

周期的な圧縮荷重を受ける積層板の動的安定

北海道大学 工学部 正 員 三上 隆

北海道大学 工学部 学生員 朴 勝振

北海道大学 工学部 正 員 芳村 仁

1. はじめに

矩形板が周期的に変化する面内応力を受ける場合、一般には定常的な面内振動のみが生ずるが、ある特定の振動数範囲においては、その振幅が静的座屈応力に比して十分小さい場合でも、激しい曲げ振動が起こることはよく知られており、この現象は低数励振振動または静的不安定現象と呼ばれている。

等方性矩形板の動的安定問題はこれまでに多くの研究がされているが、積層板に対しては Srinivasan ら¹⁾、Moorthy ら²⁾ および Bert ら³⁾ など極めて限られている。本論文では、相対する二辺が単純支持された逆対称アングル・プライ積層板をとりあげ、相対する二辺上に周期的圧縮応力を受ける場合の動的問題を解析し配向角、積層数および剛性比等のパラメータの主不安定領域の大きさに与える影響を検討する。なお、安定境界の算定には Bolotin の方法⁴⁾ によった。

2. 主不安定領域の算定

図-1 に示すように、 $x=0$ と $x=a$ で周期的面内応力 σ_x^0 を受ける場合を考える。面内力を非周期成分と周期成分とに分け次のように表す。

$$\sigma_x^0 = \sigma_s + \sigma_d \cos \theta t = \alpha \sigma_{cr} + \beta \sigma_{cr} \cos \theta t \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 a と b は一定束数、 θ は面内力の振動数、 σ_{cr} は座屈応力である。

主不安定領域の境界値は、文献 5) および 6) より、近似的に次式で定められる。

$$\frac{\Theta^2}{4} = \bar{\Omega}_{mn}^2 - \frac{m^2}{m_*^2} \left(a \pm \frac{1}{2}b \right) \bar{\Omega}_{m_*+1}^2 \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 Θ および $\bar{\Omega}_{mn}$ は無次元化された面内力の振動数、および無負荷状態における積層板の無次元化された固有振動数であり、次式で与えられる。

$$\Theta^2 = \frac{\rho \theta^2 a^4}{E_2 h^2}, \quad \Omega^2 = \frac{\rho \omega^2 a^4}{E_2 h^2} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 ρ は密度、 E_2 は積層材（ラミナ）の主軸 2 の方向の弾性係数である。さらに、 m は作用応力方向の半波数、 n はそれに直角方向の半波数であり、 m_* と $\bar{\Omega}_{m_*+1}$ は、 $\text{Min}[\bar{\Omega}_{j1}^2/(j^2\pi^2)]$ ($j=1, 2, \dots$) を満たす j と $\bar{\Omega}_{j1}$ である。

3. 数値計算例

積層板の基本的諸元として、板厚比 $a/h=10$ 、アスペクト比 $a/b=1$ 、積層数 $N=4$ 、配向角 $\theta=45^\circ$ とし、材料の力学的特性にはグラファイト/エポキシ (Graphite/Epoxy) の $E_1/E_2=40, G_{12}=G_{13}=0.6E_2, G_{23}=0.5E_2$ および $\nu_{12}=0.25$ を採用し、パラメトリックな計算を行うときは、着目しているパラメータのみ変化させ、他のパラメトリック値には上述のそれを採用することにする。以下の結果は、特に断わらない限り 4 辺単純支持積

層板に対するものであり、また結果のすべては $(m,n)=(1,1)$ に対する不安定領域で、 $\alpha(=\sigma_s/\sigma_{cr})=0.05$ と一定にし、 $\beta(=\sigma_d/\sigma_{cr})$ を変化させ ($\beta=0\sim 0.08$) 求めたものである。なお、非負荷時の固有振動数の算定は文献 7) によった。

図-2 は積層数 $N=2,4,8$ のときの主不安定領域を示す。

図-3 は配向角 $\theta=15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ の主不安定領域を示す。

図-4 はアスペクト比 $a/b=0.6, 1, 2$ の主不安定領域を示す。

主不安定領域の境界は、式 (2) より明らかなように無負荷時の固有振動数に依存するので、不安定領域に及ぼす各パラメータ（積層数、配向角）の影響は無負荷時の固有振動数に与える影響と同様になる。

4. まとめ

本論文は、相対する 2 辺上に周期的な面内力が作用する逆対称アングル・プライ積層板の動的安定問題を解析し、積層数、配向角およびアスペクト比をパラメータとしたときの主不安定領域を用いたものである。積層板の動的安定特性の解明には、積層材料特性、積層の状態（配向角や積層数）、板の寸法（辺長比や板厚比）および境界条件等、数多くの考慮すべきパラメータが存在するので、不安定領域を簡便に評価できる式 (2) は極めて有効と思われる。

参考文献

- 1) Srinivasan, R.S. and Chellapandi, P. : Dynamic stability of rectangular laminated composite plates, *Computer & Structures*, Vol.24, p.233, 1986.
- 2) Moorthy, J. and Reddy, J.N. : Parametric instability of laminated composite plates with transverse shear deformation, *J. Solids Structures*, Vol.25, p.801, 1989.
- 3) Bert, C.E. and Birman, V. : Dynamic instability of shear deformable antisymmetric angle-ply plates, *J. Solids Structures*, Vol.23, p.1053, 1987.
- 4) Bolotin, V.V. : *The Dynamic Stability of Elastic Systems*, 1964.
- 5) 三上隆、佐伯昇：矩形板の座屈・振動問題における固有値の相似性、第 48 号、p.227, 1992.
- 6) 芳村仁・三上隆・朴勝振：逆対称アングル・プライ積層板の自由振動、構造工学論文集、Vol. 37A, p.911, 1991.

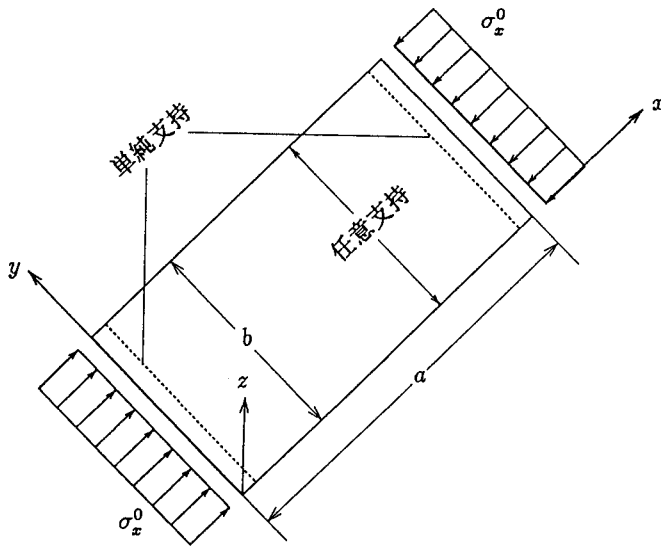


図-1 周期荷重を受ける積層板

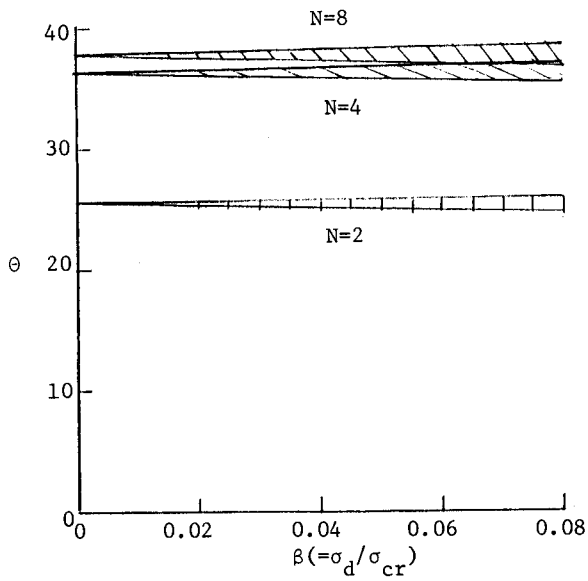


図-2 積層数 N を変化させた場合の主不安定領域

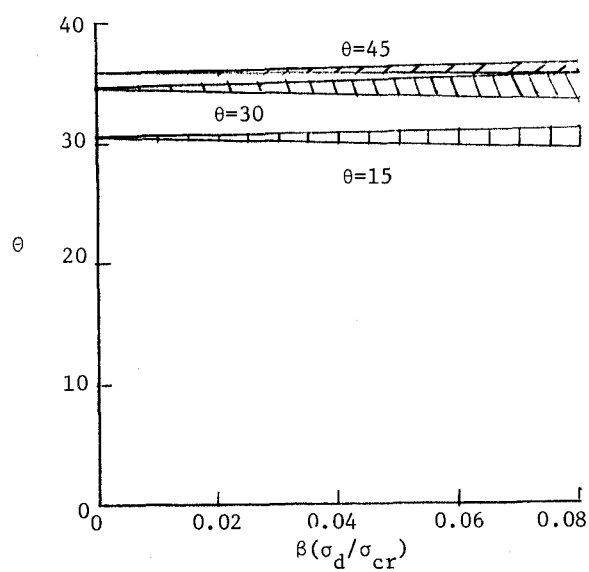


図-3 配向角 θ を変化させた場合の主不安定領域

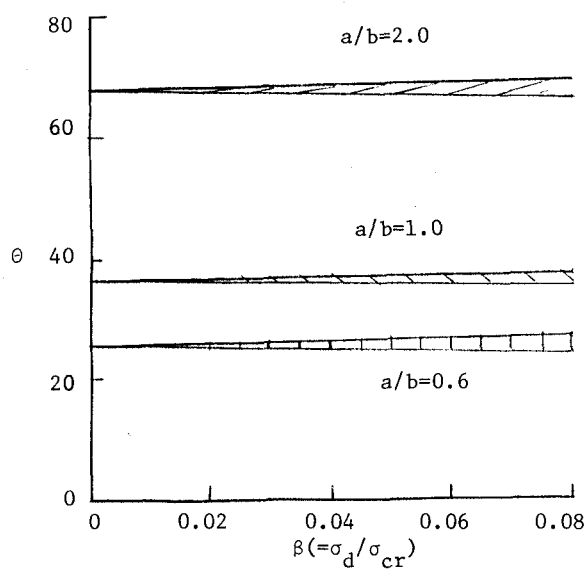


図-4 アスペクト比 a/b を変化させた場合の主不安定領域