

II-17

2次元波状底面の影響を受けた射流における定常水面波と流速分布 —ステップ・プールの成因解析—

北海道大学 正員 長谷川和義
北海道大学工学部 学生員 八木 次郎

1. はじめに

山地河川には、ステップ・プール（階段状河床形状）と呼ばれる河床起伏が普遍的に認められる。これらは3次元的な形状を呈しており、大きな礫によって槽田状に囲まれた深みが連なっていることが多い。長谷川¹⁾らの調査では、これと類似のリブと呼ばれる2次元的な河床起伏が存在する。礫一層程度のあまり高くない波高と比較的長い波長を有しているのが特徴で、両者は共存していることがあり、見分けの難しい場合がある。

近年、河川に自然性を求めることが多くなり、魚類が棲息する環境として淵瀬の存在が注目されるようになってきた。このため人工的に大礫を河床に配置し、淵を創り出す試みもなされている。しかし、ステップ・プールなど自然の淵の形成機構を無視しては、その試みも失敗に帰すものといえる。ステップ・プールやリブの形成機構を明らかにしようとするのが、本論の大きな目的である。

この研究を水理学的な立場から初めに進めたのは、Whittaker・Jaeggi²⁾である。彼らは反砂堆にその成因を求めるとともに、アーミングが重要な役割をはたしていることを指摘している。芦田・江頭³⁾⁴⁾らも、反砂堆の形成と混合砂礫の分級、大礫の停止がその成因としている。長谷川¹⁾は、これに対して河床不安定によって生ずる反砂堆はリブの成因であり、3次元的なステップ・プールは水面波によって引き起こされるものと考えた。長谷川¹⁾はこの考えにしたがい、水面に定常波をあたえた射流実験において底面せん断力を測定し、水面波と逆位相の分布が現れることを確かめた。これによれば、水面波に対し $\pi/2$ だけ上流側にずれた底面波がをつくり出されることになる。しかし、波長は水面波と同一であり、ポテンシャル理論ではそのときの水面波高が無限大となる。底面波と水面波の相互干渉は、ステップ・プールの形成を解明する重要問題として残っているものといえる。

一方、河床不安定（反砂堆）によって起こる底面波の波長は、定常水面波の波長とは異なっている。底面波に強制された水面の上に形成される波が、どのような性質を示すかについても知れるところは少ない。本研究は、干渉問題として存在するこれら二つのうち、後者に対象をしぼって実験により知見を得ようとするものである。

2. 実験の概要

2-1. 実験装置

使用した実験水路は、図-1に示す幅30cm長さ10mの側面ガラス張り可変勾配水路である。底面に、林6)の反砂堆発生領域を満たす振幅1.5cm、波長120cmのsinカーブをあたえ、この上に粒径1mmの砂を粗度として張り付けた。造波用に三角形の水切りをポイントゲージに取付けて水路中央で上下させ、水面波の卓越する場所を選んで固定した。水面形状の測定は、実験R-1、R-2についてはポイントゲージを、R-3、R-4については超音波変位センサーを用いた。流速はレーザードップラー流速計により、水路側壁から鉛直分布を測った。

2-2. 実験条件

フルード数と水深をそれぞれ2種類に変え、水面形、流速および底面せん断力への影響を調べることにし、水路勾配と流量を変化させることで上記の条件を満たした。表-1に4ケースについての水理条件を記す。

図-1 実験装置の概容

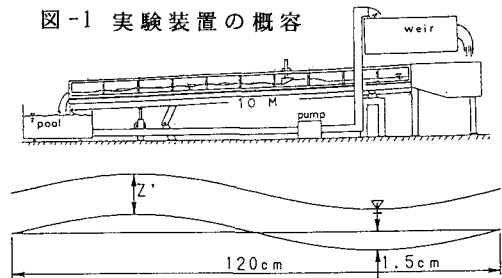


表-1 実験水理条件

DATA	i	Q (l/s)	h (cm)	Fr	B/h
R-1	0.0275	30.3	5.73	2.3522116	5.2356020
R-2	0.0275	24.1	5.11	2.2215259	5.8708414
R-3	0.0178	30.3	6.49	1.9513774	4.6224961
R-4	0.0178	27.475777	6.193	1.8983656	4.8441789

2-3. 計測項目と計測法

水面形の計測は、造波点より30cm下流から120cmの区間において、流下方向に3cm間隔41点、横断方向に1cm間隔15点の615点についておこなった。ただし、超音波変位センサーを用いたR-3, R-4における平均水深は、測定器の性能上大きめにするため

水切りをのぞいた状態の値を用いている。流速測定は、側壁から7.5cmの位置で流下方向に12cm間隔11点、水深方向に底面から2mm間隔で2cmまで、それより上方で5mm間隔で表面付近までおこなった。

3. 実験の結果

3-1. 水面形状

図-2に、R-1からR-4における水面形状の鳥瞰図を示す。ただし、半幅にわたる測定値を中央で折り返して示している。このうち、R-1の波を例にとり波頂をプロットしたものを図3に示す。斜め波が交錯縞模様状に、周期的に現れていることがわかる。

これらの図から得た流下方向波長(λ)を表-2に掲げる。斜め波が観測できるのは、水切り設置位置より底面波の1.5波長を越えたところまでであり、それより下流ではほとんど見られない。

表-2 実測波長・振幅

DATA	Δ (cm)	λ (cm)	a (cm)	a/h	a/λ	h/λ
R-1	26.08	63	1.61728	0.2822478	0.0256711	0.0909523
R-2	25	53	1.343305	0.2628716	0.0253453	0.0884150
R-3	24	46	1.18322	0.1823143	0.0257221	0.1410869
R-4	24.15	47	1.275	0.2058716	0.0271276	0.1317659

3-2. 流速分布

図-4に流速分布の測定結果を示す。底面波の山から谷にいたる場所で次第に加速し、谷から山にかけて次第に減速している様子が、4ケース共通して見られる。

図-5は、R-1を例にとり対数分布式との対応を見たものである。底面から1cmまでの間については、何れの場合のデータもこれを満たしている。しかし、1cmより上層では対数則を上まわる値を示し、底面波の谷部および頂部においてはずれが大きい。

3-3. 底面せん断力分布

壁法則の成り立つ1cmの区間のデータに対して対数則をあてはめ、平均摩擦速度を求めた。図-5は、このようにして得た底面せん断力の分布を示すものである。

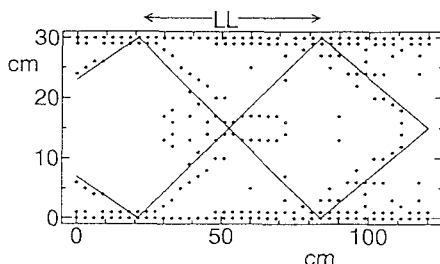


図-3 波頂位置図

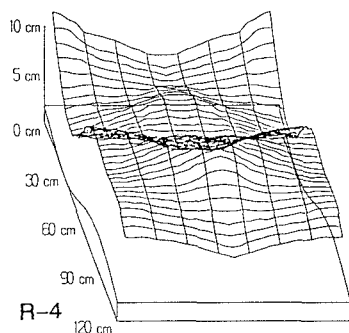
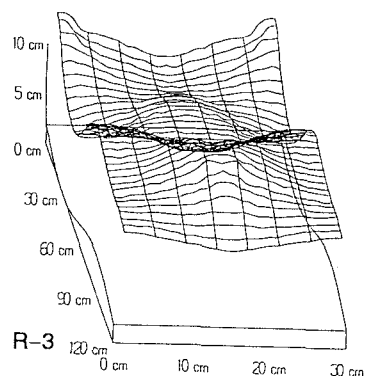
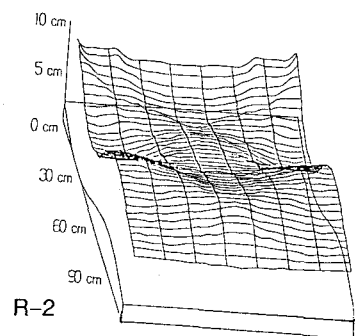
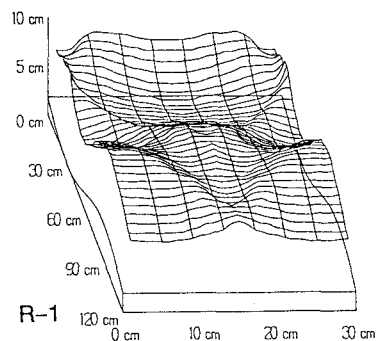


図-2 水面形の鳥瞰図

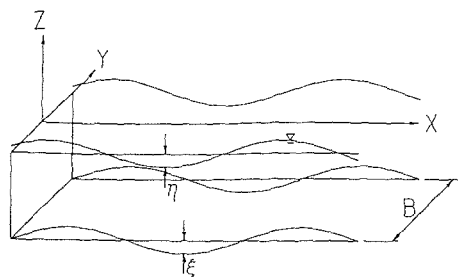


図-7 記号定義

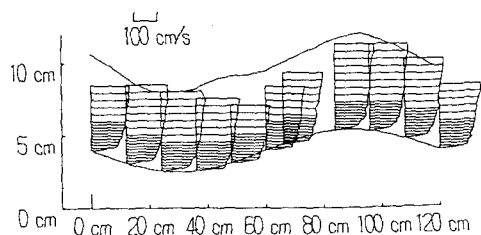


図-4 流速分布の測定結果

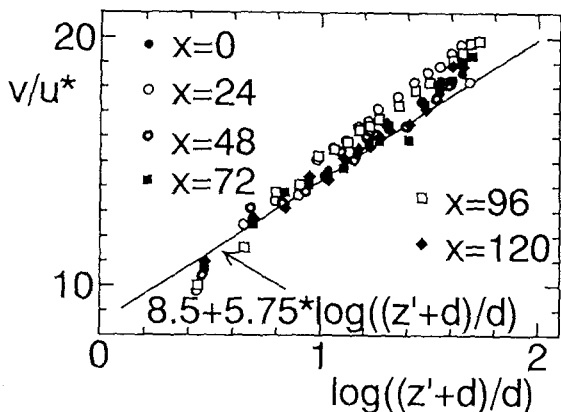
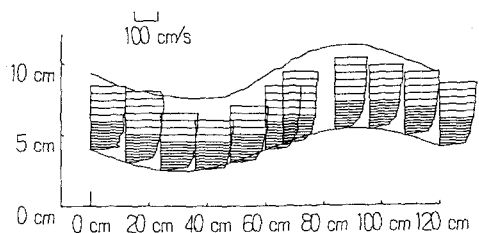


図-5 対数分布の検討

$i=2.75 \times 10^{-2}$ $Q=24.1$ (L/S)

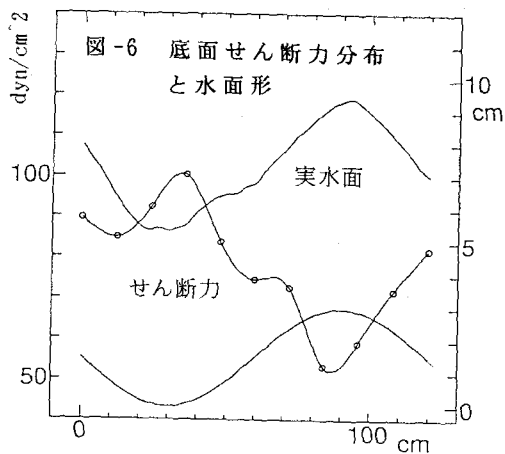


図-6 底面せん断力分布と水面形

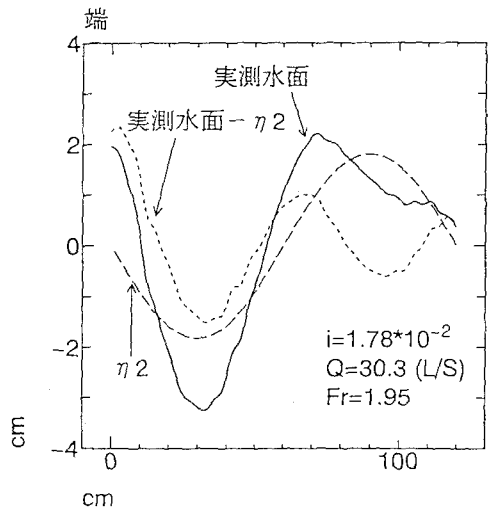
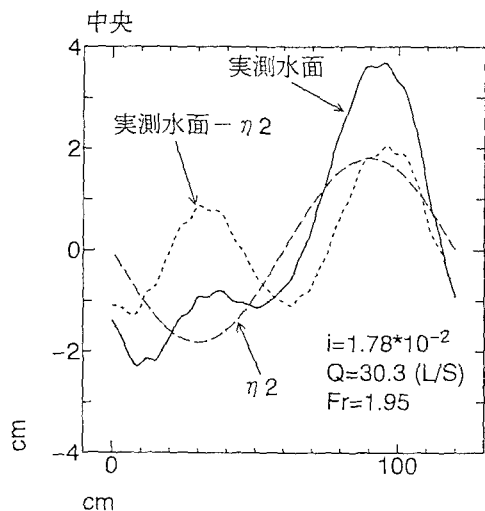


図-8 実測水面、 η_2 、およびその差

4. 考 察

4-1. 線形ポテンシャル解析による考察

図-7のように軸を定め、線形ポテンシャル解を求める。線形が仮定できれば水面と底面の二つの境界条件を有する解は、それぞれの境界の他方を斉次にとって得た解の和として求められる。すなわち、求めるべきポテンシャルを次のように表すことができる。

$$\phi = U_0 x + \phi_1 + \phi_2 \quad \dots\dots(1)$$

ここに、 ϕ = 流れの3次元ポテンシャル、 ϕ_1 = 底面境界条件を斉次にとったときの水面強制条件を満たすポテンシャル、 ϕ_2 = 水面強制条件がないときの底面境界条件を満たすポテンシャル。

4-1-1. ϕ_1 の解

$$\text{基礎式} \quad \nabla^2 \phi_1 = 0 \quad \dots\dots(2)$$

にたいして、満たすべき境界条件は：

$$\left. \begin{array}{l} \text{底面 } z = -h \text{ における運動学的条件 : } \left. \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right|_{z=-h} = 0 \right\} \\ \text{水面 } z = 0 \text{ における運動学的条件 : } \left. \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right|_{z=0} = U_0 \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\} \dots\dots(3) \\ \text{側壁 } y = \pm B/2 \text{ における運動学条件 : } \left. \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right|_{y=\pm \frac{B}{2}} = 0 \\ \text{水面 } z = 0 \text{ におけるベルヌイ条件 : } \left. U_0 \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right|_{z=0} + g\eta = 0 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{l} \text{基点における水面強制条件 : } \eta_1 = f(x, y) \\ \text{これに対する解は、} \phi_1 = U_0 \sum_i \sum_j \alpha_{ij} \cosh m_{ij}(z+h) \sin\{k_j(x+\chi)\} \cos l_i y \end{array} \quad \dots\dots(4)$$

となる。式(3)の4番目の条件から水面形を導くと次式になる。ただし、分散関係式を代入して整理している。

$$\text{ここに、} \eta_1 = - \sum_i \sum_j \frac{\alpha_{ij} m_{ij}}{k_j} \sinh(m_{ij}h) \cos\{k_j(x+\chi)\} \cos l_i y \quad \dots\dots(5)$$

であり、 λ は分散関係

$$k_j = \frac{2\pi j}{\lambda}, \quad l_i = \frac{2\pi i}{B}, \quad m_{ij}^2 = k_j^2 + l_i^2 \quad (i, j = 1, 2, 3, \dots)$$

$$F_r^2 h = \frac{m_1}{k_1^2} \tanh(m_1 h) \quad \dots\dots(6)$$

により定まる。 α_{ij} は強制条件を満たすように決めなければならないが、水切りによる造波条件が複雑なのでここでは $i=j=1$ について考え、そのときの水面波振幅を a として実験値からあたえることにする。Airy波が水面にあたえられるということは、実際現象に照らして不自然なことではない。河床に不規則な凹凸をもつなれにおいて、この水面波形の生ずることが知られているからである⁷⁾。

4-1-2. ϕ_2 の解

$$\text{基礎式} \quad \nabla^2 \phi_2 = 0 \quad \dots\dots(7)$$

にたいして、満たすべき境界条件は、

$$\left. \begin{array}{l} \text{底面 } z = -h \text{ における運動学的条件 : } \left. \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right|_{z=-h} = 0 \\ \text{ただし、} \xi \text{ は底面形状で本研究では : } \xi = A \sin \frac{2\pi}{L} x \\ \text{水面 } z = 0 \text{ における運動学的条件 : } \left. \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right|_{z=0} = U_0 \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \text{水面 } z = 0 \text{ におけるベルヌイ条件 : } \left. U_0 \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \right|_{z=0} + g\eta = 0 \end{array} \right\} \quad \dots\dots(8)$$

これに対する解は、よく知られているように次式になる。ただし、 $K = 2\pi/L$ である。

$$\phi_2 = -U_0 A \frac{\cosh Kz + F_r^2 K h \sinh Kz}{\sinh K h - F_r^2 K h \cosh K h} \cos Kx \quad \dots\dots(9)$$

$$\eta_2 = -\frac{F_r^2 K h A}{\sinh K h - F_r^2 K h \cosh K h} \sin K x \quad \dots\dots(10)$$

となる。

4-1-3. 底面波の応答をのぞいた水面波形状の特徴

底面波の水面応答が η_2 によってあたえられるものとして、これを実測水面形状から差し引き、残余の水面形状（水切りによってあたえられた定常水面波形状、以下定常波）について調べてみる。図-8は、R-3における側壁と中心線に沿ってみた水面形である。実線が実測水面、波線が η_2 、点線が定常波を表している。定常波の振幅は、側壁沿いには下流に向かうに従い減衰して現れているが、中心線に沿っては増幅して現れている。このことは、底面波（または η_2 ）の谷部に定常波の谷部が重なる時、あるいは底面波（または η_2 ）の山部に定常波の山部が重なる時に定常波が増幅を受け、逆の場合に減衰を受けていることを意味する。しかし、この過程は急速に衰えていき、底面波の2波長目を越える所では定常波の振幅が非常に小さくなる。長谷川ら⁵⁾による底面が平坦な実験の場合に比して、定常波の減衰は明らかに激しい。以上の性質は、他のすべての実験ケースにあてはまる。

4-1-4. 定常波の波長

図-9は、式(6)による無次元波数-フルード数の関係と、実測値とを比較したものである。両者はあまり合っておらず、実測波長が短めに現れている。この傾向は、勾配が緩い（フルード数の小さい）方の二つの実験において著しい。Airy波の性質からのはずれば、波長/水深比よりもフルード数に依存していることになる。フルード数が低下するにしたがって η_2 に関する式(6)の分母がゼロに近づき、底面応答波がスタンディングウェーブの性質を帯びてくることに関連している可能性がある。実際、実験中に底面勾配をこれよりもわずかに小さくしても、一部で跳水が発生し始めた。

4-1-5. 線形理論水面形状と実測値の比較

定常波の式(5)において $i=j=1$ とし、振幅を上述の算定値の平均によってあたえ、波長を式(6)から導いて代入したものを η_1 とする。これに η_2 を加えた水面形を実測値と比較すると図-10のようになる。定性的な一致がみられるものの、波長の過小評価や、谷（山）部の減衰（増幅）の不一致によって十分な再現がはかられていない。簡単な線形理論のみでは、底面波の干渉を受けた水面波を解析することに限界があるようである。

4-2. 底面せん断力分布の特徴

底面せん断力に関する一連の図（図-6）によれば、せん断力分布と水面形状の対応は非常に明瞭である。幾分ずれているが、山と谷が正反対に対応しているものといえる。これは水深の小さな所で流速が速く、大きいところで遅くなることによっている。さらに詳細にみれば、次のことが指摘できる。

せん断力分布の大局的变化は、底面波に対しても半波長だけ上流側にずれた形になっている。底面が移動性のものであれば、波高が変わらずに上流に移動するものと考えられる。本実験が、十分に発達した反砂堆を対象におこなわれたものであることがわかる。

せん断力（流速分布）が測られた場所は、側壁から水路幅の1/4の所であり、定常波の横断方向調波の第一成分（ $i=1$ ）の節部に相当している。したがって、定常波の影響が現れにくい所であるが、微小な水面の盛り上がりか底面波の応答水面の上に重なって現れている。せん断力は、このような微小な水面変化にも敏感に対応している。このことは、反砂堆が存在しても水面誘起のステップ・プールが発生し得ること、両者が共存し得ることを物語っている。

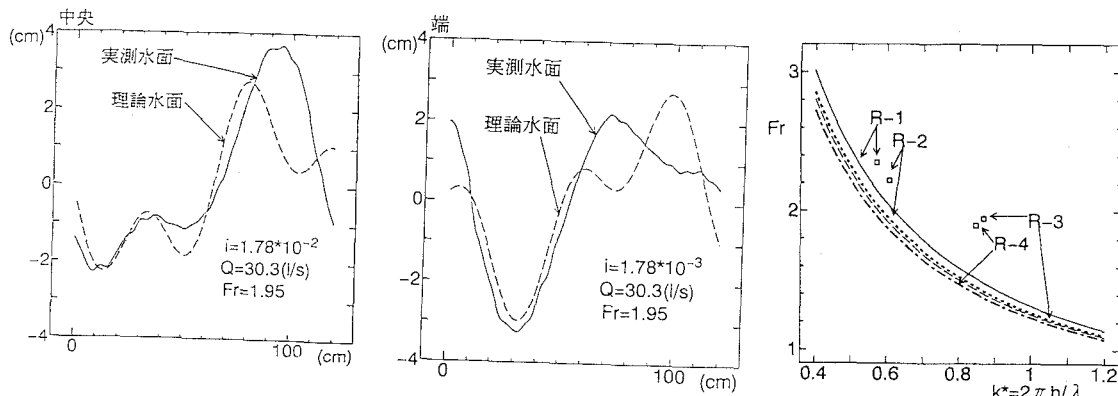


図-10 理論水面と実測水面の比較

図-9 分散関係の検討

5. まとめ

底面に反砂堆形状を模擬した起伏を置き、水面擾乱をあたえた射流実験をおこない、水面形状、流速分布、底面せん断力分布を測定して次の結論を得た。

- 1) 実測水面形状は、定性的には、底面波に対する線形ポテンシャル応答波と線形ポテンシャル水面波の和としての性質を有している。
 - 2) しかし、実測波長は線形理論によるものより小さく、振幅は急速に減衰しながらも場所的に増幅・減衰している。これらは、底面波による流れの加速・減速、流れのせん断流としての性質、底面応答波のスタンディングウェーブへの遷移などによる影響と考えられる。
 - 3) 平均流速は底面波の山から谷にかけて増加し、谷から山にかけて減じている。鉛直流速分布は何れの場所でも対数分布に近く、特に底面近傍で壁法則が成り立っている。しかし、上層に向かうにしたがい大きめの値を示す。底面波の谷および山の位置でこの傾向が顕著になる。
 - 4) 底面せん断力分布は水面波と密接に関連しており、山と谷がわずかのずれをもって正反対に対応している。このことは、微小な水面変形においても成立しており、反砂堆とステップ・プールの共存を示唆する。
 - 5) せん断力分布は、底面波に対してもほぼ半波長上流側へ位相ずれを起こしている。
- 本実験が発達した反砂堆を模擬しておこなわれたことを意味する。

謝辞：本研究は、文部省科学研究費補助金・試験研究(B)「最近の移動床水理学研究に立脚した多自然型親水性河道の設計指針の確立」(代表・京大防災研教授・村本嘉雄)の補助を受けて進められた。記して、関係者の方々に深謝の意を表する次第である。

参考文献

- 1) 長谷川和義：山地河川の形態と流れ、水工学シリーズ88-A-8、土木学会水理委員会、1988。
- 2) Whittaker, J. G. and Jaeggi, M. N. R.: Origin of step-pool systems in mountain streams, Jour. of Hy. Div., ASCE, Vol. 108, No. HY6, 1982.
- 3) 芦田和男・江頭信治・安東尚美：階段状河床形の発生機構と形状特性、京大防災研年報、第27号B-2、1984。
- 4) 芦田和男・江頭信治・沢田豊明・西本直史：山地河道における階段状河床形の構造、京大防災研年報、第28号B-2、1985。
- 5) 長谷川和義・藤田睦博・小野寺正典：定常波を有する流れの河床せん断力、土木学会北海道支部論文報告集、第44号、1988。
- 6) Hayashi, T.: Formation of dunes and antidunes in open channels, Jour. of Hy. Div., ASCE, Vol. 96, No. HY2, 1970.
- 7) ラム 流体力学、今井功・橋本英典訳、東京図書