので、各々の条件を表１に示す。

図２は判定条件をほぼ満たす例で、Ｎ１およびＭの増加に従って反射率は一定値に近づきその値はほぼ零となっている。図３に円柱表面の分割数Ｎ２を倍にした例を示しているが、値に大きな変化は見られない。このことは他の条件の場合も同様であったため以下にはＮ２＝４０の場合だけを示す。図４は図３に比べ、水平距離lを半分にした場合である。一見収束しているように見えるが、反射率は零にはなっていない。この様に不適当に短い水平距離をとると、仮想境界上での波動条件を満たさなくなる。

図５は水深を倍にした場合である。この場合も一見解は収束している様に見えるが、反射率は異常に大きな値となっている。この場合、構造物の大きさも倍となっているが、充分深水波の条件となっているから反射率は零でなければならない。このことは解析的には水底面でポテンシャルの値もその微係数も零となるものが主要解の値が大きくなるため数値的にその条件を満たさなくなるものと考えられる。そのことを見るため水底の条件を解析的に深水波の条件を与えることにより計算条件から取り除いた例が図６である。まだ充分満足できる結果ではないがかなり改善されている。以上の計算結果から、グリーン公式を用いて深水波の条件で解く場合は、水深は波長よりやや少なめに、水平距離は波長よりやや長めにとることが適当であると考えられる。

参考文献

浜中・勝岡・佐藤(1992):円柱をよぎる振動流の数値解法, 海洋開発論文集, Vol.8, 11-18頁.

Dean,W.R.(1948):On the reflexion of surface waves by a submerged circular cylinder, Proc. Camb.Phil.Soc. Vol.44, pp483-491.

Ursell,F.(1950):Surface waves on deep water in the presence of a submerged circular cylinder 1, Proc.Camb.Phil.Soc., Vol.46, pp141-152.

Ijima,T. et al(1976):Method of analysis for two-dimensional water wave problems, Proc. ICCE, pp.2717-2736.