

I-54

3次元橋梁構造物の時刻歴応答解析

北海道大学工学部 正員 林川 俊郎
 専修大学北海道短期大学 正員 金子 孝吉
 北海道大学工学部 学生員 今 和也

1. まえがき

近年、景観を重視する橋梁や市街地における高架橋等、桁高や下部構造の位置および大きさの制限される橋梁が増えており、斜張橋、高架橋、連続桁橋等高次の不静定構造のものも増えている。これらの橋梁の耐震性能向上の観点より、動的解析が必要となっている。また、道路線形に対応した曲率および斜角や勾配を有する橋梁も増えており、その動的応答性状をより正確に知るためには3次元解析が必要であると思われる。

そこで、本研究では図-1に示すような単弦ローゼ橋および連続曲線高架橋の異なる2つの橋梁形式を取り上げ、ニューマークβ法¹⁾を用いて時刻歴応答解析を行い、その動的挙動について検討した。前者は斜角を有し、一本の上弦材から成るローゼ橋であり、後者は長い橋脚を有する連続曲線桁橋である。

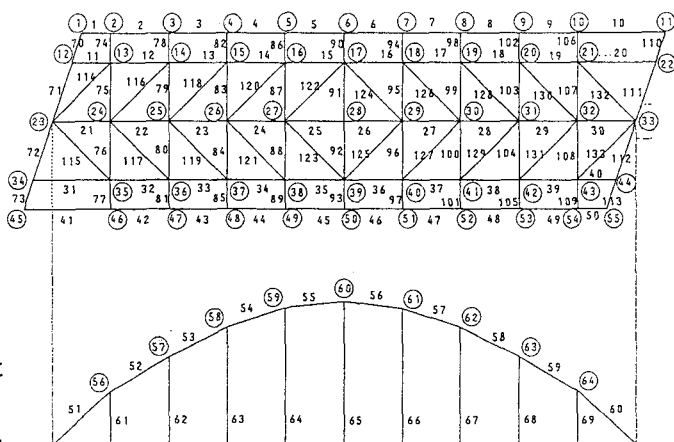
ここでは、一定周期力をもつ正弦波を作用させた時の減衰力や共振周波数の検討からニューマークβ法の適用性について考察する。次に、自然地震波を入力した時の構造物の動的応答性状および3次元解析の有用性について述べる。

2. 正弦波によるニューマークβ法の適用性

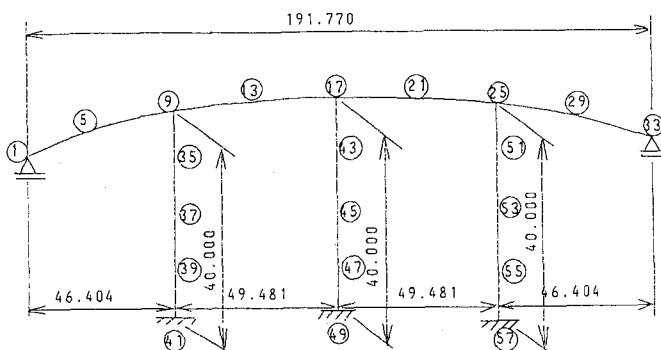
一般に、減衰のある構造物の強制振動に関する運動方程式は次式で表される。

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F(t) \quad (1)$$

ここに、 M 、 C 、 K はそれぞれ構造全体の質量、減衰、剛性マトリックスであり、 $\ddot{U}$ 、 $\dot{U}$ 、 U 、 $F(t)$ はそれぞれ加速度、速度、変位、外力ベクトルである。



(単弦ローゼ橋)



(連続曲線高架橋)

図-1 解析モデル

Time History Response Analysis of Three-Dimensional Bridge Structures.

By Toshiro Hayashikawa, Takakichi Kaneko and Kazuya Kon.

ここで、マトリックスMとKに関しては、n次モード形ベクトルおよびその転置ベクトルを使用することにより直交条件が成り立つことが既に知られている。そこで、減衰マトリックスCに関しても同様に直交条件が成り立つものと仮定する。

Rayleighは、このような直交条件を満たす減衰マトリックスとして次式のような定義を行っている。

$$C = A_1 M + A_2 K \quad (2)$$

ここに示される係数 A_1 、 A_2 は直交演算により近似的に求めることが可能であり^{2), 3)}、次式で表される。

$$A_1 = \frac{2\omega_1\omega_2(\xi_1\omega_2 - \xi_2\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2},$$

$$A_2 = \frac{2(\xi_2\omega_2 - \xi_1\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \quad (3)$$

ここに、 ω_n 、 ξ_n はそれぞれn次固有円振動数、n次モード減衰定数である。ここで問題となるのは、 ω_1 、 ω_2 にどのような値を用いるかであり、その違いによっては全く異なった応答値が得られる。そこで本研究では $\xi_1 = \xi_2 = 0.02$ として、固有値解析の結果^{4), 5)}をもとに、 ω_1 、 ω_2 にそれぞれモード次数の順で1次、2次の値を用いた場合と、有効質量の第1位、第2位の値を用いた場合について橋軸方向、橋軸直角方向および鉛直方向に一定周期の正弦波を作用させ、その減衰性、共振性を検討することにより ω_1 、 ω_2 の有効な値を求めることにする。

表-1はその橋軸方向、鉛直方向に関する計算結果を示すものであり、前者に比べ後者の方が仮定減衰定数0.02に近い値が得られている。このことから、 ω_1 、 ω_2 の選択には後者の手法を適用するのが良いと思われる。また、そのことにより ξ_1 、 ξ_2 を変化させ、横軸に加振周期、縦軸に応答変位をとり、共振曲線を描いてみると図-2のようになる。この図は、単弦ローゼ橋の鉛直方向にのみ正弦波を作用させ、その周期を変化させながら応答変位を求めることにより得られたものであり、固有値解析における鉛直曲げ1次モードの固有周期がほぼ0.5secである⁴⁾という結果に一致している。

以上の結果より、今後の解析においては、1次、2次減衰定数を $\xi_1 = \xi_2 = 0.02$ と仮定し、1次、2次固有円振動数には、有効質量の第1位、第2位の値を用いて作成された減衰マトリックスを使用することが適当と思われる。

表-1 正弦波による減衰定数

1. 1次、2次固有円振動数にモード次数の順で1次、2次の値を用いた場合

単弦ローゼ橋 (固有円振動数: $\omega_1=8.433$, $\omega_2=8.167$)

加振方向	正弦波の円振動数	係数 A_1	係数 A_2	減衰定数 ξ (解析値)
橋軸方向 (X)	41.72	0.14394	0.00274	0.0605
鉛直方向 (Z)	12.50	0.14394	0.00274	0.0209

2. 1次、2次固有円振動数に有効質量の第1位、第2位の値を用いた場合

単弦ローゼ橋 (固有円振動数: $\omega_1=41.718$, $\omega_2=19.716$)

加振方向	正弦波の円振動数	係数 A_1	係数 A_2	減衰定数 ξ (解析値)
橋軸方向 (X)	41.72	0.53554	0.00065	0.0223
鉛直方向 (Z)	12.50	0.53554	0.00065	0.0256

連続高架橋 (固有円振動数: $\omega_1=3.240$, $\omega_2=12.697$)

加振方向	正弦波の円振動数	係数 A_1	係数 A_2	減衰定数 ξ (解析値)
橋軸方向 (X)	41.72	0.10320	0.00251	0.0204
鉛直方向 (Z)	12.50	0.10320	0.00251	0.0227

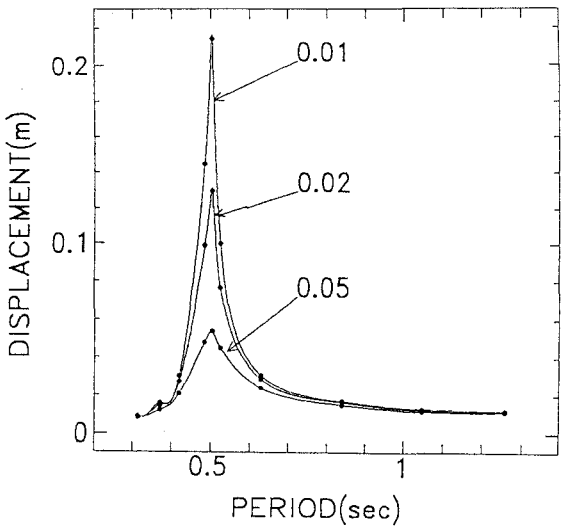


図-2 正弦波による共振曲線

3. 自然地震波による検討

3-1 入力地震波

今回の解析における自然地震波には、帯広にある千代田大橋で観測された浦河沖地震(1982.03.21.11:32)の加速度の波を用いた。その波形を示したものが図-3である。この図は、解析モデルの橋の橋軸方向、橋軸直角方向、鉛直方向をそれぞれ全体座標系の右手系におけるX方向、Y方向、Z方向とした場合の、各方向へ伝わる加速度の波を表している。地震波の前にある数値で、AXMAX=0.73976、TAX=21.430というのは、X方向の加速度の最大値が0.73976m/sec²であり、その値が21.430sec後に生じていることを示しており、以下の数値に関しても同様である。

また、入力地震波全体の特徴としては、X、Y方向にそれぞれ大きい加速度が生じており、Z方向にはあまり大きな加速度が生じていないことが分かる。なおこの地震波の全継続時間は81.9secであった。

3-2 最大応答値とその生じうる節点

2つの解析モデルに、それぞれ同様の入力地震波を作用させた結果、各節点に生じうる最大応答値を表したものが図-4である。この図は各節点における最大応答値を3次元的に表したものであり、上から順に最大変位応答図、最大速度応答図、最大加速度応答図を示している。また、この図における最初の数値UMAX=0.023735、ND.N=60、DIR=2は各節点における最大変位応答のうち、最も大きな値が節点60のY方向に生じており、その大きさが0.023735mであることを示している。なお、方向を表す変数であるDIRは、X、Y、Z方向の順にそれぞれ1、2、3となっている。

単弦ローゼ橋と連続曲線高架橋の最大応答値を比較してみると、連続曲線高架橋は地震波の入力方向であるX方向とY方向に大きな応答値を得ている。一方、単弦ローゼ橋は鉛直方向に大きな応答値が現れている。この原因としては連続曲線高架橋は長い橋脚をもち、橋台上ではローラー支承であることから、入力地震波の卓越するX方向とY方向に大きく応答しているものと考えられる。しかし、単弦ローゼ橋は、斜角を有し、3次元的に複雑な構造であることから、振動による連成効果が現れているものと思われる。

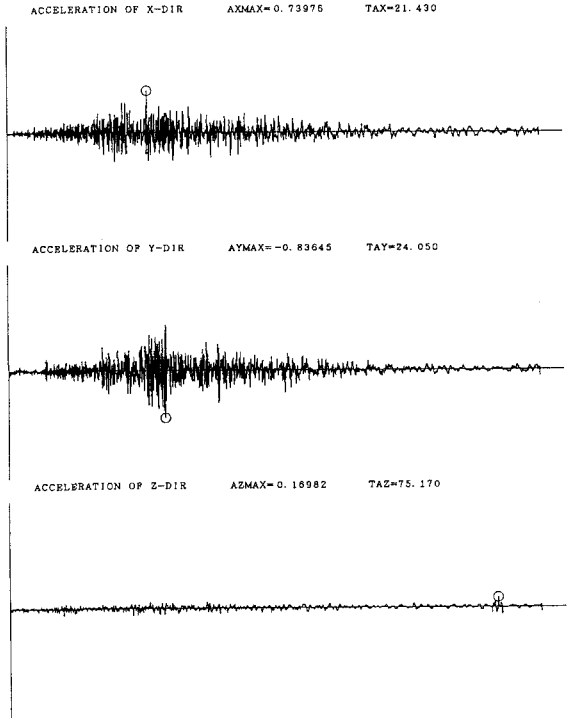


図-3 入力地震波

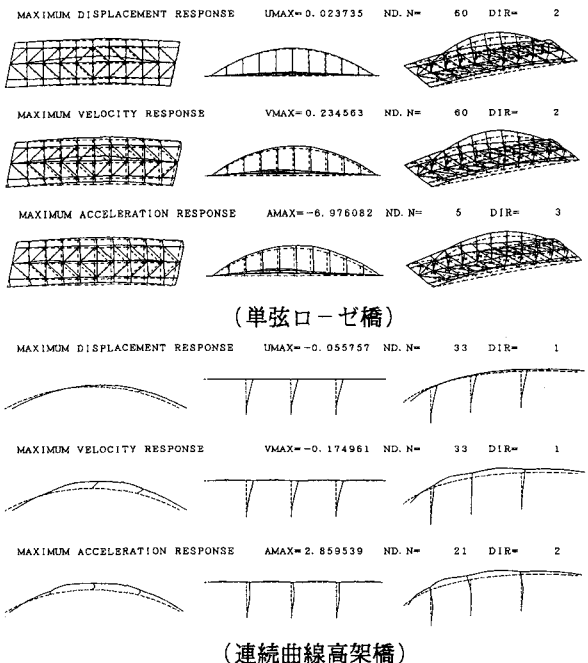


図-4 最大応答値

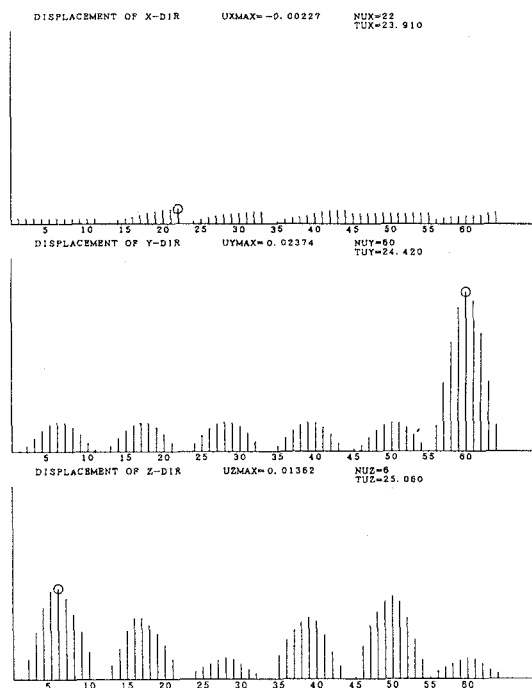


図-5 最大変位応答（単弦ローゼ橋）

そこで、図-4で示した最大応答値をさらに詳しく調べるために、各節点における最大応答値を縦軸に、節点番号を横軸に取り、各X、Y、Z方向における動的挙動が図-5～7に示されている。またこれらの図は単弦ローゼ橋の場合のものであり、順に最大変位応答図、最大速度応答図、最大加速度応答図である。最初の数値であるUXMAX=-0.00227、NUX=22、TUX=23.910はX方向の最大変位が節点22の位置に23.910 sec後に生じており、その値がX方向と反対の向きに0.00227mであるということを示している。以下の数値についても同様である。

なお、単弦ローゼ橋の両端の支持条件は、ヒンジ支承が図-1に示す節点12、23、34であり、ローラー支承が節点22、33、44である。

これらの図から考えられる単弦ローゼ橋の振動特性としては、X方向およびY方向に大きい加速度が入力されているにもかかわらず、Z方向に大きな応答が現れることや、変位応答について着目した場合、X方向には比較的大きな値が生じないこと、さらには上弦材のみが他と比べて非常に大きくY方向に振動していることが挙げられる。

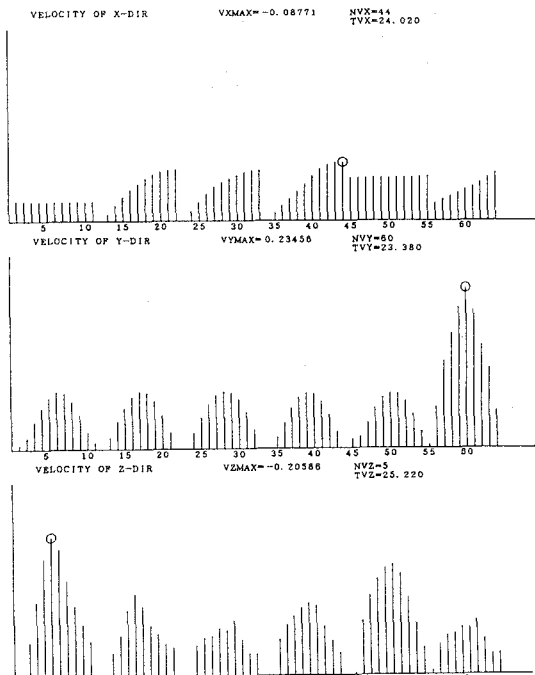


図-6 最大速度応答（単弦ローゼ橋）

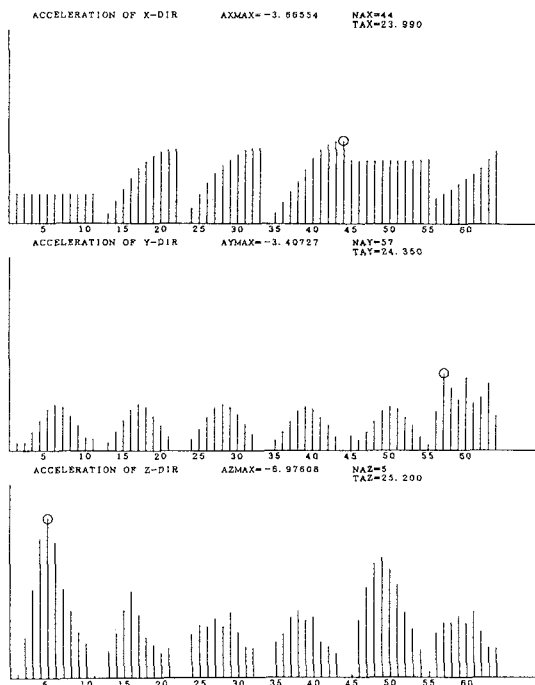


図-7 最大加速度応答（単弦ローゼ橋）

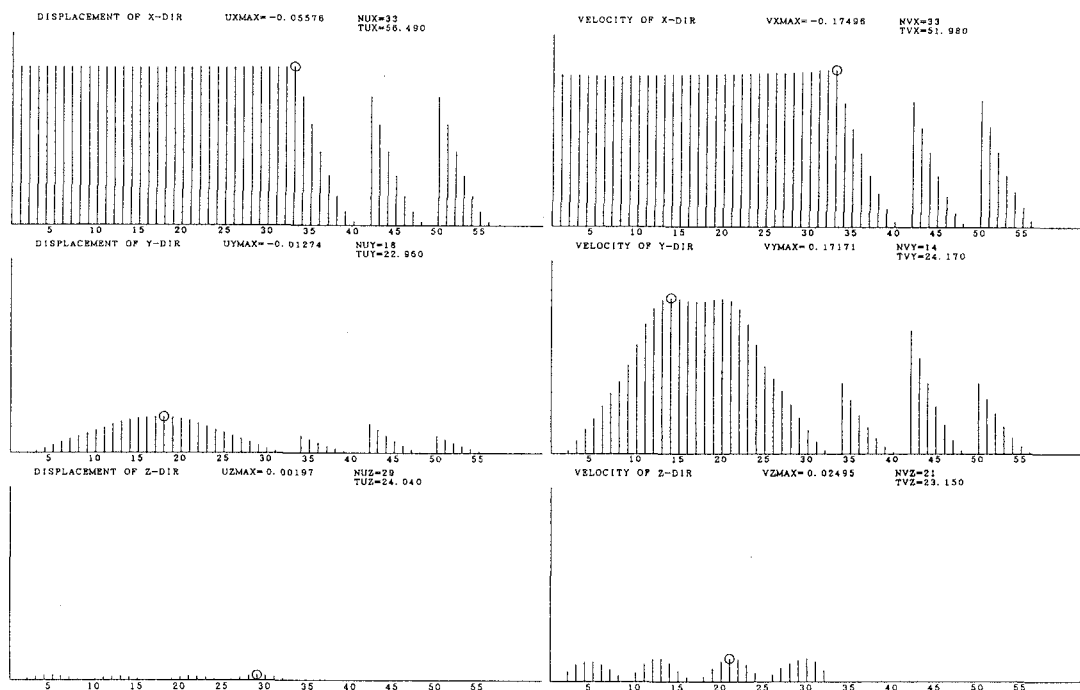


図-8 最大変位応答（連続曲線高架橋）

次に、単弦ローゼ橋の場合と全く同様にして、連続曲線高架橋に関してもその最大応答として図-8～10が得られる。前者の単弦ローゼ橋と異なり連続曲線高架橋では、入力地震波の卓越する方向に大きな応答値が得られていることが分かる。

桁の両端がローラー支承であり、コンクリート橋脚の基部が固定支承であるため、上部構造が一様にX方向に動き、その変位は橋脚の上部になる程大きく出ている。またY方向に関しては、桁の中央になる程、あるいは橋脚の上部になる程大きな変位を生じており、Z方向に関しては径間の中間部における上部構造がわずかに振動しているだけであり、他の位置ではほとんど応答を生じていない。ただし速度および加速度については、変位の場合（図-8）と異なる点として、Y方向の応答が上部構造の径間中間部で大きくなり、特にX方向の加速度応答がローラー支承の付近で大きくなる傾向にある。

図-9 最大速度応答（連続曲線高架橋）

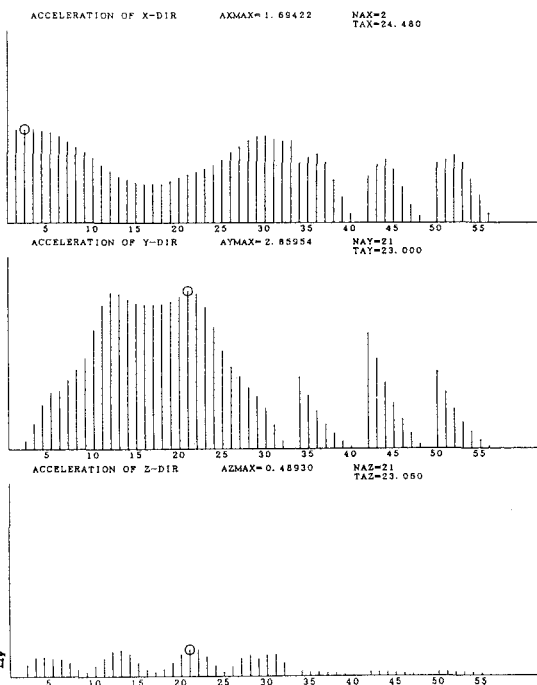


図-10 最大加速度応答（連続曲線高架橋）

3-3 最大変位応答を生じる節点の時刻歴応答

3-2より、最大変位応答は、単弦ローゼ橋の場合節点60に、連続曲線高架橋の場合節点33に生じていることがわかった。そこで、それぞれの最大変位応答を

生じる節点における時刻歴変位応答を求めたものが図-11、図-12であり、上から順にX方向、Y方向、Z方向の応答である。図-11の場合、単弦ローゼ橋の上弦材の中央部であるため、ほとんどY方向にしか変位しておらず、また図-12の場合連続曲線高架橋のローラー支承の部分であるためX方向にしか振動していないことが分かる。

これらの2つの図を通して考えられることは、初めのうちはある程度複雑な応答を示すが、過渡振動以降の応答を分析した結果、最終的にはその構造物特有の振動、すなわち固有周期で振動する傾向にあると思われる。実際、単弦ローゼ橋の橋軸直角方向1次モードの固有周期が0.319secであり⁴⁾連続曲線高架橋の橋軸方向1次モードの固有周期が1.939secである⁵⁾ことはこの現象をよく説明している。

4. あとがき

以上の結果より、ここで得られた結論を要約すると次のようになる。。

(1) 減衰マトリックスを作成する際の1次、2次固有円振動数には、それぞれ固有値解析における有効質量の第1位、第2位のモードの値を使用するのが適当と思われる。

(2) 斜角を有する単弦ローゼ橋は入力地震波の卓越するX方向およびY方向と異なるZ方向と上弦材に大きな応答値が得られることが分かった。

(3) 一方、連続曲線高架橋は入力地震波の卓越する方向に大きな応答値を生じることが分かった。

(4) 得られた時刻歴変位応答をみると、過渡振動状態までは複雑な応答を示すが、その後は構造物自身が有する固有振動数で振動していることが分かった。

<参考文献>

- 1) 戸川隼人：有限要素法による振動解析，サイエンス社，1975.
- 2) Clough, R.W. and Penzien, J.: Dynamics of Structures, McGraw-Hill, 1975.
- 3) 清水信行：パソコンによる振動解析，共立出版社1989.
- 4) 松山英治：単弦ローゼ橋の固有振動特性に関する研究，北海道大学大学院修士論文，1992.
- 5) 高田振一郎：静的フレーム法による連続高架橋の固有振動周期の算定，北海道大学工学部卒業論文，1990.

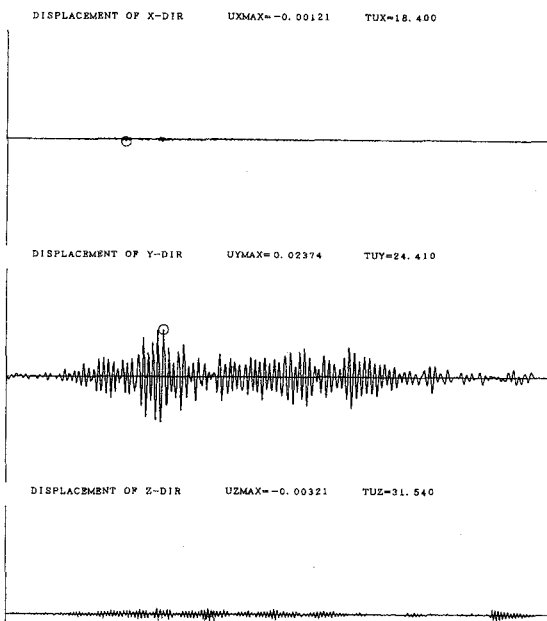


図-11 時刻歴変位応答（単弦ローゼ橋）

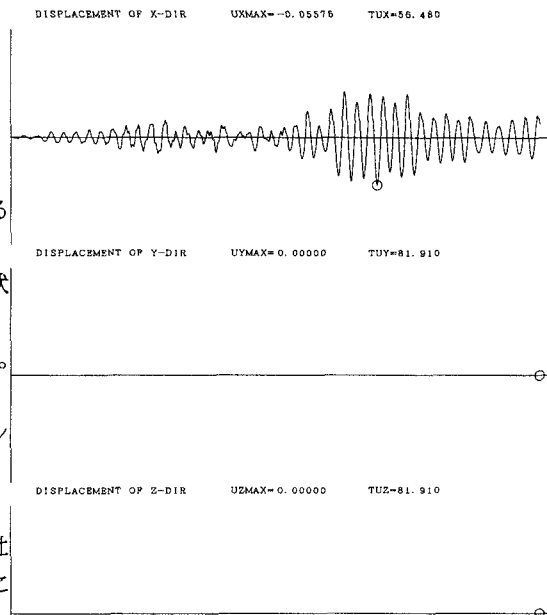


図-12 時刻歴変位応答（連続曲線高架橋）