

IV-30

配分シミュレーション法によるカット探索手法

苫小牧工業高等専門学校
室蘭工業大学工学部

正員 柊谷有三
正員 斉藤和夫

1. まえがき

道路網容量による道路網の感度分析は、道路網容量が一般にネットワーク特性およびフロー特性によって規定されることから、これらの特性が変化するとき道路網容量がどのような影響を受けるかを定量的に分析することによって行うことができる。著者らは、この感度分析を行うためにまず道路網容量増強問題をLP問題として定式化するとともに、LP問題の相補性から最小カット（すべてのカットのうちでフロー水準が最小のカット）を含めてよりフロー水準の大きいカットを逐次探索した。さらに、グラフ理論を応用して、これら探索されたカットから感度分析に必要なカット行列及びOD-カット行列の作成を試みた。そして、作成されたカット行列等を通して、計画道路網の交通処理能力の把握、道路網容量増強計画、自動車交通量の抑制策、公共輸送機関への転換策あるいは土地利用パターンの変更による道路網容量増強など既存道路網の交通処理能力を上回るような自動車交通需要の増大に対処する各種の対策手法を考察してきた。^{1)・2)}

しかしながら、LP問題を基礎にしたカットの探索は、LP問題の定式化にあたって事前に各OD交通の走行可能な経路を選定しているとはいえ、必ずしも各OD交通の経路選択挙動を十分に踏まえたものとはなっていない。また、実際規模の道路交通ネットワークへ適用するにあたっては演算上種々の困難が伴う。そこで、本研究では従来のLP問題を基礎にしたカットの探索手法で得られた成果を踏まえて、各OD交通の経路選択挙動を考慮するとともに大規模な道路交通ネットワークにも適用可能なカットの探索手法について考察する。³⁾

2. 道路網容量の算定手法について

本研究の目的とすることは道路網容量を規定する

最小カット及び最小カットよりフロー水準の大きいカットを逐次探索して、感度分析に必要なカット行列を作成することである。そこで、ここでは既往の各種の配分シミュレーション法を基に道路網容量の算定について考える。配分シミュレーション法としては、OD構成比一定のもとで総トリップ数を漸次増加させながら各OD交通を分割等時間配分で行う方法^{4)・5)}を用いる。また、配分シミュレーション法を基に道路網容量を規定する最小カットを探索する手法として、ひとつは配分の段階ごとにリンク交通量を調べ、容量に達したあるいは超過したリンクの集合がカットを構成するかどうかを検討する方法がある。他のひとつは、総トリップ数を漸次増加させる段階で、容量に達したあるいは超過したリンクを順次除去してゆき、除去されたリンクの集合がカットを構成するかどうかを検討する方法である。本研究では、後者の方法を通して最小カットを探索するが、このとき需要（各リンクの配分交通量）と供給（各リンクの交通容量）のバランスを考慮した最小カットを求めるため、配分交通量がリンク容量を超えることなく容量に達した時点で当該リンクを除去する方法を考察した。したがって、ある配分段階で容量に達したリンクが出現したときには、当該リンクを通過するOD交通のなかには他の経路に再配分されるものもある。

道路網容量の算定手順は、図-1に示すフローチャートのように以下となる。

step. 2は、リンク走行時間の計算であり、ここでは式(1)のBPR(Bureau of Public Roads)タイプの関数を用いることとする。

$$S_a(V_a) = t_{a0} \{1 + r (V_a / C_a)^k\} \quad (1)$$

ここで、

V_a : リンク交通量 C_a : リンク容量

t_{a0} : $V_a=0$ のときの走行時間

r, k : パラメータ

step. 3 は、step. 2 で求められた各リンクの走行時間を用いて各OD交通の最短経路を探索とともに、step. 4 でOD交通量 (ΔT_k) を各OD交通の所要時間順 (小大順) に配分するため、各OD交通の配分順序をも決める。

step. 4, 5 は、step. 3 で求められた配分順序に従って各OD交通の最短経路にOD交通量 (ΔT_k) を負荷して各リンクの配分交通量を求めるとともに、各リンクの配分交通量を更新する。

step. 6, 7 は、step. 5 で更新された配分交通量が当該リンクの交通容量を超えているかどうかを検査する。もし、すべてのリンクがリンク容量以下のときには、step. 7 へ行き、step. 4~6 をすべてのOD交通が配分されるまで繰り返す。そして、すべてのOD交通配分終了の時には step. 2 へ行き、次のトリップ数を配分する。

一方、配分交通量が容量に達したリンクがあるときには step. 8 へ行く。

step. 8 は、容量に達したリンクの集合 (あるいは部分集合) がカットを構成するかどうかを検査するものであり、このカットの探索手法については3章で詳述する。

step. 9 は、OD交通を順次配分する過程で容量に達したリンクを除去したとき、当該リンクを最短経路とする未配分のOD交通の交通量 ΔT^m_k を他の経路に配分するプロセスである。このとき、未配分のOD交通だけを対象に再配分を行うために step. 2~8 を繰り返す。

step. 10 は、step. 8 で探索されたカットを対象に、式 (2)、(3) で最小カットのフロー水準すなわち道路網容量 NC を求める。

$$P = \left\{ \sum_{a \in T_1} C_a - \sum_{k \in Q} p_k + \sum_{k \in R} \Delta T^m_k \right\} / n \Delta T \quad (2)$$

$$NC = \left\{ \sum_{a \in T_1} C_a - \sum_{k \in Q} p_k \right\} / P \quad (3)$$

ここで、

T_1 : 最小カットを構成するリンクの集合

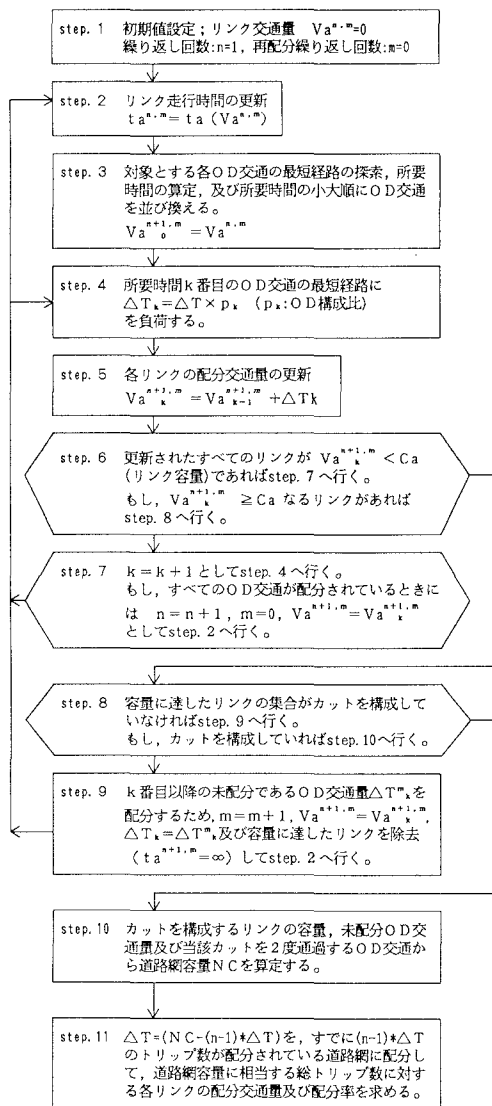


図-1 道路網容量の算定手順

Q, p_k : 道路網容量を規定する最小カットを2度通過するOD交通の集合及び交通量

R : 未配分OD交通の集合

$n \Delta T$: 配分された総トリップ数

step. 11は、4章で考察する最小カットよりフロー水準の大きいカットを探索するために必要な、道路網容量に相当する総トリップを配分したときの各リンクの配分交通量及び配分率を求める。

以上、従来用いられている配分シミュレーション法 (分割等時間配分で行う方法) の手順を基に、各

リンクの配分交通量がリンク容量を超えることがないリンクからなるカット（最小カット）が探索できるとともに、道路網容量をも容易に算定することができる。

3. ネットワークの非連結性の検定法

道路網容量を規定する最小カットの探索は、前述のように総トリップ数を漸次増加させる段階で容量に達したリンクを順次除去してゆき、除去されたリンクの集合あるいは部分集合がカットを構成するかどうかを検討しながら行う。最小カットを探索する手法、いわゆるネットワークの非連結性の検定法としては接続行列を用いた方法⁴⁾、あるいは各OD交通間の最短経路探索を用いた方法⁵⁾などが、本研究においては前者の接続行列を用いた方法を基に、最小カットを構成するリンクをも容易に求められる方法について考察する。

いま、 n 個のノードと m 本のリンクからなる道路網の接続行列を E （行列 E は $(n \times m)$ 行列）とする。ここで、行列 E の要素はノード i がリンク j の端点であれば 1、そうでないとき 0 を取る。そうすると、容量に達したリンクの集合（あるいは部分集合）がカットを構成するかどうかの探索手法は以下となる。

step. 1 対象道路網のリンクを容量に達したリンク（以下、容量リンクという）と容量以下のリンク（以下、以下リンクという）に分ける。

step. 2 行列 E の各行において、容量リンクに対応する列のみが 1 で、他の列（以下リンクに対応するリンク）がすべて 0 を取る行ベクトルが存在するかどうかを調べる。もし、存在すれば step. 4 へ、存在しなければ step. 3 へ行く。

step. 3 最上位（便宜上このようにする）にある行ベクトルにおいて、以下リンクの要素が 1 である列を探索し、次にこの列ベクトルにおいてその要素が 1 である行を求め、この行を最上位の行に mod 2 で加えて接続行列を退化させる。そして、step. 2 へ行く。

step. 4 当該行ベクトルは、容量リンクによって構成されるカットによって他のノードと切断されていることから、当該行ベクトルを行列 E から除去して step. 2 へ行く。もし、行列 E に行ベクトルがなくなったときには step. 5 へ行く。

step. 5 step. 4 で除去された各行ベクトルに対

象にノード集合及びカットを構成するリンクを求める。このとき、ノード集合は各行ベクトルが step. 2 で加えられてきた行ベクトルに対応するノードによって求められる。また、カットを構成するリンクは行ベクトルの要素（容量リンクに対応する列ベクトルの要素が 1 であるリンク）から求められる。

このような手順を通して、カットによって切断されるノードの集合のみならずカットを構成するリンクをも容易に求めることができる。また、この探索手法は最小カットも含めた他のカットが同時に発生する場合にも適用できる。そして、道路網容量を規定する最小カット及び道路網容量は 2 章の step. 10 の手順によって求められる。

4. 最小カットよりフロー水準の大きいカットの探索手法

最小カットよりフロー水準の大きいカットを逐次探索する場合には、道路網容量を超えるような交通需要に対して各 OD 交通をどのように配分するか、あるいは最小カットも含め容量不足となるカットを構成する各リンクの容量増強をどのようにするかなどの問題がある。本研究においては、前述のように需要（各リンクの配分交通量（需要交通量））と供給（既存道路網における各リンクの交通容量）のバランスを考慮したカットを探索することが目的であることから、次のような仮定を前提としてカットの探索を試みる。①道路網容量を超える総トリップ数を配分するとき、最小カットも含めて容量不足となるカットにおいては、当該カットを通過すると思われる交通需要を十分に処理できるだけの容量増強が行われる。②すなわち、最小カット及び容量不足カットを構成するリンクでは、道路網容量に相当する総トリップを配分したときの各リンクの配分交通量の比率を考慮して容量増強が行われるものとする。③そして、道路網容量を超える総トリップ数の配分は、容量不足カットを構成するリンクが容量増強された道路網を対象に行う。

そうすると、最小カットよりフロー水準の大きいカットの探索手順は以下となる。

step. 1 2 章の step. 11 で得られた道路網容量に相当する交通需要（総トリップ数）を配分したときの各リンクの配分交通量 V_a から、式（4）で

各リンクの配分交通量の比率（配分率） W_a を求める。

$$W_a = V_a / N C \quad (4)$$

step. 2 総トリップ数 $N C$ がすでに配分されている道路網に、さらに ΔT のトリップ数を配分するため、最小カットを構成するリンクに対してはそれぞれ式（5）で求められる容量増強 ΔC^1_{i*} を行う。また、 ΔT を配分する繰り返し回数を $n = 1$ とする。

$$\Delta C^1_{i*} = n \Delta T W_a \quad (5)$$

step. 3 容量増強された道路網を対象に、各 $O D$ 交通量 $\Delta T_k (= \Delta T \times p_k)$ を逐次配分するために、道路網の算定手順と同様に 2 章の step. 2 ～ 9 を繰り返す。

step. 4 step. 3 の各 $O D$ 交通量を配分する過程で、容量に達したリンクの集合がカットを構成するときには、当該カット i のフロー水準 F_i を式（6）で求める。なおこのときのカットの探索については、前述の 3 章のネットワークの非連結性の検定法を通して検討することができる。

$$F_i = \sum_{a \in T_i} C_a / \sum_{a \in T_i} W_a \quad (6)$$

ここで、

T_i ; カット i を構成するリンクの集合

step. 5 step. 4 で探索されたカット i を構成するリンクに対してはそれぞれ式（7）で求められる容量増強 ΔC^1_{i*} を行う。

$$\Delta C^1_{i*} = (N C + n \Delta T - F_i) \cdot W_a \quad (7)$$

このとき、カット i を構成するリンクのうち、すでに容量増強されているリンクの ΔC_a が ΔC^1_{i*} より大きいときには、当該リンクの ΔC_a を変える必要はない。

step. 6 カット i の発生によって配分されていない $O D$ 交通量 ΔT_k を配分するため step. 3 へ行く。

step. 7 step. 3 ～ 6 をすべての $O D$ 交通量が配分されるまで繰り返す。もし、配分終了の時には step. 8 へ行く。

step. 8 次の ΔT を配分するために $n = n + 1$ と

する。また、すでに探索されている最小カット及び容量不足カットそれぞれに対して、当該カットを構成するリンクに対して容量増強すべき値を式（5）、（7）で求める。そして、式（8）で各リンクの容量増強すべき値 ΔC_a を求めて step. 3 ～ 7 を繰り返す。

$$\Delta C_a = \max \{ \Delta C^1_{a*}, \dots, \Delta C^i_{a*}, \dots, \Delta C^j_{a*} \} \quad (8)$$

ここで、

1 ; 最小カットを含めて探索された容量不足
カットの本数

step. 9 step. 3 ～ 8 を感度分析に必要なカットを考慮して、あるトリップ数（ $n \Delta T$ ）に達したとき計算を終了する。

以上のような手順を通して、最小カットよりフロー水準の大きいカットを容易に探索することができる。しかし、ここでは感度分析に必要なすべてのカットが探索できな。最小カットも含めここで探索されたカットを基に感度分析に必要なカット及びそれらのカットから作成されるカット行列は、行列演算によって容易に求められるが、詳細は文献（1）を参照されたい。

5. 計算例

簡単な適用例を通して、道路網容量の算定及び感度分析のために必要なカットの探索を試みる。図-2の道路網（図中のリンク上の番号はリンク番号）、表-1の $O D$ 構成比及びリンク距離を与えて行う。なお、 $O D$ 交通は対称性を仮定して三角 $O D$ 交通のみを計算する。各リンクの交通容量は 12000 台、また式（1）の走行時間関数のパラメータは $r = 2.62$ 、 $k = 5$ とする。

まず、図-1 に示す算定手順に従って道路網容量の算定を行う。 $\Delta T = 10000$ 台としてトリップ数を漸次増加させると、総トリップ数が 70000 台のときリンク 1, 3, 7 が容量超過となった。そして、これら容量超過したリンクを対象に、3 章で述べた手順を通して最小カットを探索すると、図-2 に示すリンク 1, 7 からなるカット 1（最小カット）が求められた。総トリップ数 70000 台のとき、未配分 $O D$ 交通量は $O D$ 1-3 の 80 台であることからカット 1 のフロー水準は式（9）、（10）で求められ、道路網容量は 69767 台となる。このとき、カット 1 を 2 度通過する

O D交通はなかった。

$$P = (12000 \times 2 + 80) / 70000$$
$$= 0.344 \tag{9}$$

$$NC = 24000 / 0.344$$
$$= 69767 \tag{10}$$

さらに、この道路網容量に相当する総トリップ数を配分したときの各リンクの配分交通量及び配分率の結果を表-2に示した。

最小カットよりフロー水準の大きいカットの探索を4章で述べた探索手順を通して考察する。道路網容量に相当する総トリップ数NCが配分されている道路網、すなわち各リンクに表-2に示す交通量が配分されている道路網を対象に逐次 $\Delta T (=10000台)$ を増加してカットを探索する。カットの探索過程の結果については、表-3に取りまとめた。また、探索されたカットは図-2に示されている。表-3に示されている各リンクの容量増強のうち、総トリップ数 89767台に対するリンク1及び2の ΔC_a は式

(11), (12)で算定できる。

$$\Delta C1 = 2 \times 10000 \times 0.172$$
$$= 3440台 \tag{11}$$

$$\Delta C2 = (69767 + 20000 - 82988) \times 0.1692$$
$$= 1147台 \tag{12}$$

ここでは、探索されるカットのフロー水準等を考慮して総トリップ数1099767台まで逐次計算を行った。なお、この例では各リンクの配分交通量からリンク4も外部リンクとし、図-2に示すカット2も含めた4本のカットを探索した。したがって、リンク5, 11, 12, 15の5本のリンクはいずれのカットにも含まれないこととなる。

図-2に示されているカットは、感度分析に必要なすべてのカットではない。そこで、ここではさらに文献(1)を参考に、図-2に示すカットを基に簡単な行列演算から感度分析に必要なカットを求めた結果が図-3である。そして、図-1及び2の探索されたすべてのカットのフロー水準を求め、各カットをフロー水準の小大順に並び変えて取りまとめた結果が表-4である。なお、図-3に示す各カットのフロー水準は式(6)で算定できる。そして、これらのカットから作成される感度分析のためのカット行列が図-4である。この行列を通して、ネットワーク特性としての各リンクの交通容量の変化が道路網容量にどのような影響を及ぼすか等について容易に考察することができる。

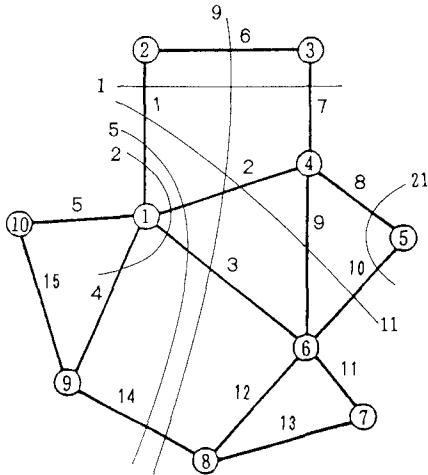


図-2 対象道路網と探索されたカット

表-1 各O D交通の構成比と各リンクの距離(m)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		0.095	0.077	0.095	0.084	0.104	0.056	0.014	0.017	0.005
2	500		0.038	0.022	0.012	0.013	0.006	0.000	0.024	0.001
3	∞	500		0.050	0.016	0.015	0.005	0.005	0.000	0.003
4	800	∞	300		0.029	0.022	0.007	0.004	0.020	0.001
5	∞	∞	∞	300		0.068	0.013	0.003	0.000	0.000
6	600	∞	∞	600	400		0.032	0.003	0.004	0.002
7	∞	∞	∞	∞	∞	200		0.013	0.005	0.001
8	∞	∞	∞	∞	∞	500	600		0.011	0.001
9	600	∞	∞	∞	∞	∞	∞	500		0.004
10	400	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	700	

表-2 各リンクの配分交通量及び配分率

リンク	配分交通量	配分率
1	12000	0.1720
2	11808	0.1692
3	12000	0.1720
4	8846	0.1268
5	789	0.0113
6	9121	0.1307
7	12000	0.1720
8	6497	0.0931
9	6131	0.0879
10	9201	0.1319
11	7235	0.1037
12	5460	0.0783
13	2393	0.0343
14	7433	0.1065
15	467	0.0067

表-3 最小カットよりフロー水準の大きいカットの探索過程

総トリップ数	容量に達したリンク	探索されたカット及びフロー水準	容量増強されているリンク及び ΔC_a
79767	なし	なし	1;1720, 7;1720
89767	2, 3, 6, 14	カット 9; 82988	1;3440, 7;3440
89767	1, 2, 3, 14	カット 5; 77457	2;1147, 3;1166 6; 886, 14; 722
99767	なし	なし	1;5160, 2;3780, 3;3840 6;2200, 7;3440, 14;2980
1099767	1, 2, 9, 10	カット11; 85561	1;6880, 2;5470, 3;5560 6;3500, 7;6880, 14;3450
1099767	8, 10	カット21;106667	9;2180, 10;3200

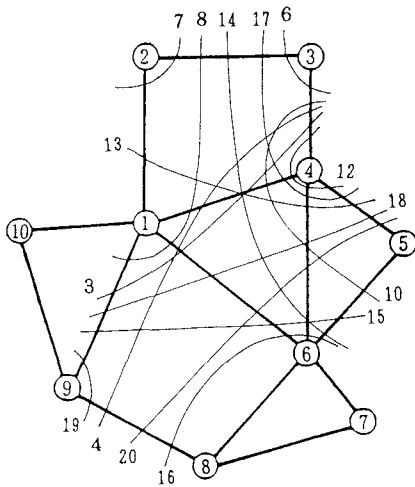


図-3 感度分析に必要な他のカット

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
5	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
10	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
11	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
12	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
13	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
14	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
15	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
16	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0
17	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
18	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
20	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
21	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0

図-4 感度分析のためのカット行列

表-4 各カットのフロー水準

カット	容量	構成比の和	フロー水準
1	24000	0.3440	69767
2	48000	0.6400	75000
3	48000	0.6400	75000
4	48000	0.6197	77457
5	48000	0.6197	77457
6	24000	0.3027	79286
7	24000	0.3027	79286
8	48000	0.5987	80173
9	48000	0.5784	82988
10	48000	0.5610	85561
11	48000	0.5610	85561
12	48000	0.5222	91919
13	48000	0.5222	91919
14	48000	0.5197	92361
15	48000	0.5186	92557
16	48000	0.4983	96328
17	48000	0.4809	99813
18	48000	0.4798	100042
19	24000	0.2333	102872
20	48000	0.4595	104462
21	24000	0.2250	106667

6. あとがき

以上、本研究においては従来のLP問題を基礎にしたカットの探索手法で得られた成果を踏まえて、各OD交通の経路選択挙動を考慮できる配分シミュレーション法を基に道路網感度分析のためのカットの探索手法について考察した。今後は、カット行列の作成を踏まえて、フロー特性と道路網容量の関係を分析するために必要なOD-カット行列の作成手法について考察を進めて行くとともに、大規模な道路網への適用についても今後試みて行く。

参考文献

- 1) 榎谷・加来：道路網容量による道路網の感度分析について，土木学会論文報告集，第343号，1984
- 2) 榎谷・斉藤・加来：フロー特性と道路網容量の関係について，土木計画学研究・講演集，No. 10，1987
- 3) 榎谷・斉藤：道路網感度分析におけるカット行列の作成手法，土木計画学研究・講演集，No. 13，1990
- 4) 飯田恭敬：道路網の最大容量の評価法，土木学会論文報告集，第205号，1972
- 5) 柏谷・朝倉・和田：道路網の最大容量推定に関する実証的研究，土木計画学・講演集，No. 13，1990