

VI-3

横荷重を受けるパイル等の曲げ moment とせん断力

ロック建設技術研究所 正会員 今井 芳雄

§1. 前言. 地中に打ちこまれたパイル等が頂部に水平荷重 P を受ける

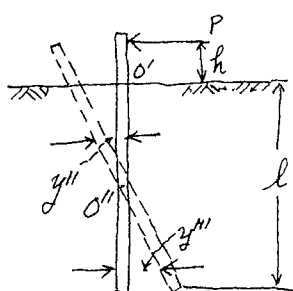


Figure 1.1

(Figure 1.1) と地中の或点 O'' を中心とし X 型に回転し土の応力におさまれば安定して荷重 P と釣合う. (1977年東京における INTERNATIONAL CONFERENCE P. 632)

この時パイル等によって水平方向に圧縮される土の変位 y'' , y''' は O'' 点の上と下で反対方向に生じ O'' 点からの巨離の 1 次関数

である。パイルの変位 y'' , y''' による土の水平方向の抵抗はこのほかに土中の深さによる強度増加の要素も加わるからすくなくとも x の 2 次関数になる。境界条件のもう 1 つは地盤面では押された土はたやすく逃げるから土の水平方向の抵抗は ZERO とみなすべきである。(Hudson

Maltlock ; Texas , Austin 大学教授も 1956 年の論文でこのべてあり、 Poland の W. ODROBINSK 教授も 1977 年東京の世界会議でもこう発表しておる)

Bending Moment, Shearing Force Of
Laterally Loaded Piles

地表 O' 点から深くなると Zero から次第に増大し O'' 点で再び Zero になる。 O'' 点はパイル回転の中心で変位がないからである。このように両端 Zero にまたがる抵抗分布は x の 2 次関数になるとして本論の論旨を進める。Chang の式からも土の横抵抗分布はパイルの弾性変形そのものとして求めうるがどの分布形であっても結局はパイル等の頂部に作用する横方向外力 P と一緒に $\Sigma H = 0$, $\Sigma M = 0$ の静力学公式を満足しなければならぬ。従ってこの 2 条件から必要な土の水平抵抗分布形は定まる。この分布形 (x の 2 次関数) からパイル等の曲げ moment、せん断力がきまる。当然パイル等の必要材料力学上の強度が求められる。

Chang の式のようにあらかじめパイル等の材料力学的弾性諸元を必要とすることはないわけである。

§ 2. 土の横抵抗 P の解析

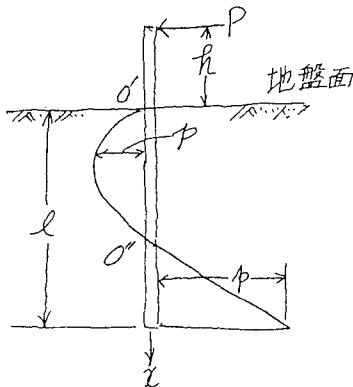


Figure 2.1

土の抵抗 P を座標的に便利に扱うため深さ方向を x 軸 positive にとり x 軸の左方を P の negative とする

(Figure 2.1) 地盤面では $P = 0$ の境界条件をもつとしたから

$$P = Ax^2 - B \cdot x \quad \text{-----} \quad (2.1)$$

とおいて A , B を定める。

A , B は positive にとる。

(2.1)式はまた

$$p = -B \cdot x + A \cdot x^2 \text{ ----- (2.2)}$$

とも考えられる。pはしばらくは negative で x 軸から左方に離れたかゝ
やがて 0" 点で x 軸を横切つて右方に出る。出てからは positive に一方的に
増大する $\Sigma H=0$ から $\int_{x=0}^{x=l} (Ax^2 - Bx) dx = (-)P \text{ ----- (2.3)}$

$$\Sigma M=0 \text{ から } \int_{x=0}^{x=l} x(Ax^2 - Bx) dx = P \times h \text{ ----- (2.4)}$$

$$(2.3) \text{式から } \int_{x=0}^{x=l} (Ax^2 - Bx) dx = A \cdot \frac{1}{3} [x^3]_0^l - B \cdot \frac{1}{2} [x^2]_0^l = \frac{l^3}{3} (A \cdot \frac{1}{3} - B \cdot \frac{1}{2}) = -P \text{ ----- (2.5)}$$

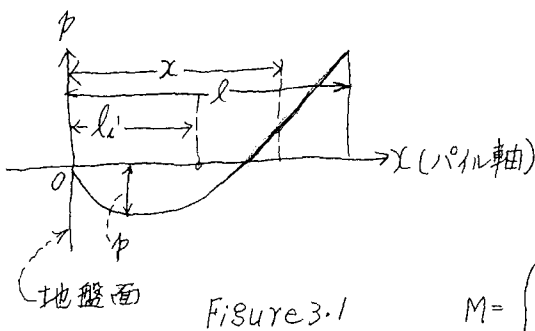
$$(2.4) \text{式から } \int_{x=0}^{x=l} x(Ax^2 - Bx) dx = A \cdot \frac{1}{4} [x^4]_0^l - B \cdot \frac{1}{3} [x^3]_0^l = \frac{l^4}{4} (A \cdot \frac{1}{4} - B \cdot \frac{1}{3}) = P \times h \text{ ----- (2.6)}$$

$$(2.5) \text{式から } \frac{1}{3} l^3 A - \frac{1}{2} l^3 B = -P \text{ ----- (2.7)}$$

$$(2.6) \text{式から } \frac{1}{4} l^4 A - \frac{1}{3} l^4 B = P \times h \text{ ----- (2.8)}$$

$$\text{上の2式から } A = \frac{12 \times P (3h + 2l)}{l^4} \text{ ----- (2.10), } B = \frac{3 \times P (8h + 6l)}{l^3} \text{ ----- (2.11)}$$

§3. パイル等の曲げ"moment



地盤面を鉛直に、パイル軸
を水平の x 軸とする (Figure
3.1) $x=l_i$ 点の曲げ"mo-
ment を M とする

$$M = \int_{x=l_i}^{x=l} (x-l_i) p \cdot dx$$

$$= \int_{x=l_i}^{x=l} (x-l_i) (Ax^2 - Bx) dx = A \cdot \int_{x=l_i}^{x=l} x^3 dx - B \cdot \int_{x=l_i}^{x=l} x^2 dx \text{ 次頁へ}$$

$$-A \cdot l_i \int_{x=l_i}^{x=l} x^2 dx + (-) B \cdot l_i \int_{x=l_i}^{x=l} x \cdot dx \dots\dots\dots (3.2)$$

$$= A \cdot \frac{1}{4} l^4 + \frac{1}{3} (-B - A \cdot l_i) l^3 + B \cdot \frac{1}{2} l^2 l_i + A \cdot \frac{1}{12} l_i^4 + (-) B \cdot \frac{1}{6} l_i^3 \dots\dots (3.3)$$

$$= \left\{ \left(A \cdot \frac{1}{12} l_i + (-) B \cdot \frac{1}{6} \right) l_i \right\} l_i + (-) \frac{1}{3} A l^3 + B \cdot \frac{1}{2} l^2 \left\} l_i + A \cdot \frac{1}{4} l^4 + (-) \frac{1}{3} B l^3 \right. \\ \left. l_i \dots\dots \text{曲り"moment を求める} x \text{ 値} \right. \dots\dots (3.4)$$

§4 パイル等のせん断力

曲り"moment の式が既に得られたから $x=l_i$ 点のせん断力は微分 $\frac{dM}{dx}$ で得られる。(3.3)式から

$$\frac{dM}{dx} = \frac{d \left\{ A \cdot \frac{1}{4} l^4 + \frac{1}{3} (-B - A \cdot l_i) l^3 + B \cdot \frac{1}{2} l^2 l_i + A \cdot \frac{1}{12} l_i^4 + (-) B \cdot \frac{1}{6} l_i^3 \right\}}{dx} \dots\dots (4.2)$$

$$= (-) \frac{1}{3} A l^3 + \frac{1}{2} B l^2 + \frac{1}{3} A l_i^3 + (-) \frac{1}{2} B l_i^2 \dots\dots\dots (4.3)$$

$$= \left\{ \left(\frac{1}{3} A l_i + (-) \frac{1}{2} B \right) l_i \right\} l_i + (-) \frac{1}{3} A l^3 + \frac{1}{2} B l^2 \dots\dots\dots (4.4)$$

§5 計算例

Figure 2.1 において 水平力 $P=12.5 \text{ ton}$ 高さ $h=1.67 \text{ m}$ 、杭長 $=5.168$

とすれば (2.10), (2.11) 式から $A = \frac{12 \times P (3 \cdot h + 2l)}{l^4} = \frac{2455.5}{1040.86} = 2.3591$

$B = \frac{3 \times P (8h + 6l)}{l^3} = \frac{1779}{183.25} = 9.70803$ 地表から $l_i = 3 \text{ m}$ 点の杭の

Bending moment を求める (3.4) 式から

$$M = \left\{ \left(A \cdot \frac{1}{12} l_i + (-) B \cdot \frac{1}{6} \right) l_i \right\} l_i + (-) \frac{1}{3} A l^3 + B \cdot \frac{1}{2} l^2 \left\} l_i + A \cdot \frac{1}{4} l^4 + (-) \frac{1}{3} B l^3 \right. \\ = \left\{ \left(0.1966 \times 3^3 + (-) 1.618 \right) \times 3^3 + (-) 144.1 + 156.6 \right\} \times 3^3 + 613.87 + (-) 593 = 30.64 \text{ t.m}$$

杭各点の Bending moment は 表 5.1 のとおりである

表 5.1

$x=l_i$ 点	Bending moment
$l_i = 0 \text{ m}$	20.87 t.m

表 5.1 (続)

$x=l_i$ 点	Bending moment M
$l_i=1^m$	32.0 t.m
$l_i=2^m$	35.91
$l_i=3^m$	30.64
$l_i=4^m$	17.7
$l_i=5^m$	4.2
$l_i=5.68^m$	0

せん断力は (4.4) 式から求める

$$S = \left\{ \{l_i \times 0.7864 + (-) 4.854\} l_i \right\} \times l_i + \{(-) 14.1 + 156.6\}$$

S の計算結果は表 5.2 のとおりである

表 5.2

$x=l_i$ 点	$S = \frac{dM}{dl_i}$
0 ^m	12.5 ton
0.5	11.39
1.0	8.44
1.5	4.23
2.0	(-)0.625
2.5	(-)5.55
3.0	(-)9.96
4.0	(-)14.8
5.0	(-)10.5
5.68	0.06

Bending moment と せん断力を図にすると Figure 5.1 のとおりである

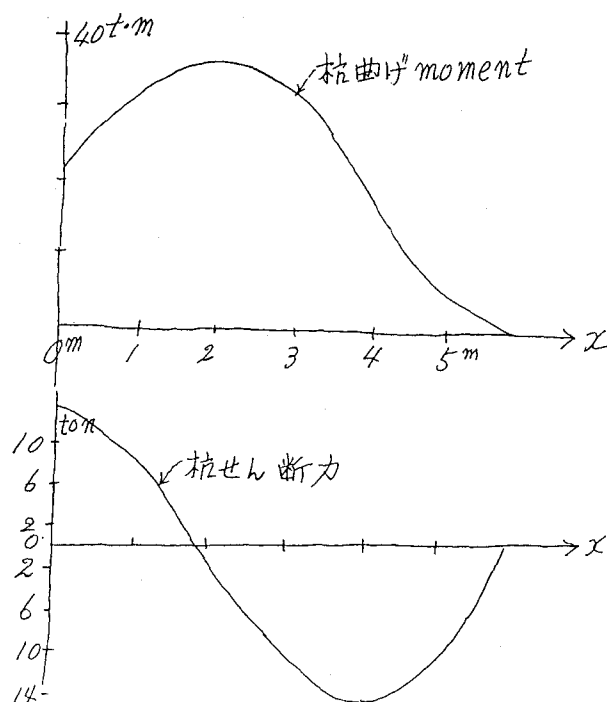


Figure 5.1

§ 6. 結 言

パイル等の曲げ moment とせん断力を土の横抵抗分布を先に求めてから定める式を導いた。パイル頂部の横荷重 P と地盤面（地表）から P までの高さ h とそれにパイル等の地中長 l の 3 者を知れば問題がとける。パイル等の最深先端部で土の抵抗 P が最大になることは電柱の倒れる時根元の土が跳ね上げられることからみても明らかで、§ 1 で述べた Poland の W. ODROBINSKI 教授の解説図にも説明してあるところである（1991-10-24）。