

II-14

USG-GMD河床変動解析

北海道大学大学院 学生員 貢 連躍

北海道大学工学部 正 員 森 明巨

北海道大学工学部 正 員 板倉 忠興

1. はじめに

河床変動の予測法の開発は河川工学における重要な課題である。実河川の河床変動の予測では実験と数値計算がある。数値計算の方は一般に要する時間が短く、経費も少なくて済む。ここ数年、計算流体力学の発展に伴って、数値計算の信頼性が高くなってきているので、数値計算の利用は増えている¹⁾。

一般に河道の平面形状は複雑である。このような場合には一つの方法は平面形状に合った座標系の利用である。しかし、氾濫原のある河川で洪水の場合には、平面形状に合った座標系を採用すれば、座標系の取り方に大いに工夫を要するし、汎用性に欠ける。この問題に対しては、非構造格子(USG)を用いる計算法が有力になる。非構造格子を用いれば、座標系によらずに計算点を任意に配列することが可能である。このため計算の途中で計算点を任意に加えたり取り除いたりして、計算精度の向上をはかることが簡単にできる²⁾。従って、本研究では三角形で要素の分割を行う非構造格子を用いることにした。

数値計算の方法において、従来のほとんどの方法で用いられている単に各座標方向の風上差分の組み合わせは座標系に依存し、物理的に不合理な解となることが指摘されている。この点に関連して、航空工学の分野での開発されつつある GMD (Genuinely Multi-Dimensional) が注目を集めるようになってきた³⁾。GMD は多次元双曲型方程式の風上差分を合理的に行うものである。

本研究は河床変動計算に GMD を応用して、複雑な河道の平面形状における砂州を再現する計算法の開発を目指したものである。ここでは極単純なモデルでこの計算法の特性を調べたので報告する。

本報告で使われる主な記号

H: 水位, h: 水深, Z: 河床高, g: 重力の加速度, d: 河床材料の粒径, W_s : 砂粒の沈降速度, u, v: x, y 方向の垂線平均流速, n: マンニング粗度係数, S_d : 砂の水中比重, q_b : 単位幅流砂量, λ : 空隙率 (≈ 0.4), τ_* : 無次元の河床せん断力, ϕ : 流速係数 ($= \bar{U}/u_*$), u_* : 摩擦速度

2. 基礎方程式

流れの連続式、運動方程式及び流砂の連続式を(1)式で与える。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \Omega \quad (1)$$

ここに、

$$\phi = \begin{bmatrix} h \\ E \\ G \\ Z \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} E^2/h + g h^2/2 \\ EG/h \\ k q_{bx} \end{bmatrix}, \quad \Psi = \begin{bmatrix} G \\ G^2/h + g h^2/2 \\ k q_{by} \end{bmatrix}, \quad \Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ -g h \partial Z / \partial x - f E \\ -g h \partial Z / \partial y - f G \\ 0 \end{bmatrix}$$

The Analyse of Numerical Method in Change of Riverbed With Genuinely Multi-Dimensional and Unstructured Grid By Lianye GONG, Akio MORI, Tadaaki ITAKURA

$$E = u h, \quad G = v h, \quad f = g n^2 \sqrt{u^2 + v^2} / h^{4/3}$$

流砂量は(2)式で計算する。

$$\frac{q_b}{\sqrt{s_d g d^3}} = 0.048 (\tau_* - \tau_{*c})^2 \psi^2 \frac{\sqrt{s_d g d}}{W_s} \quad 4)$$
(2)

3. GMD

(1)式の中に、 Φ と Ψ は ϕ の関数であり、(1)式は(3)式になる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + A \frac{\partial \phi}{\partial x} + B \frac{\partial \phi}{\partial y} = \Omega \quad (3)$$

もし流砂量と流れの伝播方向は同じ方向が仮定すると、(1)式の中に流砂量式を考えらずにA、Bが(5)式で与えられる。

$$A = \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ c^2 - u^2 & 2u & 0 \\ -uv & v & u \end{bmatrix}, \quad B = \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -uv & v & u \\ c^2 - u^2 & 0 & 2v \end{bmatrix} \quad (4)$$

この時、特性方程式 $|A - \mu B| = 0$ の μ の根がすべて実根であれば、(3)式は対角行列 D_x 、 D_y を用いて(5)式のように書いて、特性量 W の伝播方向が D_x 、 D_y で与えられる。

$$\frac{\partial W}{\partial t} + D_x \frac{\partial W}{\partial x} + D_y \frac{\partial W}{\partial y} = \Omega_w \quad 5) \quad (5)$$

しかし、一般にA、B同时对角化することができない。しかし、(1)式において圧力項を右辺のソース項に含ませると、

$$|A - \mu B| = (u - \mu v)^3 = 0$$

すなわち $\mu = u/v$ 三重根になり、伝播方向は $dx/dy = \mu = u/v$ で移流方向となる。

計算領域を図-2を示すように三角形で分割する。E、G、 Q_{bx} 、 Q_{by} に関する配分 α_i は次のように行う。

$$\text{Flux} \cdot S_i > 0 \quad \alpha_i = \text{Flux} \cdot S_i / \alpha \quad , \quad \text{Flux} \cdot S_i < 0 \quad \alpha_i = 0$$

ここに、 $\alpha = \sum_{i=1}^3 \alpha_i$ 、 S_i は三角形の重心から頂点 i 向かう単位ベクトル。

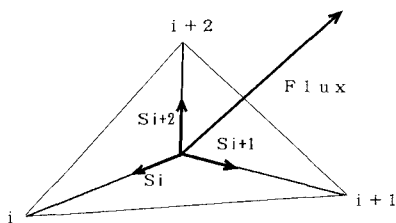


図-1

h に関する配分 β_i は次のように行う。

$Fr < 1$ のとき、 $\beta_i = 1/3$ の均等配分。

$Fr > 1$ のとき、

$$V \cdot S_i < 0 \text{ すると、} K_i = 0$$

$$V \cdot S_i > 0 \text{ すると、} K_i = 1$$

$$\beta_i = K_i / K \quad \text{ここに、} k = \sum_{i=1}^3 k_i \quad 5)$$

4. 河床変動計算結果

計算に用いた流れは黒木ら⁶⁾の実験で、幅 0.90 m、長さ 30 m、矩形断面の直線流路で、勾配 0.004、粒

径 0.58 mm、水深 3.07 cmである。単列砂州が発生する。境界条件は、上流端で流量と河床標高を一定、下流端で水位と河床標高を一定とする。

平坦河床上に高さ 3 cm のマウンドを置いて (図-2の $t=0$ s)、固定床で流れが安定になるまで計算し、得られた計算値を河床変動計算の初期値として計算した。

実験結果は波長 7-8 m、平均波高 4-5 cm、砂州の移動速度は約 6 m/h である。

計算結果は次のようになっている

図-3は河床の等高線の時間変化を示したものである。まず、 $t=5268$ s、矢印で示したの右岸に新しいマウンドが発生した。次にこのマウンドの下流に○印で示した位置左右岸交互にマウンドが発生し、時間とともに下流へ伝播している。これは砂州の形状の特徴である。図-4は $t=8194$ s の流速ベクトル図である。この図を見ると、矢印で示す範囲Aに流向は砂州に対応して蛇行をする。図-5は $t=8194$ s の水位の等高線である。図-4示すように範囲Bの中に左右岸が交互に高まりを持つ水面形が見られる。この範囲と流れの流向は蛇行をする範囲は砂州を発生する範囲が判断される。図-3を見ると波高は約 3-4 cm、波長 10m くらい、マウンドの下流へ伝播速度はこの図の中の破線を示すように 約 2.4 m/hである。図-3の中に実線を示すようなことは実験した砂州の移動速度に基づいて予想する砂州の時間変化である。

5. 結論

本研究は USG を用いる GMD 河床変動計算法の特性を調べるために極単純なモデルを用いた。砂州を発生が確かめられる条件での計算すれば、砂州を発生することが可能である。しかし、極単純なモデルを利用し、流砂量の配分が流れのと一致を考えると、計算した砂州の移動速度などが実験に合わないところがある。本研究には利用したモデルはどう改良するのか、配分はどうすればいいのかという問題である。更に、流れと流砂の配分は実際の伝播方向に基づいて配分したら、砂州の再現性が高まるであろう。

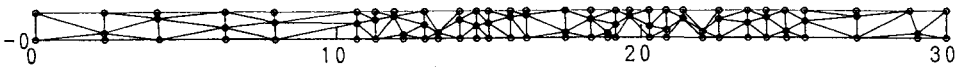


図 - 2

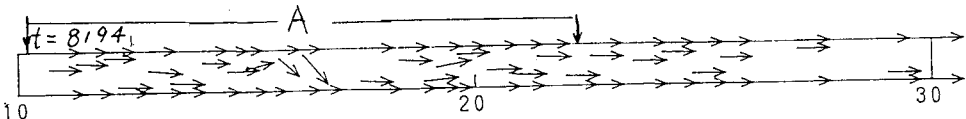


図 - 4

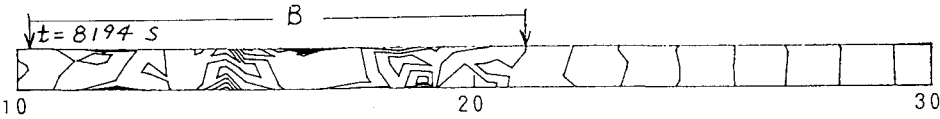


図 - 5

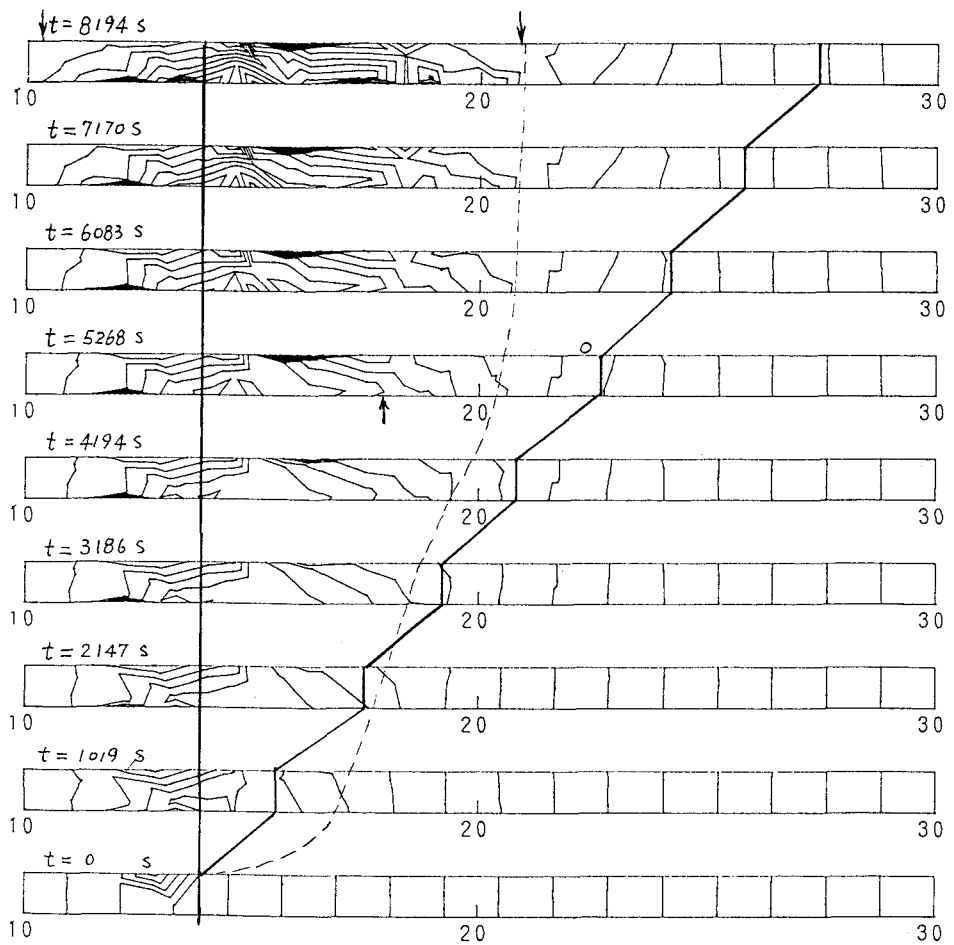


図 - 3

参考文献

- 1) 日本機械学会 編 《流れの数値シミュレーション》
- 2) 貢連躍、森明巨、板倉忠興：非構造格子を用いた有限体積法による河床変動計算の研究(土木学会北海道支部 論文報告集 第48号 第2部 P427-P432)
- 3) 森明巨、板倉忠興：USG-GMD浅水流数値解析法
- 4) 岸力、黒木幹男：掃流砂量の研究(土木学会北海道支部 論文報告集 昭和49年度 P137-P142)
- 5) H. Deconinck, Ch. Hirsch and J. Peuteman: Characteristic decomposition methods for the multi-dimensional Euler equations, Proceedings of the 10th Int. Conf. on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Beijing, 1986, Springer Verlag "Lecture Notes in Physics", Vol. 264, 1986, P216-P211
- 6) 黒木幹男、岸力、板倉忠興：交互砂州の水理特性(文部省科学研究費 総合研究(A) 昭和48-49年度 積地河川における河床形態と流体抵抗の研究 P80-P88)