

## 分布型流出モデルによる山地流出解析

北海学園大学工学部	正員	嵯峨 浩
北海道電力(株)	正員	西村 哲治
北海道電力(株)	正員	坂本 容
北海道大学工学部	正員	藤田 陸博

### 1. はじめに

人口170万人を擁する大都市札幌を貫通する豊平川の通年の出水状況を的確に把握することは、利水・治水の両面にわたり非常に重要である。ダム操作の確実な安全性の確保を目的として、北海道電力(株)は豊平川上流域に水文観測システム<sup>1), 2)</sup>を構築し現在も観測を続けている。

本研究の対象としている流域は、小流域の簾舞川流域である。この流域は、豊平川流域（流域面積約520km<sup>2</sup>）に内抱される支流域で、藻岩ダム直上流右岸側の北向き斜面である。流域面積は9.79km<sup>2</sup>であり、ほぼ自然状態の山地小流域である。

降雨の空間分布は<sup>2)</sup>これまでの観測により、降雨規模が小さいと標高に関係なく一様に分布するが、降雨規模が大きいと標高が高いほど雨量が多くなることが明らかになっている。前回の報告<sup>3)</sup>では、この降雨の空間分布を考慮するため、国土数値情報に基づく250mメッシュの擬似河道網モデルと、サブ流域における降雨から流出量への変換をタンクモデル<sup>4), 5)</sup>によりおこなう分布型流出モデルによる流出解析を行った。タンクモデルを用いた理由は、この流域における流出率が最大でも0.15程度であり、非常に補水性の大きいことと、このように流出率が小さい流域では有効降雨と直接流出量を用いると、降雨の空間分布を反映しにくいからである。このモデルの組み合わせにより流出解析を行った結果、良好な精度で再現計算を行うことが出来、有効なモデルであることがわかった。

したがって、本研究ではこの分布型流出モデルにおいて、最大の懸案事項の一つでもあるタンクモデルの各モデルパラメタの最適同定を、拡張カルマンフィルターにより行う手法について検討する。

### 2. タンクモデルのパラメタの同定

前回行った流出解析におけるタンクモデルのパラメタの決定は、コンピュータ・グラフィックスを見ながらの試行錯誤法によった。本手法における分布型流出モデルを大流域に展開するため、あるいは客観性を有するモデルとするためには、パラメータの最適化手法を駆使する必要があると思われる。

タンクモデルのように未定パラメタ数の多い流出モデルに対して、Powellの共役方向法、DFP (Davidon-Fletcher-Powell) 法と呼ばれる数学的最適化手法があるが、最適定数を探索する場合に記憶容量の大きな計算機を必要とする欠点がある。したがって、本研究では、パソコンでも十分探索でき、計算時間が少なくてすむ拡張カルマンフィルター手法<sup>6), 7), 8)</sup>によるタンクモデルのパラメタ同定を行った。タンクの構造は、前回行った流出解析と同じカスケード型の3段タンクモデルである。各記号と構造上の対応を図-1に示す。状態変量としては、各タンク貯留高 C<sub>1</sub>、C<sub>2</sub>、C<sub>3</sub>、Qであり、未知パラメタは側方流出孔係数 a<sub>1u</sub>、a<sub>1m</sub>、a<sub>11</sub>、a<sub>2</sub>、a<sub>3</sub>、下方浸透孔係数 b<sub>1</sub>、b<sub>2</sub>、b<sub>3</sub>である。各流出孔の高さ h<sub>1u</sub>、h<sub>1m</sub>、h<sub>11</sub>、h<sub>2</sub>、h<sub>3</sub>は固定パラメタとした。各タンクの連続式を以下に示す。

Runoff Analysis by The Quasi Channel Network Model in Mountainous Basin.

by Hiroshi SAGA, Tetsuji NISHIMURA, Yoh SAKAMOTO and Mutsuhiro FUJITA

$$\frac{dC_1}{dt} = f_1 = r(t) - q_{1u}Y(C_1, h_{1u}) - q_{1m}Y(C_1, h_{1m}) - q_{1i}Y(C_1, h_{1i}) - i_1(t) \quad (1)$$

$$\frac{dC_2}{dt} = f_2 = i_1(t) - q_2Y(C_2, h_2) - i_2(t) \quad (2)$$

$$\frac{dC_3}{dt} = f_3 = i_2(t) - q_3Y(C_3, h_3) - i_3(t) \quad (3)$$

ここに、 $q_i = a_i \times (C_i - h_i)$ ,  $i_1 = b_1 \times C_1$ ,  $Y(C, h) = \frac{1}{\pi} \left\{ t \alpha n^{-1} \frac{C-h}{\varepsilon} + \frac{\pi}{2} \right\}$ , ( $0 < \varepsilon \ll 1$ )

$Y(C, h)$ は、Heaviside関数 ( $\varepsilon = 10^{-6}$ ) で、この特殊関数を導入することにより流出孔の高さと貯留高の関係の場合分けが不要となり、統一的な取扱いが可能となる。また、流量Qは次式で示される。

$$Q(t) = q_{1u}Y(C_1, h_{1u}) + q_{1m}Y(C_1, h_{1m}) + q_{1i}Y(C_1, h_{1i}) + q_2Y(C_2, h_2) + q_3Y(C_3, h_3)$$

未知パラメタは、この観測値が得られる時点ごとに逐次同定されていく。 (4)

a) 状態変量とモデルパラメタ

$$\text{状態変量} : C_1 = x_1(t), C_2 = x_2(t), C_3 = x_3(t), Q = x_4(t)$$

$$\text{モデルパラメタ} : a_{1u} = x_5(t), a_{1m} = x_6(t), a_{1i} = x_7(t), a_2 = x_8(t)$$

$$a_3 = x_9(t), b_1 = x_{10}(t), b_2 = x_{11}(t), b_3 = x_{12}(t)$$

b) システム方程式

状態変量とモデルパラメタの時間変化にシステム誤差を加えたものがシステム方程式になる。なお、本研究では、星の方法<sup>6)</sup>にしたがい状態変量、モデルパラメタの非線形微分方程式を近似線形微分方程式に変換し、さらに離散化方程式に変換している。結果のみを示すと次式となる。

$$X_{k+1} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \Gamma \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_k \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここに、 $[X_1] = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$

$$[X_2] = [x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12}]^T$$

$\Phi_1, \Gamma, d$  : 離散化変換係数 (時間とともに変化する)、 $w_k$  :  $[4 \times 1]$  のシステム誤差ベクトル  
c) 観測方程式

タンクモデルによる計算で求められる流出量に観測誤差を加えたものがカルマンフィルターの観測方程式となり次式で示される。

$$Z_k = [H_1 \ H_2] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + v_k \quad (6)$$

ここに、 $[H_1] = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$ ,  $[H_2] = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$   $Z_k$  は、時刻  $k$  における流量の観測値であり、 $v_k$  は観測誤差である。

### 3. シミュレーション

本手法によるパラメタ同定手法が妥当か否か検証するために、シミュレーション法による計算を行った。実測値は真のパラメタの値が不明であるためである。方法は、第一にパラメタの値 (真値) を決め、これによる流出量を観測流量とする。次に初期パラメタを適当に決め、カルマンフィルター作動後の最終パラメタがどう変化するか調べる。同定されたパラメタによる流出計算結果を図-2に示す。図中の実線が観測流量であり、△印がパラメタ初期値による流出量、×印が1回目のカルマンフィルター作動後の最終パラメタによる流出計算の結果である。この最終パラメタの値を更に初期値としてカルマンフィルターを作動し、2回目の最終パラメタによる流出計算結果が図中の○印で示されている。再現計算の精度が向上していることが

わかる。図-4は、実時間で変動する各タンク内貯留高の変化の様子を示している。破線は、1回目の値を、実線は2回目の値である。図-3は、S～Q曲線であり実線は観測値を、×印と○印はそれぞれ、図-4で示されるタンク内貯留高の総和を示している。S～Q曲線の後半の部分にそれが見られるが、これはパラメタ同定の際、減水部の計算を途中で打ち切ったため、最下段タンクのパラメタに誤差が生じていたためと思われるが、連続の式は保たれているようである。

図-5に実時間パラメタの変動を示す。(a)は一定値を保っているが、これは1段タンクの貯留高が最も高い側方流出孔に達していないためである。(b)～(h)の一点鎖線は、パラメタの真値を示しており、いずれも1回目より2回目の方が真値に近づいているのがわかる。ただし、(c)、(e)特に(h)は真値に収束するのが遅くなっているが、これはパラメタの値が他に比較して1オーダー小さく、減水部の挙動を支配するにも関わらず、減水部分を余り多く計算しなかったためと思われる。

なお、パラメタに関する推定誤差分散は初期値の1割、システム誤差分散は状態変量の推定誤差分散が0とならない小さな値を、また、観測誤差は流量の大きさを参考に試行錯誤的に求めて与えた。

以上の様に、本手法の妥当性が確かめられたので、今後本手法を実流域に適用し分布型流出モデルを発展させていきたいと考えている。

最後に、本研究は、財団法人北海道河川防災研究センター研究助成（代表：嵯峨）および財団法人河川情報センター研究開発助成（代表：山口甲）を受けました。ここに記して謝意を表します。

参考文献：1)西村・高橋・藤田、『出水予測のための水文気象観測』、第46回年講概要集Ⅱ、1991、pp64～65；2)嵯峨・中尾・西村・藤田、『豊平側上流部における通年の水文観測とその解析』、水・水要旨集、1991、pp114～117；3)嵯峨・西村・藤田、『豊平川上流域の擬似河道網による流出解析』、第47回年講概要集Ⅱ、1992、pp478～479；4)菅原正巳、『流出解析法』；5)小葉竹・石原、『タンクモデルおよび集中面積図を利用した洪水流出モデルの総合化』、土木学会論文報告集第337号、1983、pp129～135；6)星清、『洪水予測システムの基礎的検討(2)』、土木試験所月報No.386、1985、pp48～68；7)CHAO-LIN CHIU、『APPLICATION OF KALMAN FILTER TO HYDROLOGY, HYDRAULICS AND WATER RESOURCES』、1978；8)安永・神野・河村、『宅地開発とともにうなう農業用溜池への流入量の変化について』、水工学論文集第36巻、1992、pp629～634

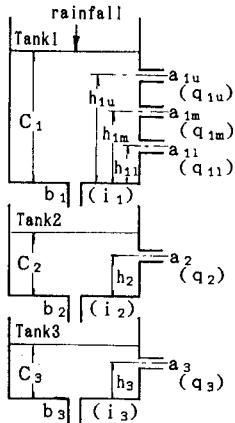


図-1 タンクモデル

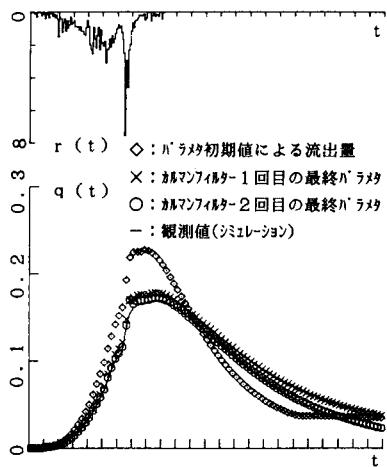


図-2 最終パラメタによる計算結果

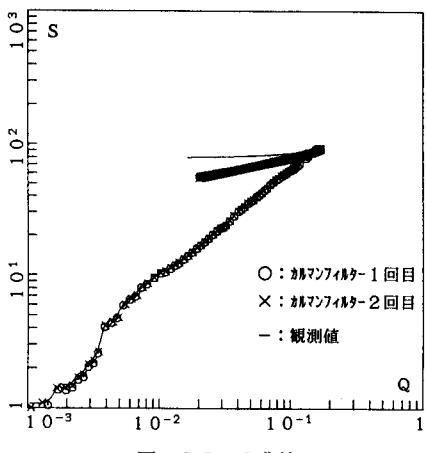


図-3 S～Q曲線

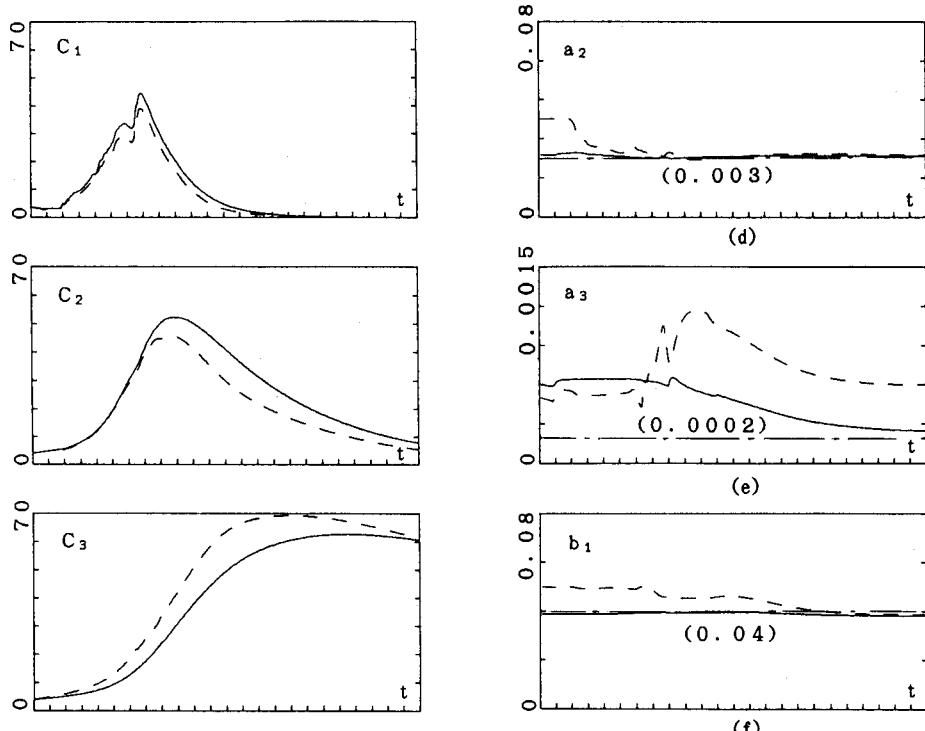


図-4 タンク内貯留高の変動

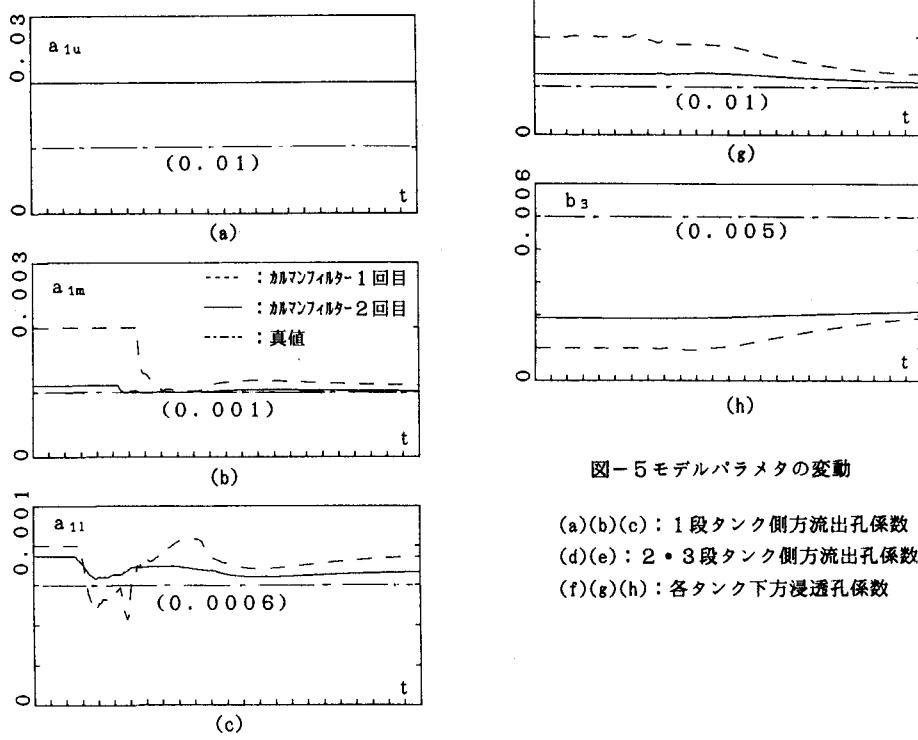


図-5 モデルパラメタの変動

(a)(b)(c) : 1段タンク側方流出孔係数  
 (d)(e) : 2・3段タンク側方流出孔係数  
 (f)(g)(h) : 各タンク下方浸透孔係数