

I-5

斜橋の桁倒れとねじり応力について

(株) 釧路製作所 正員 井上 稔康

(株) 釧路製作所 杉江 豊

(株) 釧路製作所 武田 敦

北海道大学工学部 正員 佐藤 浩一

1. まえがき

I形断面主桁を用いた格子構造では桁自体のねじり抵抗が小さいため、図-2の曲げねじりモーメントによる垂直応力度(そり応力度)、およびねじりモーメントによって生じるせん断応力度は小さく、一般に桁のねじり抵抗を無視して解析している。しかし、図-1のように横桁を主桁に直角に配置した直交格子桁の斜橋(以下、斜角格子桁とよぶ)では、斜角が小さくなると主桁相互のたわみ差により主桁がねじられ、フランジにそり応力が発生する。この応力を斜橋の影響による主桁フランジの二次応力とよぶことがある。また、主桁間のたわみ差により主桁が倒れる現象を斜橋の桁倒れとよぶ。

斜角格子桁の桁倒れ現象の研究や、完成時の桁倒れを防ぐ対策等についての施工例は、従来から多くの報告が行なわれているが^{1), 5), 6)}、主桁がねじられることによって生じる応力についての研究は少ない。

「北海道における鋼道路橋の設計及び施工指針」¹⁾では、桁倒れによって主桁フランジに発生する二次応力の簡易計算式を示しているが、これは桁端付近の最大応力を求めたものであり、実橋におけるフランジの応力計算に使用するためには、曲げねじりモーメントの分布を求め各断面ごとに照査する必要がある。

また、立体解析²⁾によると、部材相互の結合条件や横構の影響を考慮するとかなり違う結果が得られるとの報告もある。

本文では、斜角格子桁の計算において主桁を薄肉部材として扱い、ねじり変形およびそり変形を考慮した剛性マトリックス法により平面格子桁の解析を行なうことによって、斜橋の桁倒れとねじりによる応力の関係およびその計算方法について検討する。

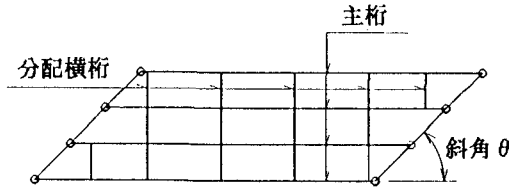
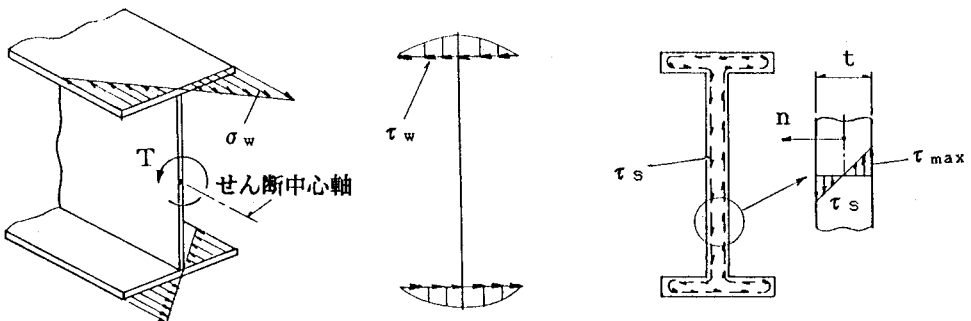


図-1 直交格子桁の斜橋（斜角格子桁）



(a) 曲げねじりの垂直応力度 (b) そりねじりのせん断応力度 (c) 純ねじりのせん断応力度

図-2 I形断面桁のねじりによる応力分布

On Twist and Stress due to Torsion in Skew Bridges

by Toshiyasu INOUE, Yutaka SUGIE, Atsushi TAKEDA and Koichi SATO

2. 剛性マトリックス法による格子桁の解析

図-3の薄肉断面直線部材要素において、考慮すべき断面力は鉛直方向のせん断力 Q 、曲げモーメント M 、ねじりモーメント T および曲げねじりモーメント M_w である。それぞれの断面力に対応する変位は、鉛直変位 v 、たわみ角 v' 、ねじり角 ϕ およびねじり率 ϕ' である。

曲げ要素の剛性マトリックス $[K_m]$ と曲げねじり要素の剛性マトリックス $[K_w]$ は、それぞれ式(1)、式(2)で与えられる³⁾。

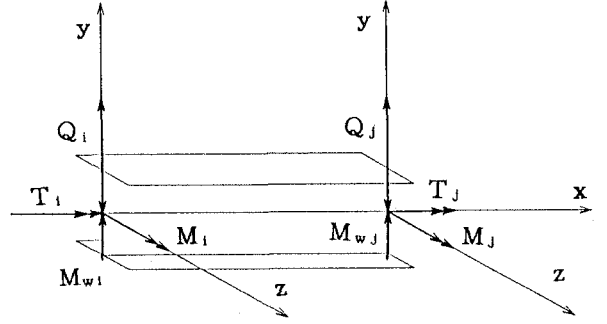


図-3 薄肉断面直線部材要素

$$[K_m] = \frac{2EI}{L^3} \begin{bmatrix} 6 & 3L & 2L^2 & \text{Sym.} \\ -6 & -3L & 6 & \\ 3L & L^2 & -3L & 2L^2 \end{bmatrix} \quad \text{--- (1)}$$

$$[K_w] = \frac{EC_w}{\mu LS - 2(C-1)} \begin{bmatrix} \mu^3 S & -\mu^2(1-C) & \mu(L\mu C - S) & \text{Sym.} \\ -\mu^3 S & \mu^2(1-C) & -\mu^3 S & \\ -\mu^2(1-C) & \mu(S - L\mu) & \mu^2(1-C) & \mu(L\mu C - S) \end{bmatrix} \quad \text{--- (2)}$$

ここで、 E :弾性係数、 G :せん断弾性係数、 I :断面二次モーメント、 J_T :純ねじり定数、

C_w :曲げねじり定数、 $\mu^2 = GJ_T / EC_w$ 、 $S = \sinh \mu L$ 、 $C = \cosh \mu L$

曲げ変形、ねじり変形および曲げねじり変形を考慮した平面格子薄肉部材要素の剛性マトリックスは、 $[K_m]$ と $[K_w]$ を組み合わせることで、剛性方程式は次式のようになる^{3), 4)}。

$$\begin{bmatrix} Q_i \\ M_i \\ T_i \\ M_{wi} \\ Q_j \\ M_j \\ T_j \\ M_{wj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & 0 & \frac{A_{11}EC_w}{D} & 0 & 0 \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{A_{11}EC_w}{D} & \frac{A_{12}EC_w}{D} & 0 & 0 & \frac{A_{11}EC_w}{D} & \frac{A_{12}EC_w}{D} \\ 0 & 0 & \frac{-A_{12}EC_w}{D} & \frac{A_{22}EC_w}{D} & 0 & 0 & \frac{-A_{12}EC_w}{D} & \frac{A_{24}EC_w}{D} \\ \frac{-12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-A_{11}EC_w}{D} & \frac{A_{11}EC_w}{D} & 0 & 0 & \frac{A_{11}EC_w}{D} & \frac{A_{12}EC_w}{D} \\ 0 & 0 & \frac{-A_{12}EC_w}{D} & \frac{A_{24}EC_w}{D} & 0 & 0 & \frac{A_{12}EC_w}{D} & \frac{A_{22}EC_w}{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v'_i \\ \phi_i \\ \phi'_i \\ v_j \\ v'_j \\ \phi_j \\ \phi'_j \end{bmatrix} \quad \text{--- (3)}$$

ここで、 $D = \mu LS - 2(C-1)$ 、 $A_{11} = \mu^3 S$ 、 $A_{12} = \mu^2(1-C)$ 、 $A_{22} = \mu(L\mu C - S)$ 、 $A_{24} = \mu(S - L\mu)$

3. 斜橋の計算モデル

図-4に示すように、斜角と支間長を変えた実橋に近い12ケースの計算モデルについて、曲げ、ねじりおよび曲げねじり剛性を考慮した平面格子桁の解析を行ない、死荷重載荷時の桁倒れ量とねじりモーメントおよび曲げねじりモーメントを計算する。計算モデルと荷重は次のように設定した。

- 1) 主桁は非合成桁とし各支間ごとに断面を設定する。主桁断面はねじりモーメントや曲げねじりモーメントの分布を比較しやすいように、等断面とする。
- 2) 斜橋のねじり応力を正しく計算するため、対傾構は全て分配対傾構とし分配横桁は付けない。ただし、対傾構のねじり抵抗は小さいので無視する。
- 3) 活荷重作用時には、主桁は床版と下横構によって準箱断面を構成するためねじり剛性が大きくなり、斜角格子桁の計算モデルは全く違うものとなる。したがって、ここでは載荷重として死荷重のみ考慮し、活荷重による応力については触れない。床版硬化後のアスファルト舗装等のいわゆる後死荷重についても同様のことがいえるが、たわみ差による桁倒れ量を算出する関係から全死荷重載荷時で計算する。
- 4) 主桁の重心に対する下横構の偏心を考慮した立体解析²⁾によると、主桁に作用する付加応力には横構軸力の影響による応力も含まれるが、この付加応力は斜角の大きさにはほとんど影響を受けないことが判明している。つまり、横構軸力の影響については斜橋特有のものではないので考慮しない。

表-1 部材断面と荷重強度

		L=25m	L=30m	L=35m	L=40m
主 桁	上下フランジ	400×28	490×28	560×28	600×28
	腹板	1400×9	1600×9	1850×9	2050×9
	I (m ⁴)	1.35×10^{-2}	2.13×10^{-2}	3.24×10^{-2}	4.61×10^{-2}
	J _T (m ⁴)	6.19×10^{-6}	7.56×10^{-6}	8.64×10^{-6}	11.48×10^{-6}
	C _w (m ⁴)	1.52×10^{-4}	3.64×10^{-4}	7.23×10^{-4}	11.68×10^{-4}
分配対傾構 I		4.87×10^{-4}	6.50×10^{-4}	10.68×10^{-4}	12.47×10^{-4}
荷重強度 (t/m)		2.66	2.70	2.75	2.80

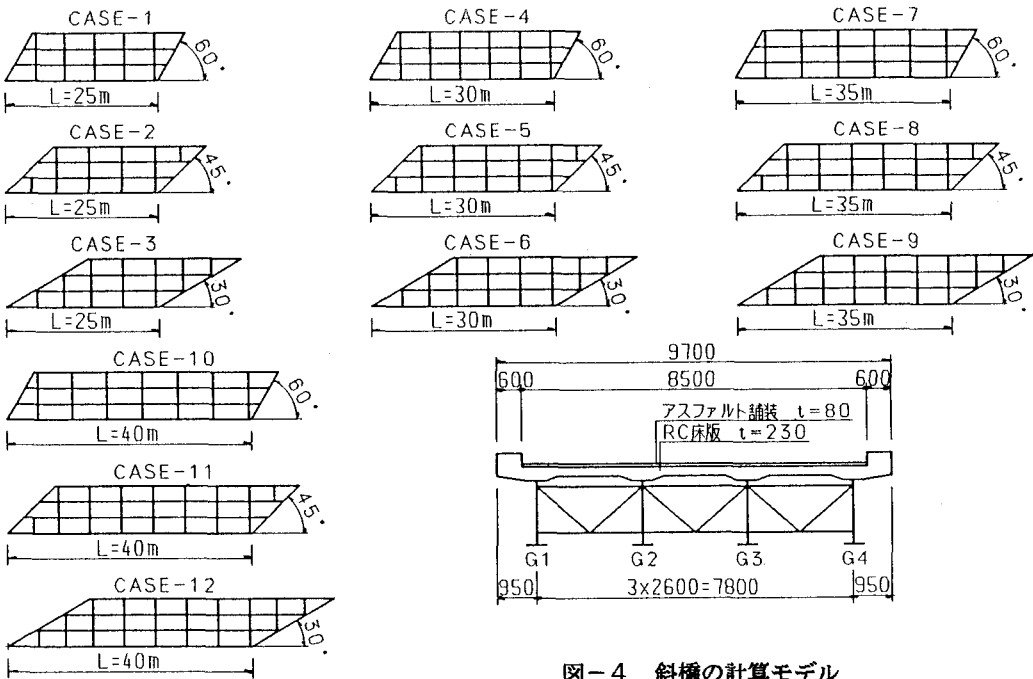


図-4 斜橋の計算モデル

4. たわみ差による桁倒れ

斜角格子桁では主桁相互のたわみ差によって主桁がねじれ、桁倒れが起きる（図-5）。桁端部では支承線に対して直角方向に主桁が回転するので、たわみ角 v' による主桁方向の倒れ量 Δ 、ねじり角 ϕ による直角方向の倒れ量 δ が合成された分だけ倒れる（図-6）。

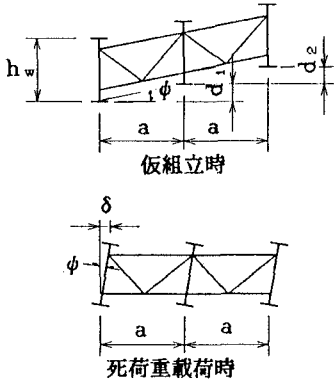


図-5 たわみ差による桁倒れ図

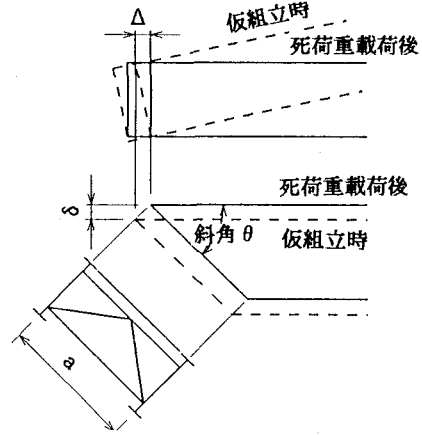


図-6 桁端の倒れ図

ここで桁倒れ量 δ は次式で求められる。たわみ角 v' をほぼ一定と考えると桁倒れ量は斜角の余接値 $\text{Cot } \theta$ に比例する。

$$\phi = v' \cdot \text{Cot } \theta, \quad \Delta = h_w \cdot v', \quad \delta = h_w \cdot v' = \Delta \cdot \text{Cot } \theta \quad \text{----- (4)}$$

桁のねじり角 ϕ は一般的には主桁間のたわみ差 d と主桁間隔 a から、 $\phi = d/a$ として計算できるが、主桁のねじり抵抗を考慮した本解析では ϕ を直接求められる。ただし、主桁のねじりやそり変形を考慮しなくても桁倒れ量は変わらない。

図-7は計算モデル1 2ケースの死荷重による桁端の計算桁倒れ量 δ を、斜角と支間との関係で表わしたものである。この計算モデルは等断面で考えているので、変断面で計算する実橋の場合、 δ はこれよりも大きめの値となる。

「北海道における鋼道路橋の設計及び施工指針」¹⁾では、死荷重による桁倒れ量 δ が10mmを超える場合は、現場施工の面から問題があるので桁倒れを防ぐ対策をとるものとしている。図-7から、格子骨組形状や桁高のとり方によって多少違いはあるが、斜角45度以下の場合支間25m程度でも δ は10mmを超える。また、支間が40m位になると斜角60度程度でも δ は10mmを超えることがわかる。

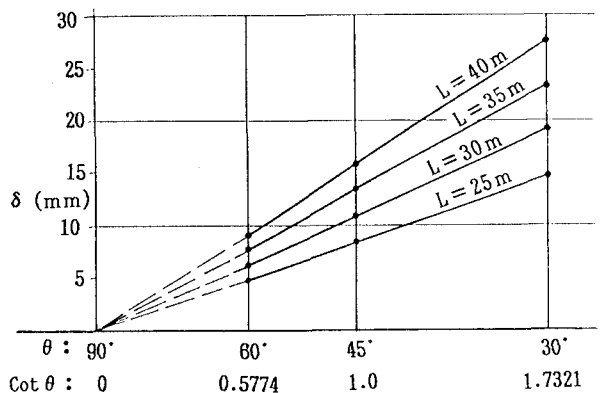


図-7 桁端の計算桁倒れ量 δ

5. 斜橋のねじり応力

斜角格子桁では桁倒れによって主桁がねじられ、フランジに曲げねじりモーメントによるそり応力度 σ_w が発生する。さらに、端対傾橋の離れ部 e （図-8）には大きなねじりモーメント T が作用し、せん

断応力度 τ_w 、 τ_s が発生する(図-2)。これらのねじり応力は斜角が小さい程大きくなり、設計上無視できなくなると思われる。

図-9に桁倒れ量 δ と曲げねじりモーメント M_w の分布例を示す。この図から曲げねじりモーメントは骨組形状によって分布状態が複雑に変わることが分かる。

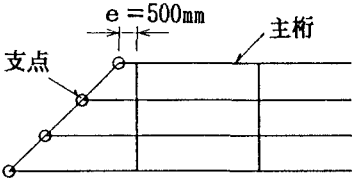
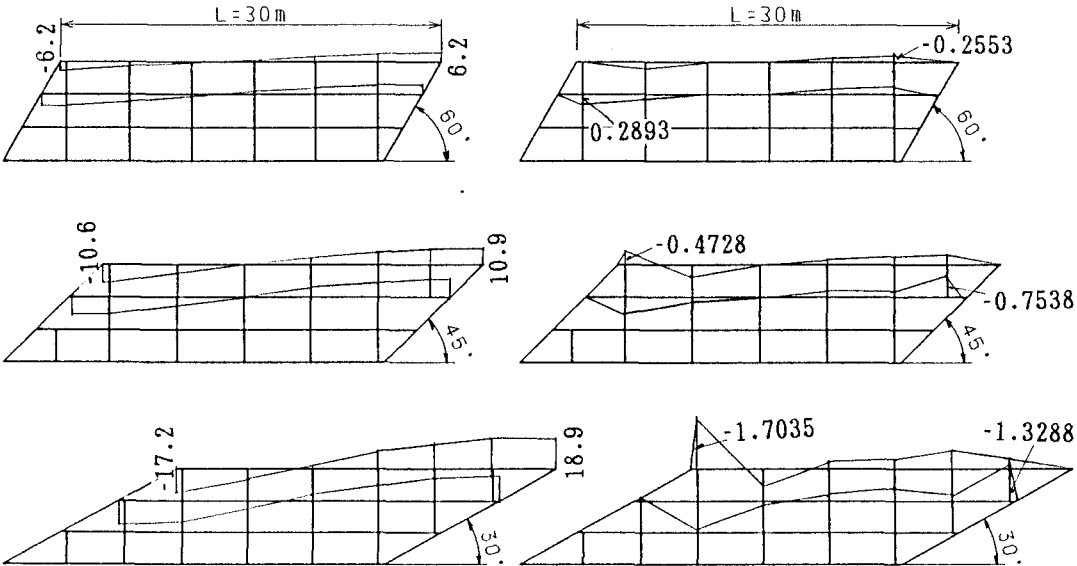


図-8 端対傾構の離れ部 e



(a) 桁倒れ量 δ (mm) (b) 曲げねじりモーメント M_w (t・m²)

図-9 桁倒れ量と曲げねじりモーメントの分布 (CASE-4~6)

曲げねじりモーメント M_w による主桁フランジのそり応力度 σ_w は次式で計算される。

$$\sigma_w = M_w \cdot \omega / C_w \text{ ----- (5)}$$

ここで、 C_w : 曲げねじり定数、 ω : そり関数

「北海道における鋼道路橋の設計および施工指針」¹⁾によると、桁倒れ量 δ の時そり応力度 σ_w は次式で計算される。

$$\sigma_w = \frac{\delta \cdot \pi^2 \cdot b \cdot E}{2 L^2} \text{ ----- (6)}$$

ここで、 E : 鋼材の弾性係数、 L : 支間長、 b : フランジ幅

式(5)、(6)から本計算モデルにおける主桁フランジのそり応力度 σ_w の最大値を計算すると表-2になる。結果として式(5)、(6)の値は近似した数字となったが、変断面桁として計算すると式(5)による σ_w はもっと大きな値となることもある。主桁フランジのそり応力度を照査する場合は、図-9・(b)のように曲げねじりモーメントの分布を求め、各断面ごとに照査する必要がある。

次に、ねじりモーメント T は純ねじりモーメント T_s とそりねじりモーメント T_w の合計であり、次式で与えられる。

$$T = T_s + T_w = G J_T \phi(x)' - E C_w \phi(x)''' \text{ ----- (7)}$$

格子計算の結果、端対傾構の離れ部 e に作用するねじりモーメント T は表-3 になる。斜角が小さくなると桁端付近でそりが拘束されるため、 T_w は急激に大きくなる。一方、 T_s は斜角によつてはあまり変わらない。したがって、I 形断面主桁の格子桁解析でねじりモーメント T を計算する場合は、ねじり剛性とそりねじり剛性の両方を考慮する必要がある。

表-2 そり応力度 σ_w (Kg/cm²)

支間長	$\theta=60^\circ$	$\theta=45^\circ$	$\theta=30^\circ$
25m	(32) 20	(56) 52	(98) 150
30m	(35) 22	(62) 57	(107) 128
35m	(36) 23	(64) 60	(110) 135
40m	(35) 22	(61) 55	(107) 108

表-3 ねじりモーメント T (t·m)

支間長	$\theta=60^\circ$	$\theta=45^\circ$	$\theta=30^\circ$
25m	0.1053	0.9323	3.360
30m	0.1417	0.9718	3.476
35m	0.3128	2.097	7.637
40m	0.4093	2.223	8.337

* 上段()内は式(6)、下段は式(5)による値

6. あとがき

- 1) ねじり変形およびそり変形を考慮した平面格子桁の解析により、斜橋の桁倒れによるねじり応力として、曲げねじりモーメントおよびねじりモーメントを求めることができる。
- 2) 斜橋の桁倒れによる曲げねじりモーメントは格子桁の骨組形状によって分布状態が複雑に変わる。斜角が小さい場合、設計上この曲げねじりモーメントによる垂直応力度(そり応力度)の照査が必要になる。その際考慮する荷重は、床版硬化前の死荷重のみでよい。
- 3) 斜角が小さく支点の離れ量 e が小さい場合、桁端のねじりモーメントが大きくなるのでねじりによるせん断応力度を照査し、骨組み形状を工夫することも必要になる。
- 4) 「北海道における鋼道路橋の設計及び施工指針」¹⁾ では、斜橋の死荷重による計算桁倒れ量 δ が限界桁倒れ量 10mm を超える場合には、現場施工の面から問題があるとして桁倒れを防ぐ対策をとるものとしている。しかし、現場施工上の問題は橋の規模や構造によって異なり、施工方法を工夫することによって対処できる場合もあるので、 δ が 10mm 以上でも問題にならないこともある。
- 5) 桁倒れを防ぐ対策として、プレキャスト工法を採用する場合が多い。プレキャスト工法で施工すると完成時の桁倒れを少なくすることができるが、斜橋の桁倒れによるねじり応力も小さくなるかどうかは不明である。したがって、応力上の問題は残る。
- 6) 最後に、格子桁の計算はパソコン(PC9801-FA)を用い、剛性方程式の解法は MS-FORTRAN によるスカイライン法で行なった。

参考文献

- 1) 北海道土木技術会鋼道路橋研究委員会編；北海道における鋼道路橋の設計及び施工指針、平成元年11月
- 2) 尾下；直交格子斜橋の横構軸力と主桁付加応力度について、横河橋梁技法No.18、1989.11
- 3) 鷲津・宮本・山田・山本・川井；有限要素法ハンドブックⅠ・基礎編、培風館
- 4) 稼農；せん断変形の影響を考慮した剛性マトリクスと薄肉骨組系の解析、橋梁と基礎、1974.8
- 5) 杉江・井上；プレキャスト工法による鋼箱桁橋の施工、土木学会北海道支部、第44号
- 6) 井上・渡辺・林川・村山；斜角格子桁の桁倒れの解析と実験、土木学会北海道支部、第45号
- 7) 渡辺；橋梁工学、朝倉書店