

I-3

曲げねじりを考慮した
立体骨組構造の座屈について

北海道大学工学部 井上 主勇
北海道大学工学部 正員 佐藤 浩一
(株) 釧路製作所 鈴木 秀俊
(株) 釧路製作所 大島 蔵

1. まえがき

最近、コンピュータの目覚ましい発展により、構造解析分野においても平面骨組構造解析のみならず、立体骨組構造の振動解析、弾塑性解析、座屈解析などが可能になってきている。

本論文の目的は、有限要素法により立体骨組構造の座屈解析を行うものであり、具体的には以下のものである。(1)閉じ構造と開き構造の座屈荷重の比較。(2)偏心距離の違いによる座屈荷重の比較。(3)サンプナンのねじりと曲げねじりを考慮した初期応力マトリックスを誘導しサンプナンのねじりのみを考慮した場合の座屈荷重と、サンプナンのねじりと曲げねじりを考慮した場合の座屈荷重の比較を行う。

2. 初期応力マトリックス

1)要素初期応力マトリックス誘導のための仮想働式

図-1のような梁柱において座屈波形が生ずる場合、

$$\delta V_1 - \delta W_1 = 0 \quad \text{----- (1)}$$

$$\text{ここに } V_1 = \int EAW' \delta W' dz$$

$$W_1 = \int \int \int P/A \delta \epsilon_z dV = \int P \delta W' dz = P \delta W$$

$$\delta V_2 - \delta W_2 = 0 \quad \text{----- (2)}$$

$$\text{ここに } V_2 = \int (EAW' \delta W' + EI_{xx} u'' \delta u'' + EI_{yy} v'' \delta v'' + EI_{\omega\omega} \theta'' \delta \theta'' + GK \theta' \delta \theta') dz$$

外力のなす仮想仕事

$$W_2 = \int \int \int P/A \delta \epsilon_{zz} dx dy dz \quad \text{----- (3)}$$

上記の式(1)、式(2)が同時に成立する。ゆえに式(3)より 式(1)

を差引き

仮想働式(4)を得ることができる。

$$\delta V - \delta W = 0 \quad \text{----- (4)}$$

$$\text{ここに } \delta V = \delta (V_2 - V_1) = \int (EI_{xx} u'' \delta u'' + EI_{yy} v'' \delta v'' + EI_{\omega\omega} \theta'' \delta \theta'' + GK \theta' \delta \theta') dz$$

$$\delta W = \delta (W_2 - W_1) = \int P [\delta W' + (u'' + y_n \theta') (\delta u'' + y_n \delta \theta') + (v'' - x_n \theta') (\delta v'' - x_n \delta \theta')] dz$$

2)初期応力誘導のための仮定

サンプナンのねじりと曲げねじりを考慮した初期応力マトリックス は形状関数を式(5)から式(7)のように仮定し初期節点変位ベクトルにより表す。

2)-1 軸方向変形

$$\text{形状関数} \quad \{S\} = [1 - Z/L, Z/L] \quad \text{--- (5)}$$

$$\text{節点変位ベクトル} \quad \{W\}^T = [W_1, W_2]$$

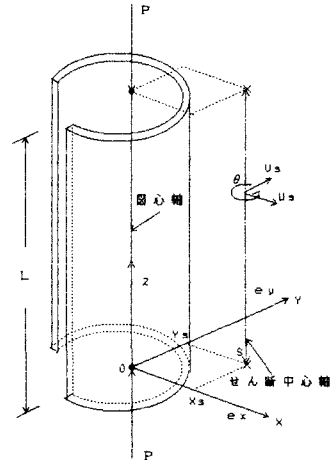


図-1 偏心軸圧縮を受ける柱



図-2 要素の軸方向変形

On Analysis of Buckling of Space Frame Structures Considering Bending Torsion.

by Kazumi INOUE, Koichi SATO, Hidetoshi SUZUKI, Iwao OSHIMA.

2)-2 曲げ変位形

形状関数

$$\{S\} = \left[\begin{array}{cc} 1-3(Z/L)^2+2(Z/L)^3 & ,L \quad (Z/L)-2(Z/L)^2+(Z/L)^3 \\ 3(Z/L)^2-(Z/L)^3 & ,L \quad -(Z/L)^2+(Z/L)^3 \end{array} \right] \quad (6)$$

節点変位ベクトル

$$\{U_s\}^T = [U^{s1}, U^{s1'}, U^{s2}, U^{s2'}]$$

$$\{V_s\}^T = [V^{si}, V^{si'}, V^{sj}, V^{sj'}]$$

2)-3 ねじり変形

形状関数

$$\{S\} = \left[\begin{array}{cc} 1-3(Z/L)^2+2(Z/L)^3 & ,L \quad (Z/L)-2(Z/L)^2+(Z/L)^3 \\ 3(Z/L)^2-(Z/L)^3 & ,L \quad -(Z/L)^2+(Z/L)^3 \end{array} \right] \quad (7)$$

節点変位ベクトル

$$\{\theta\}^T = [\theta^{si}, \theta^{si'}, \theta^{sj}, \theta^{sj'}]$$

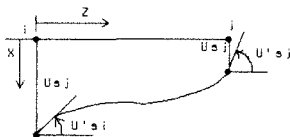


図-3 要素の曲げ変形

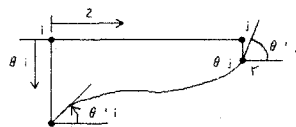


図-4 要素のねじり変形

2)-4 部材要素断面は 2 軸対称と仮定する。

3) 初期応力マトリックス

式(1)、式(2)より誘導された初期応力マトリックス K_0 は 式(8)のようになり、初期節点変位ベクトル $\{U_{S1}, V_{S1}, W_1, -V_{S1}', U_{S1}', \theta_1, \text{また } \theta_1', U_{S3}, V_{S3}, W_3, -V_{S3}', U_{S3}', \theta_3, \theta_3'\}^T$ の順に対応している。また、マトリックスは簡略化のために略号を用いており、その略号は以下に示すとうりである。

$$P = WA(W_j - W_i)$$

$$M1 = -EI_{yy}(-6/(5L)^2 V_1' + 6/(5L)^2 V_1')$$

$$M_2 = -EI_{yy}(-3/(5L)^2 V_1 + 3/(5L)^2 V_i + 1/(5L) V_i' + 2/(5L) V_1')$$

$$M3 = EI_{yy}(2/(5L)U_1 + 2/(5L)U_i - 1/3U_i' - 1/15U_1')$$

$$M_4 = -EI_{yy}(-3/(5L)^2 V_j + 3/(5L)^2 V_i + 2/(5L) V_i' + 1/(5L) V_j')$$

$$M5 = -EI_{YY}(-2/(5L)V_j + 2/(5L)V_{i+1} + 1/15V_i' + 1/3V_j')$$

$$M_6 = -EI_{YY}(1/30V_i' - 1/30V_j')$$

$$M1' = EI_{xx}(-6/(5L)^2 U1' + 6/(5L)^2 U1,$$

$$M2' = EI_{xx}(-3/(5L)^2 U_j + 3/(5L)^2 U_{i+1} + 1/(5L) U_i' + 2/(5L) U_j')$$

$$M3' = EI_{xx} (2/(5L)U_1 + 2/(5L)U_i - 1/3U_i' - 1/15U_1')$$

$$M_4' = EI_{xx}(-3/(5L)^2 U_j + 3/(5L)^2 U_i + 2/(5L) U_i' + 1/(5L) U_j')$$

$$M5' = EI_{xx}(-2/(5L)U_i + 2/(5L)U_{i+1} + 1/15U_i' + 1/30U_{i+1}') \quad (1)$$

$$M6' = EI_{xx}(1/30U_i' - 1/30U_j')$$

[illegible]

3. 数値計算例

1) 解析モデル

解析モデルとして図-5に示すように、TYPE1、TYPE2、TYPE3、TYPE4の4種類とした。TYPE1、TYPE2は閉じ構造で、X軸方向部材長が40cmの場合がTYPE1であり、80cmの場合のものがTYPE2である。TYPE3、TYPE4は開き構造で、X軸方向部材長が40cmの場合がTYPE3であり、80cmの場合がTYPE4である。節点数要素数、部材長は図-5に示すとうりである。境界条件は節点番号1、2、3、4を固定とする。

また、表-1に示すようなJIS規格の角型鋼管3種類を用い上記のTYPE1からTYPE4までの合計12種類を解析モデルとした。

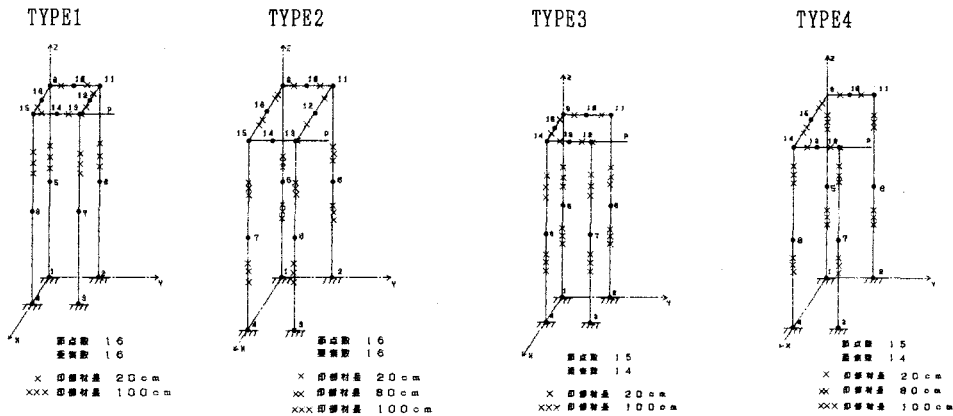


図-5 解析モデル

2) 解析結果

上記の12種類の解析モデル（閉じ構造、開き構造、X軸方向部材長、断面の違い）を用いた解析結果は表-2から表-6の通りである。表-2はサンプナンのねじりのみを考慮した場合の座屈荷重を示す表である。表-3はサンプナンのねじりと曲げねじりを考慮した場合の座屈荷重を示す表である。表-4はX軸方向部材長が等しい場合の閉じ構造と開き構造の座屈荷重比を示す表である。表-5は閉じ構造と開き構造ごとにX軸方向部材の長さ40cmと80cmの場合の座屈荷重比を示す表である。表-6はサンプナンのねじりのみを考慮した場合とサンプナンのねじりと曲げねじりを考慮した場合の座屈荷重比を示す表である。

表-1 使用部材の断面諸元

CASE	寸法 (mm)	A (cm ²)	Ixx (cm ⁴)	Iyy (cm ⁴)	X (cm ⁴)	Iw (cm ⁶)
a	50x20x1.6	2.072	1.42	6.08	4.5714	0.8571
b	75x20x1.6	2.872	2.10	17.6	7.5789	4.7763
c	100x20x1.6	3.672	2.78	38.1	10.5789	14.2222

表-2 サンプナンのねじりのみを考慮した場合の座屈荷重

	TYPE	CASE	座屈荷重(kg)	荷重番号
閉じ構造	TYPE1	a	2494.508	S1
		b	4140.151	S2
		c	6156.106	S3
	TYPE2	a	1515.856	S4
		b	2689.732	S5
		c	3928.123	S6
開き構造	TYPE3	a	2272.666	S7
		b	3790.902	S8
		c	5668.722	S9
	TYPE4	a	1288.704	S10
		b	2099.840	S11
		c	3067.518	S12

表-3 サンプナンのねじりと曲げねじりを考慮した場合の座屈荷重

	TYPE	断面	座屈荷重(kg)	荷重番号
閉じ構造	TYPE1	a	2440.814	B1
		b	4018.884	B2
		c	5909.993	B3
	TYPE2	a	1363.768	B4
		b	2399.251	B5
		c	3613.170	B6
開き構造	TYPE3	a	2225.484	B7
		b	3687.164	B8
		c	5457.137	B9
	TYPE4	a	1175.747	B10
		b	1974.615	B11
		c	2922.070	B12

4. 考察

表-2、3、4よりTYPE3 とTYPE4 のような開き構造がTYP E1とTYPE2 の閉じ構造よりも座屈荷重が小さいことがわかった。すなわち、開き構造の構造物に対しては、節点番号11と12を両端とする部材を挿入して閉じ構造とすることは座屈荷重を大きくするために有効な手段であると思われる。また、サンプナンのねじりのみを考慮した場合でもサンプナンのねじりと曲げねじりを考慮した場合でも顕著な差は見られない。

表-2、3、5より閉じ構造の場合でも開き構造においても、TYPE2 とTYPE4 のような X軸方向部材長が長い方が本解析のような偏心荷重を受ける場合には座屈荷重が小さいことがわかる。特に開き構造の場合にその傾向が顕著である。また、サンプナンのねじりのみを考慮した場合よりもサンプナンのねじりと曲げねじりを考慮した場合の方がその傾向が大きく曲げねじりの影響が大きいと思われる。

表-2、3、6より本解析モデルにおいては、サンプナンのねじりのみを考慮した場合よりもサンプナンのねじりと曲げねじりを考慮した場合の座屈荷重の方が小さくなることがわかる。特に TYPE2、CASE bの場合には座屈荷重が12%程度小さく最も曲げねじりの影響が大きいことがわかる。

5. あとがき

本研究で得られた結論は次のとおりである。

- (1) 表-2、3、4より開き構造は閉じ構造より座屈荷重が小さい。
- (2) 表-2、3、5より偏心距離が大きい程座屈荷重が小さい。
- (3) 表-2、3、6よりサンプナンのねじりのみを考慮した場合よりもサンプナンのねじりと曲げねじりを考慮した場合の座屈荷重が小さい。

なお、本解析にあたっては、パソコンでMS-FORTRAN Ver5.1により倍精度で計算を行った。解析モデルは節点数及び要素数が比較的少ないが、節点数を5倍にしてTYPE1 の場合を北海道大学計算機センターの大型計算機で計算した結果、パソコンによる結果との差は、2%弱であった。また、本解析にあったって用いたプログラムは重複固有値に対しても計算を行うことができる。

表-4 閉じ構造と開き構造の座屈荷重比

X軸方向 部材長	CASE	サンプナンのねじりのみ		サンプナンのねじり + 曲げねじり	
		開き構造 閉じ構造	座屈荷重 比 (X)	開き構造 閉じ構造	座屈荷重 比 (X)
40 cm	a	S7/S1	91.111	B7/B1	91.179
	b	S8/S2	91.584	B8/B2	91.505
	c	S9/S3	92.051	B9/B3	92.337
80 cm	a	S10/S4	85.015	B10/B4	89.282
	b	S11/S5	78.069	B11/B5	86.213
	c	S12/S6	78.092	B12/B6	80.874

表-5 X軸方向部材長の違いによる座屈荷重比

	CASE	サンプナンのねじりのみ		サンプナンのねじり + 曲げねじり	
		80 cm 40 cm	座屈荷重 比 (X)	80 cm 40 cm	座屈荷重 比 (X)
閉じ構造	a	S4/S1	80.767	B1/B4	55.874
	b	S5/S2	64.967	B2/B5	59.670
	c	S6/S3	63.808	B3/B6	61.137
開き構造	a	S10/S7	56.705	B10/B7	52.831
	b	S11/S8	55.392	B11/B8	53.553
	c	S12/S9	54.132	B12/B9	53.544

表-6 サンプナンのねじりのみを考慮した場合とサンプナンのねじりと曲げねじりを考慮した場合の座屈荷重比

	TYPE	CASE	B*/S*	座屈荷重 比 (X)
閉じ構造	TYPE1	a	B1/S1	97.847
		b	B2/S2	97.071
		c	B3/S3	96.002
	TYPE2	a	B4/S4	89.966
		b	B5/S5	89.200
		c	B6/S6	91.982
開き構造	TYPE3	a	B7/S7	97.924
		b	B8/S8	97.264
		c	B9/S9	91.982
	TYPE4	a	B10/S10	91.235
		b	B11/S11	94.036
		c	B12/S12	95.258

<参考文献>

- (1)川井 忠彦、藤谷 義信：座屈問題解析、倍風館、1991。
- (3)藤谷 義信：倍風館、1990。
- (3)熱田 稔雄、当麻 庄司：座屈のはなし-事故を防ぐために-、鹿島出版会、1986。
- (4)水上 考一 他：コンピューターによる数値計算、朝倉書店、1985。
- (5)川井 忠彦 他：有限要素法ハンドブック、倍風館、1981。