V－1　信頼性理論を導入したコンクリートの耐久性評価の検討

北見工業大学　正員　桜井　宏
北見工業大学　正員　鮎田耕一
北海道大学　正員　佐伯　昇
北海道大学　正員　藤田嘉夫
大成建設　正員　鈴木明人

1.はじめに

コンクリート構造物の耐用年数を予測評価する場合に，適切なコンクリートの耐久性評価をすることが重要である．　これには，発生する劣化の管理上の限界値(劣化限界値)の設定や，それを超過する確率の経時的な把握が必要である．本研究では，信頼性理論を導入しこれらを可能にするための基礎的なデータの解析を試みる．

2.方法

2.1検討手順

検討手順を図-1に示す．

2.2解析方法

2.2.1解析理論

(1)信頼度関数

寿命分布の確率密度関数(p.d.f.:probability density function)を$f(t)$とし，故障率関数を考える．平均故障率λ_iは，

λ_i=(区間iの故障数)/(区間iの始まりの時の残存数)-------------式(1)

と計算される．

微小期間dtの長さの区間の故障率を$\lambda(t)$としtの関数を考えれば，これを故障率関数$\lambda(t)$と寿命分布のp.d.f.$f(t)$との関係は以下である．

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{\int_t^{\infty} f(x)dx} \quad \text{--------------------------式(2)}$$

上式により，寿命分布のp.d.f.の$f(t)$が与えられれば，任意に故障率(瞬間故障率)関数(instant failure rate function)$\lambda(t)$を導出することができる．$\lambda(t)$はハザードレート関数(hazard rate function)とも呼ばれている．

寿命分布のp.d.f.を$f(t)$とすると，任務時間t_0以上の寿命が実現する確率は信頼度と呼ばれる．これを，$R(t_0)$とおくと，下式となる．

$$R(t_0)=\int_{t_0}^{\infty} f(x)dx \quad \text{-----------------------------------式(3)}$$

この信頼度を時間tの関数として$R(t)$とおき，これを信頼度関数(reliability function)という．

また，下式の関係よりシステムが任務時間を達成できない確率を表す不信頼度関数(unreliability function)が求められる．

Durability evaluating of concrete by reliability
by Hiroshi SAKURAI,Koichi AYUTA,Noboru SAEKI,Yoshio HUJITA and Aketo SUZUKI

$$F(t)=1-R(t)=\int_0^t f(x)dx \qquad \text{式(4)}$$

また，式(2)の両片の変数tをxに置き換えて，式(3)を代入し0からtまで積分すると，

$$\int_0^t \lambda(x)dx=\int_{t0}^{\infty}\frac{f(x)dx}{R(x)} \qquad \text{式(5)}$$

式(5)をR(t)について解くと次式を得る

$$R(t)=\int_t^{\infty} f(x)dx=\exp\left(-\int_0^t \lambda(x)dx\right) \qquad \text{式(6)}$$

式(6)の両辺を微分して

$$f(t)=\lambda(t)dx=\exp\left(-\int_0^t \lambda(x)dx\right) \qquad \text{式(7)}$$

上式により寿命分布のp.d.f.を故障率関数λ(t)によって表示できる.

また，故障率関数λ(t)により累積ハザード関数(cumulative hazard function)を以下のように表すことができる.

$$H(t)=\int_0^t \lambda(t)dt \qquad \text{式(8)}$$

信頼度関数R(t)と累積ハザード関数H(t)の間には以下の関係がある.

$$R(t)=\exp\left(-\int_0^t \lambda(x)dx\right)=\exp(-H(t)) \qquad \text{式(9)}$$

(2)加速故障モデル

加速故障モデルとは，ある要因Xが故障時間tを基準時間(基準時間)t_0より長くしたり短かく(加速)したりするのかを説明するモデルである.

ここでは，対数線形モデルを検討する．ハザード(故障率)λ(t)に影響を与える要因を共変量X(covariate)とし複数の共変量をベクトルXとした以下のような加速故障モデルを考えられる.

$$\lambda(X,t)=a \times \lambda_0(t) \times \Psi(X) \qquad \text{式(10)}$$

なお，$\lambda_0(t)$を基準ハザード関数，またΨ(X)をベクトルXの関数とする．またここでは，簡略化するためa=1とする.

ここで，基準ハザード関数を下式の様に故障率関数として一般的で，用いられる事例が多く，かつ負の値を取らない非対称な材料特性の分布に対して適合性のよい2母数ワイブル分布(Weibull distribution)を仮定する.

$$F(t)=\exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1}\right) \qquad \text{式(11a)}$$

ここで，αをワイブル分布の形状母数，βをワイブル分布の尺度母数とする.
式(11a)の確率密度関数(p.d.f.:probability density function)は下式となる.

$$f(t)=\frac{\alpha}{\beta}\cdot\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}\right) \qquad \text{式(11b)}$$

したがって基準ハザード関数$\lambda_0(t)$は,

$$\lambda_0(t)=\frac{\alpha}{\beta}\cdot\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}\right) \text{------------式(11c)}$$

ただし, αを形状母数, βを尺度母数とする.
また, $\Psi(X)$を指数関数として回帰係数をbとしてベクトルbとして表す.

$$\Psi(X)=\exp(X'b)=\exp(b_1X_1+b_2X_2+\text{----}+b_nX_n) \text{------------------式(12)}$$

このモデルは, 共変量が基準故障分布の尺度を変化させる様に作用させるため加速故障モデルとも呼ばれる. 本モデルにおいては, 各共変量は, 故障時間に対して乗法的に作用すると仮定される. 共変量値が0の個体に対応する故障時間, 即ち基準分布の確率分布からの確率変数をt_0としたとき, 共変量のベクトルがXの個体の故障時間tは, 以下のような確率変数として仮定される.

$$t=\exp(X'b)\times t_0 \text{---------------------式(13)}$$

ここで, $Y=\ln(t)$, $Y_0=\ln(t_0)$とすると以下のようになる.

$$Y=Xb+Y_0 \text{-------------------------式(14)}$$

式(14)は, Y_0が誤差項の役割をはたしてる対数線形モデルである. 上記のモデルには, 定数(切片)項と尺度を表す係数が含まれる. 対数を取る前の故障時間では, 定数項は, 尺度を変える働きを持ち, 尺度を表す係数は, 故障時間を巾乗する効果がある. ゆえに, 係数μとσで下式を仮定する.

$$Y=\mu+\sigma Y_0 \text{-----------------------式(15)}$$

tと, t_0の関係は下式で表される.

$$t=\exp(\mu)\times t_0^{\sigma}\text{である. --------------式(16)}$$

生存確率(非故障確率)を用いて表せば, この加速故障モデルは, 下式となる.

$$\mathrm{Prob}(t>t|X)=\mathrm{Prob}(t_0>(\exp(-X'b))t) \text{-------------式(17)}$$

式(17)の左辺は, 共変量値としてXを仮定して計算される値である. 右辺は時間tを共変量値に応じて定数倍した後で基準ハザード分布から計算される値であり, 右辺は, 基準信頼度関数を$\exp(-X'b)t$で評価した値である.

ここで, 式(11c), 式(16)の関係より係数μとσは,

$$\sigma=1/\alpha \quad \text{及び} \quad \mu=\ln\beta \text{------------------------------式(18)}$$

(3)最尤度によるパラメーターの推定
観測期間に故障が発生していないデータ(右側打切り)を含むような故障(生存)時間を仮定する.
パラメーター(母数)の推定は, 打切りを考慮した尤度関数を設定し, それを最

大化することによって得る方法による．打切りは，故障したデータは確率密度関数，打切りのデータは信頼度関数に従うものとすることにより考慮される．

極値分布(Extreame Value Distribution)化した，R(t)とf(t)に対してδ_iを仮定し，故障(δ_i=1)と打切り(δ_i=0)を識別する指標とすると，尤度関数は以下のようになる．

$$L(b,\sigma)=\prod_{i=1,n} f(t_i)^{\delta_i}\ R(t_i)^{1-\delta_i} \quad \text{------------------式(19)}$$

ここで，式(16)より対数尤度をとる．

そして，ln L(b,σ)をパラメータb,σで1階偏微分した$\partial \ln L(b,\sigma)/\partial b_j$と$\partial \ln L(b,\sigma)/\partial\sigma$，2階偏微分した$\partial^2 \ln L(b,\sigma)/\partial b_j \partial b_h$と$\partial^2 \ln L(b,\sigma)/\partial\sigma^2$，$\partial^2 \ln L(b,\sigma)/\partial b_j \partial\sigma$を求め，式(19)が極値となるパラメータb,σをニュートン・ラプソン法で求める．

なお，bの帰無仮説の検定はχ^2検定で行う．

2.3 コンクリートの耐久性評価への導入

2.3.1導入の対象

コンクリート構造物の耐久性評価への導入対象の例として，寒冷地のコンクリートの構造物の劣化現象である表面剥離に対する耐久性の評価を行う．ここでは，表面剥離は最近のコンクリートに付加価値として要求されるようになった性能の一つである美観に大きな影響を与えるものと考える．

2.3.2設定値の仮定

表面剥離面積率がある基準を越える事を故障(hazard)と仮定する．　そこで，劣化限界を表面剥離面積率で25%として，その劣化限界の1/10である表面剥離面積率が2.50%を超過した時をコンクリート表面に被害(故障またはハザード)が発生したとし，何らかの補修を必要とすると考え，これを設定値と仮定する．そこで設定値である2.50%を超過することに対する信頼性解析を行う．

2.3.2検討データと計算方法

筆者らが寒冷地の海洋環境下の紋別で継続している表-1に示す条件の曝露試験の2年から11年までの測定値を用いた．これらの測定値をデータとして2.2.1で示した数学モデルのσ，μ，bを求める．解析結果の検定は小標本おいて一般に信頼できると考えられている対数尤度に基づく検定を行った．

なお，計算にはSAS(Statistical Analysis System)のLIFEREGプロシジャを使用した．

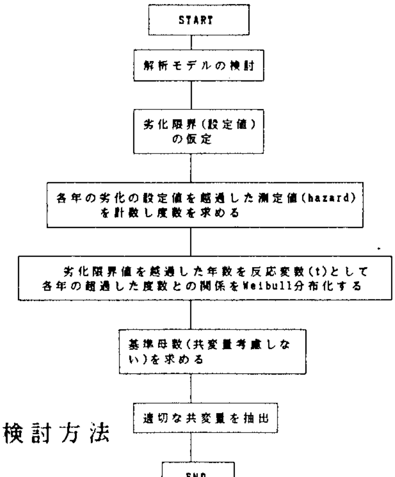

図-1　検討方法

表-1　曝露した供試体の外的要因と内的要因

外的要因		内的要因					
年凍結融解回数(回)	海岸(汀線)からの距離(m)	供試体No.	セメント W/C 養生条件 養生日数	供試体No.	セメント W/C 養生条件 養生日数	供試体No.	セメント W/C 養生条件 養生日数
59.4 (8年間の平均)	30～50 (時期により変動)	1	N55F0	7	FB55F0	13	BB55F0
		2	N55F5	8	FB55F5	14	BB55F5
		3	N55F14	9	FB55F14	15	BB55F14
		4	N45F0	10	FB45F0	16	BB45F0
		5	N45F5	11	FB45F5	17	BB45F5
		6	N45F14	12	FB45F14	18	BB45F14

注．各供試体につき12面の測定面がある

F:淡水養生，

N:普通ポルトランドセメント

FB:フライアッシュセメントB種，

BB:高炉セメントB種

3.検討結果

図-2に全供試体の各年の設定値を越えたデータ(hazard)の度数のヒストグラムを示す．また一番右側に11年目でも，設定値を越えない度数のヒストグラム(打切りデータを示す．設定値を越えないデータも本解析では打切りデータとして解析値に含まれる．設定値を越えるものは初期が多く経過年数とともに減少する傾向がある．

解析した結果を表-2に示す．共変量を考慮しない場合の母数とχ^2検定値，ワイブル分布に対する尤度，共変量を考慮した場合の母数と各共変量の係数のχ^2検定値を示した．各共変量の組み合わせケースの内，σと各共変量の係数bが帰無仮説に対する有意水準1%を越えなく，かつ尤度が高いケース(Case-4)に着目し，この母数と係数を式(10)に代入して得た信頼度関数から，信頼度(hazard発生率)50%の推定値と実測値の関係を図-3に示した．

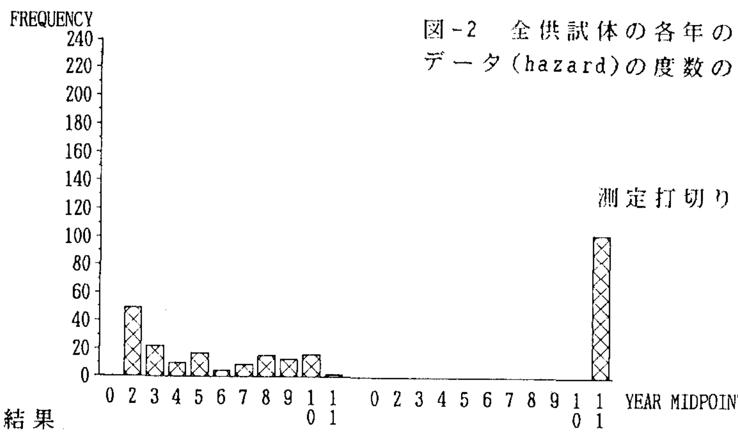

図-2　全供試体の各年の設定値を越えたデータ(hazard)の度数のヒストグラム

表-2　解析結果

		Case0		Case1		Case2		Case3		Case4	
		推定値	より大きいχ^2が出現する確率(PR:>χ^2)	推定値	より大きいχ^2が出現する確率(PR:>χ^2)	推定値	より大きいχ^2が出現する確率(PR:>χ^2)	推定値	より大きいχ^2が出現する確率(PR:>χ^2)	推定値	より大きいχ^2が出現する確率(PR:>χ^2)
切片(μ)		2.4231	0.0001	12.455	0.0192	0.7872	0.0001	0.7092	0.0001	10.923	0.0014
共変量の係数(b)	CaO(%)	-	-	0.0099	0.6947	-	-	-	-	-	-
	MgO(%)	-	-	1.9373	0.0056	-	-	-	-	1.8560	0.0040
	Al_2O_3(%)	-	-	-1.386	0.0093	-0.017	0.0020	-0.019	0.0004	-1.291	0.0030
	Fe_2O_3(%)	-	-	-1.320	0.0492	-	-	-	-	-1.311	0.0015
	W/C(%)	-	-	-0.046	0.1443	-0.008	0.0111	-0.007	0.0164	-0.033	0.0040
	養生水	-	-	-0.011	0.1629	-0.011	0.1861	-	-	-	-
	養生日数	-	-	-0.065	0.0001	-0.003	0.1578	-	-	-0.065	0.0001
	28日強度	-	-	-0.019	0.0014	-	-	-	-	-0.017	0.0004
	表層強度	-	-	0.0813	0.0001	-	-	-	-	0.0801	0.0001
	凍融回数	-	-	0.0040	0.0001	0.0040	0.0001	0.0040	0.0001	0.0040	0.0001
	高さ	-	-	0.0083	0.0015	0.0005	0.0556	0.0005	0.0555	0.0007	0.0042
	方位	-	-	0.0028	0.0301	-	-	-	-	-	-
尺度(σ)		0.7649	0.05399	0.1052	0.00586	0.1126	0.00618	0.1136	0.00627	0.1074	0.0060
最大化対数尤度		-319.1	-	102.68	-	93.346	-	91.512	-	99.493	-

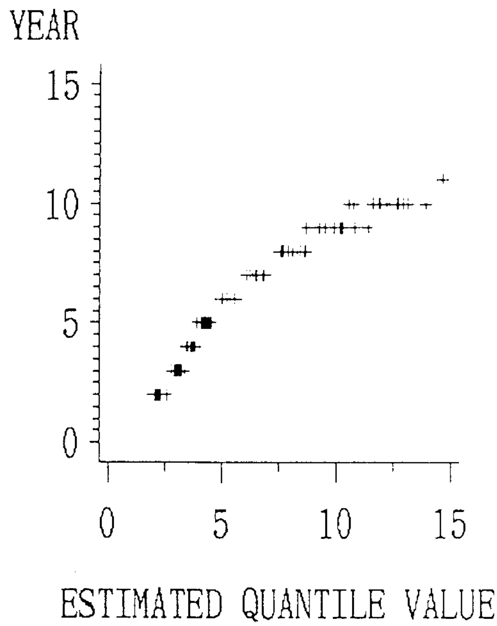

図-3　信頼度(hazard発生率)50%の推定値と実測値の関係

このようにコンクリートの劣化に対して適切な劣化限界値を設定することにより信頼性解析が可能である事が確認された。
今後，劣化の要因を適切に数値化することにより解析の精度を向上できると思われる。
また，他の劣化に対してもこの手法が適用を検討できると考えられる。

4.まとめ

コンクリートの耐久性評価に対して信頼性理論の導入を試みるために，一例として，コンクリートの凍害による劣化の表面剥離を取り上げ，表面剥離面積率に劣化限界値を設定し，各劣化要因を考慮した加速故障モデルを適用し，母数と係数のχ^2検定及び尤度等を用いることにより信頼度関数が求められ，信頼性理論が導入できることが確認された。

謝辞　解析したデータの測定に対し北見工業大学岡田技官，猪狩技官，コンクリート研究室卒論生，北大の中津川技官，高田助手，志村助手他の御尽力を得た。また，SASプログラムの開発には北大及び東大の大型計算機センターの御協力を頂いた。ここに感謝いたします。

参考文献

1)桜井宏，鮎田耕一，佐伯昇，藤田嘉夫，鈴木明人:信頼性理論を用いたコンクリート構造物の耐久性評価，土木学会北海道支部論文報告集，1991年，pp.　-
2)駒木奏:生存時間解析法の経済分析への適用-乳牛の生産供用年数を例として，札幌大学　経済と経営　第22巻　第1号，1991年，6月，pp.11-40
3)真壁肇:信頼性データの解析，岩波書店，1987年
4)菅野文友:信頼性工学，電子通信学会編，コロナ社，1980年
5)桜井宏，鮎田耕一，佐伯昇，鈴木明人:コンクリート構造物の経年変化推定のための確率密度関数化の検討，コンクリート工学年次論文報告集11-1，1989，pp499-504