

II-7

安定河道形状に関する研究

北海道大学工学部	学生員	酒井 匠
北海道開発局	正 員	岡部 和憲
北海道大学工学部	正 員	黒木 幹男
北海道大学工学部	正 員	板倉 忠興

1. はじめに

安定な河道形状を知することは、河川計画をする上で重要なことであり、これまでも多くの研究がなされている。

増田・河村¹⁾は不等流式、流れの連続式、流砂量式、流砂の連続式、抵抗則を表す式を用いて河床の平衡勾配を求める次の式を導いた。

$$I = I_0 \left(\frac{B}{B_0} \right)^\alpha \left(\frac{d}{d_0} \right)^\beta - h_0 \left(\frac{B}{B_0} \right)^\gamma \left(\frac{d}{d_0} \right)^\delta \left[\frac{\gamma}{B} \frac{dB}{dx} + \frac{\delta}{d} \frac{dd}{dx} \right] + \frac{h_c^3}{h_0} \left(\frac{B}{B_0} \right)^{2\gamma} \left(\frac{d}{d_0} \right)^{2\delta} \left[\frac{(\gamma-1)}{B} \frac{dB}{dx} + \frac{\delta}{d} \frac{dd}{dx} \right]$$

但し B : 川幅、 h : 水深、 d : 平均粒径、 I : 河床勾配、 $h_c = Q^2 / (g B^2)$ 、 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$: 定数、添字 0 は基準点におけるそれぞれの値である。この式は $B(x)$ 、 $d(x)$ の関数形が与えられれば I が求められるというものである。

この式は $Q = \text{一定}$ (Q : 流量)、 $Q_B = \text{一定}$ (Q_B : 流砂量) という条件のもとで導かれている。しかし実際の河川では、小河川等からの横流入やさまざまな要因が考えられるので、 Q 、 Q_B が空間的に一定ではないと考える方が妥当であろう。また $B(x)$ 、 $d(x)$ の関数形を与えることにより制約が増している。

黒木²⁾らによると、 $I_e = I_b$ (I_e : エネルギー勾配、 I_b : 河床勾配) の近似が許される場合、 $Q_B = \text{一定}$ の条件のもとで、平衡勾配は次式で表される。

$$I = C Q^{-7/6} \quad (C : \text{定数})$$

すなわち $Q(x)$ の関数形を与えることによって I が求められる。また同時に h 、 B 、 d も x の関数として求められる。本研究はこの研究をもとに、 $Q_B \neq \text{一定}$ として動的平衡の立場から I を求めるものである。

2. 基礎式

流砂の連続式を

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{1}{B(1-\lambda)} \frac{\partial (q_B B)}{\partial x} = f(x) \quad (\lambda : \text{空隙率})$$

とすると平衡状態では $\frac{\partial Z}{\partial x} = 0$ なので $\frac{\partial (q_B B)}{\partial x} \neq 0$ 、すなわち

$$q_B B = Q_B(x) \quad (1)$$

但し q_B : 単位幅・単位時間当たりの流砂量、 B : 川幅、 x : 流下方向にはかった水平距離、 Q_B : 流砂量で x の関数である。

単位幅流砂量の式は次式で与えられる。

STUDY ON STABLE PROFILES OF THE BED OF A STREAM CHANNEL

by Takumi SAKAI, Kazunori OKABE, Mikio KUROKI and Tadaoki ITAKURA

$$\frac{q_B}{\sqrt{s g d^3}} = a_0 (\tau_* - \tau_{*c})^{3/2} \quad (2)$$

但し τ_* : 無次元河床せん断力, τ_{*c} : 無次元限界せん断力, d : 河床砂礫の平均粒径, s : 河床砂礫の水
中比重, a_0 : 定数

池田³⁾らによると安定横断形状では次式が成立する。

$$\tau_* = \frac{h I_e}{s d} = C_1 \quad (3)$$

但し h : 水深, I_e : エネルギー勾配, C_1 : 定数

(3) 式は一樣砂に対する表式である。流れの抵抗を表す式は、指数形の抵抗則を採用する。

$$\phi = \frac{Q}{B h \sqrt{g h I_e}} = 6.9 \left(\frac{h}{d} \right)^{1/6} \quad (4)$$

但し Q : 流量, g : 重力加速度

また流れの運動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{1}{2g} \frac{d}{dx} \left(\frac{Q}{B h} \right)^2 + \frac{dh}{dx} = I_b - I_e \quad (5)$$

(2), (3), (4), (5) 式は黒木らの研究と同じ式を採用した。

3. 支配方程式の誘導

(1), (2), (3) 式より次式を得る。

$$d^{3/2} B = \frac{Q_B}{a_0 \sqrt{s g} (C_1 - \tau_{*c})^{3/2}} = C_2 Q_B \quad (6)$$

(3), (4) 式より次式を得る。

$$\frac{Q}{B d^{3/2} \sqrt{g I_e}} = 6.9 \left(\frac{s C_2}{I_e} \right)^{5/3} \quad (7)$$

(6), (7) 式より、勾配を流量と流砂量の関数として表すことができる。

$$I_e = \left[\frac{6.9 (s C_2)^{5/3} \sqrt{g} C_2 Q_B}{Q} \right]^{6/7} = C_3 \left[\frac{Q_B}{Q} \right]^{6/7} \quad (8)$$

次に (3), (6), (8) 式より次式を得る。

$$\frac{Q}{B h} = \frac{C_3^{3/2}}{(s C_1)^{3/2} C_2} \left[\frac{Q_B}{Q} \right]^{2/7} h^{1/2} = C_4 \left[\frac{Q_B}{Q} \right]^{2/7} h^{1/2} \quad (9)$$

(9) 式の関係を用いて (5) 式から B を消去すると次式ようになる。

$$\frac{dh}{dx} + \frac{4 \left[\frac{1}{Q_B} \frac{dQ_B}{dx} - \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dx} \right]}{1 + C_5 \left[\frac{Q}{Q_B} \right]^{4/7}} h = \frac{C_5 \left[\frac{Q}{Q_B} \right]^{4/7}}{1 + C_5 \left[\frac{Q}{Q_B} \right]^{4/7}} (I_b - I_e) \quad (10)$$

但し $C_5 = 2 g / (C_4)^2$

4. 流量・流砂量分布と安定縦断形状

$I_e = I_b$ の近似が成り立つ場合、 Q と Q_B の関数形が与えられれば、(8) 式を積分して安定河床縦断形状が求められる。

$$\frac{dz}{dx} = -C_3 \left[\frac{Q_B}{Q} \right]^{6/7} \quad (8)'$$

Q , Q_B の関数形は様々なものが考えられるが、ここでは指数形を仮定する。

$$Q = Q_0 \exp(qx) \quad (11)$$

$$Q_B = Q_{B0} \exp(px) \quad (12)$$

境界条件は

$$z = z_* \quad ; \quad x = 0$$

$$z = 0 \quad ; \quad x = L$$

として (8) 式を積分すると次式を得る。

$$\frac{z}{z_*} = \frac{\exp\{-(a-b)\xi\} - \exp\{-(a-b)\}}{1 - \exp\{-(a-b)\}} \quad (13)$$

但し z_* : 上流端の比高, L : 流路長, $a = \frac{6}{7}qL$,

$$b = \frac{6}{7}pL, \quad \xi = \frac{x}{L}$$

$a > b$ の範囲で $(a-b)$ の値を変化させて (13) 式を図示すると、図-1 のようになる。 $(a-b)$ が増大すると、上流部が急勾配、下流部が緩勾配になる。

すなわち、対称区間の流量と流砂量の増加率の差が大きいほど、安定河床縦断形状は上流部で急勾配となり、下流部で緩勾配となる。

5. 水深、平均粒形、川幅の縦断変化

流量と流砂量の関数形を (11), (12) 式の様
に仮定すると、(10) 式より次式を得る。

$$h = \frac{\exp\left[\frac{2}{3}(a-b)\xi\right]}{1 + \exp\left[\frac{2}{3}(a-b)\xi\right]} \left[\int (I_b - I_a) dx + A \right] \quad (14)$$

$I_a = I_b$ が成り立つ場合、水深の縦断変化は次式のように表せる。

$$\frac{h}{h_0} = \frac{(1+m) \exp\left[\frac{2}{3}(a-b)\xi\right]}{1 + \exp\left[\frac{2}{3}(a-b)\xi\right]} \quad (15)$$

$$\text{但し } m = C_s \left(\frac{Q_0}{Q_{B0}} \right)^{4/7}$$

従って m が大きくなるにつれて、相対的な流砂量は減少する。(15) 式をから計算した平衡河道の水深の縦断変化の一例を図示すると図-2 の様になる。これを見ると、 m が大きくなるに従い水深の縦断変化が小さくなる。すなわち流砂量が少ないと、水深の縦断

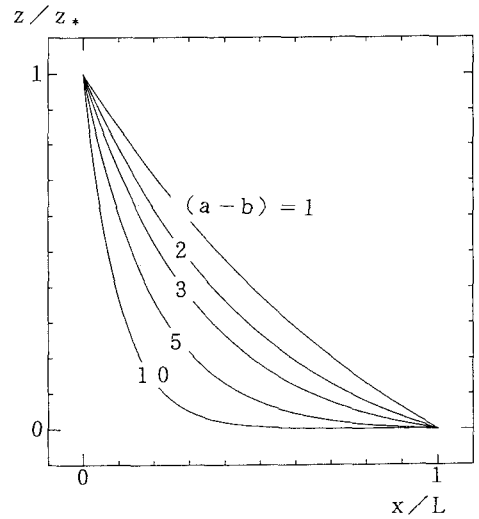


図-1 河床縦断形状

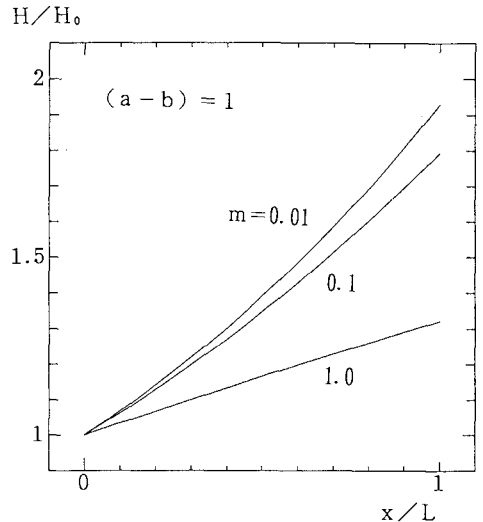


図-2 水深の縦断変化

変化は小さくなる。

また (3), (6) 式から平均粒径、川幅の縦断変化も求めることができる。

$$\frac{d}{d_0} = \frac{(1+m) \exp \left[-\frac{1}{3}(a-b)\xi \right]}{1+m \exp \left[\frac{2}{3}(a-b)\xi \right]} \quad (16)$$

$$\frac{B}{B_0} = \left[\frac{(1+m) \exp \left\{ -\frac{1}{3}(a-b)\xi \right\}}{1+m \exp \left\{ \frac{2}{3}(a-b)\xi \right\}} \right]^{-3/2} \quad (17)$$

(16), (17) 式を図示するとそれぞれ図-3, 図-4 の様になる。これらは図-2 に対応した平均粒径, 川幅の縦断変化を表している。ここでは、 m の値が大きくなるにつれて縦断変化が大きくなっている。すなわち流砂量が少なくなるにつれ、それぞれの量の縦断変化は大きくなるといえる。

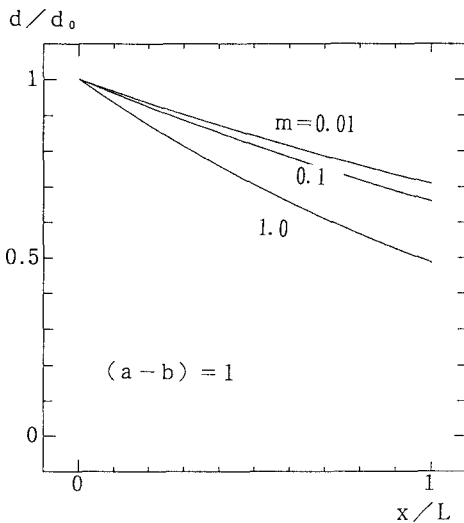


図-3 平均粒径の縦断変化

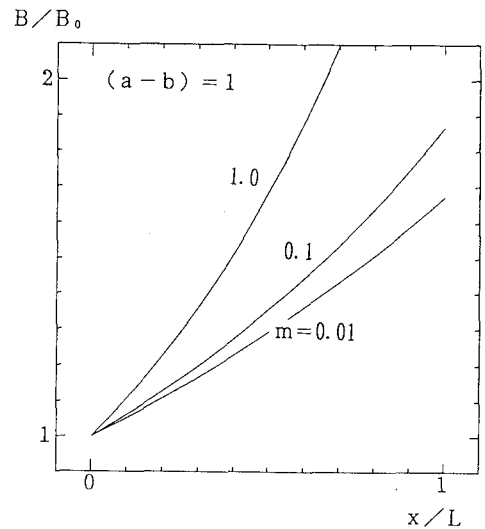


図-4 川幅の縦断変化

6. おわりに

黒木らの研究をもとに、 $Q_B = Q_{B0} \exp(p x)$ と修正し、安定河床縦断形状求め、さらに水深、平均粒径、川幅の縦断変化を求めた。その結果、若干の修正を加えることでこれら諸量を表すことができた。

《参考文献》

- 1) 増田重臣, 河村三郎: 流砂ある河川における平衡勾配について, 土木学会論文集 No. 70, PP. 8-16, 1960
- 2) 黒木幹男, 岡部和憲, 板倉忠興: 河道の安定縦断形状について, 第47回年次学術講演回概要集第2部, PP. 94-95, 1992
- 3) 池田俊介, G. Parker, 千代田将明, 木村善孝: 直線礫床河川の動的安定横断形状とそのスケール, 土木学会論文集 No. 375/II-6, PP. 117-126, 1986
- 4) 高山茂美: 河川地形, PP. 184-193, 共立出版, 1974