IV－20

ファジィ積分を用いたＳＣＡ支援システムの構築に関する研究

美幌ｺﾝﾋﾟｭｰﾀ専門学校　正員　佐藤信哉
北海道大学　正員　佐藤馨一

1.　本研究の目的

複雑な状況化の土木計画において有効なアプローチとしてStrategic Choice Approach（ＳＣＡ）がある。ＳＣＡをより有効に利用するためには、それを支援するシステムが必要であると考えられる。本研究ではＳＣＡの普及をはかる上でもパーソナルコンピュータ上で支援システムの構築を目指す。この実現のために、本研究はＳＣＡの一部であるAnalysis of Interconneected Decision Areas（ＡＩＤＡ）手法におけるシステム構築上の問題点と対応策を論じる。さらに、ＳＣＡの特性に合わせた評価手法としてファジィ積分を用いた評価手法を提案する。

2.　ＳＣＡ手法の概略

ＳＣＡは複雑な状況下において、意志決定に至るまでの考え方と、それを実際に行なって行く際に手助けとなる一連の技法を提案したものである。

ＳＣＡは次の６つのプロセスに分かれる。

①計画課題の分析、②計画案の構造化、③代替案の作成、④代替案の比較、⑤実施案の選択、⑥計画案に基づく実施。

この内の②、③で用いられる手法がＡＩＤＡである。ＡＩＤＡでは直面する問題に対してデシジョンエリアと呼ばれる意志決定すべき事項とそれに対するオプションと呼ばれる選択肢を探り出し、それらの間の関連について分析する。その結果問題の解決策として考えられるスキームと呼ばれる複数の案が列挙される。

また④、⑤については松野らの研究によりＡＨＰ手法を有効に用いることが提案されている。[1] これの改善手法として本研究ではファジィ積分を用いた評価手法を考える。

3.　ＡＩＤＡ手法における問題点と対応策

(1)　問題点について

ＡＩＤＡ手法では、スキームを求めるため、各デシジョンエリアの各オプションについて全ての組合せを作り、そこからオプションバー基準と呼ばれる成立しない組み合わせを線で結び、取り除いてゆくという方法をとる。しかしこの方法では全ての組合せを記憶させるために莫大なメモリが必要になる。

例１として、デシジョンエリア数が10、オプション数が 5の場合を考える。この条件で、使用データ領域を概算すると、１エリアの１オプションに対し、他の各デシジョンエリアの各オプションが連なるので、5の10乗の組合せが生じる。１オプション当たり 2バイトのメモリを割り当てたとすると、約18.6メガバイトのメモリが必要である。通常のパーソナルコンピュータではこの莫大なメモリの確保は困難である。

したがって、全てのオプションについて組合せを作り、そこからオプションバー基準により存在しない組合せをチェックして取り除き、スキームを作成する方法はパーソナルコンピュータ上では実現困難である。

そこで、オプションバー基準の情報は2つのデシジョンエリアの組に分解できることや、オプションバー基準の条件により多くの組合せが消去され、最終的なスキームの数はたかだか数100組になることに注目して、実用化のために必要なメモリの量を抑える方法を考える。

(2)　対応策について

本研究では必要なメモリの量を抑えるため、初期段階において各デシジョンエリアの各オプションについて全ての組合せを作らずに、ペアに分解した後、隣り合うペアのデシジョンエリアのオプションにつ

A Study For Building Of S.C.A. Support System With Fuzzy Integral.
By Shinya SATOH, Keiichi SATOH

いて全ての組合せを作る。この組合せについて各ペア間のオプションバー基準に該当する組合せを取り除いた後、隣り合うペアのデシジョンエリアを結合する。これを初期段階の組合せの代わりとする。この組合せは各デシジョンエリアの各オプションについて全ての組合せを作るに比べて、既に一部のオプションバー基準により組合せが減少しているためメモリの節約ができる。先程の例１の場合でオプションバー基準が１本引かれることにより最大3.7メガバイトのメモリの節約が可能となる。オプションバー基準の本数がある程度存在すれば、少ないメモリでの実行が可能となる。以下、例を交えながら本手法の手順を述べる。

①オプションバー基準により連結しているデシジョンエリアをペアに分解する。（図1、図2参照）

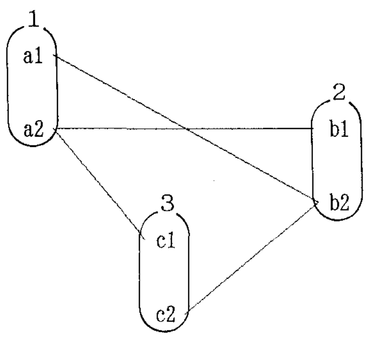

図1　連結しているデシジョンエリア

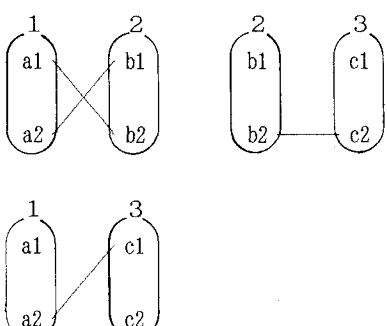

図2　ペアに分解されたデシジョンエリア

②分解したペアのデシジョンエリアのうち、隣り合うペアのデシジョンエリアについて実現可能な組を抽出する。このために隣り合うペア間のオプションの全ての組合せから隣り合うペア間に関するオプションバー基準により存在を許されない組合せを取り除く。（表1参照）

表1　隣り合うペア間で許される組合せ

ﾃﾞｼｼﾞｮﾝｴﾘｱ名	1 - 2	2 - 3
ｵﾌﾟｼｮﾝ名	a1 - b1	b1 - c1
	a2 - b2	b1 - c2
		b2 - c1

③②の隣り合うペアのデシジョンエリアのうち、共通するエリアにおいてオプション値が等しいものをつないでゆく（等結合）。このようにして全ての隣り合うペアのデシジョンエリアをつなぐ。なお、つながるものの無い組は最終的にスキームとして残らない組なので、この時点で取り除く。（表2参照）

表2　隣り合うペア間で許される組合せの結合

ﾃﾞｼｼﾞｮﾝｴﾘｱ名	1 - 2 - 3
ｵﾌﾟｼｮﾝ名	a1 - b1 - c1
	a1 - b1 - c2
	a2 - b2 - c1

④③でできあがったオプションの組合せについて、他のペアのオプションバー基準によって存在してはならない組を削除する。この例の場合a2とc1が同一の組に存在してはならないので表3のようになる。

表3　スキームの作成

ﾃﾞｼｼﾞｮﾝｴﾘｱ名	1 - 2 - 3
ｵﾌﾟｼｮﾝ名	a1 - b1 - c1
	a1 - b1 - c2

こうして残ったものがスキームである。同じ制約条件より選ばれるので似かよったスキームが多くなることが考えられる。

上記の例の場合、表2での組合せ数3に対し全ての組合せ数は8であるから半分以下のメモリですむ。ただし、このメモリの大きさはオプションバー基準の本数、配置により異なる。実用的なレベルで最終的に得られるスキームの数が多くても数100程度と

いうことを考えれば、多大な組合せが存在する場合はやはりオプションバー基準の本数が多くなり、手順③における組合せはかなり減少すると考えられる。

4. 評価手法で用いる測度について

(1) ファジィ測度[2)]

人間が主観的総合評価を行う場合、複数の評価項目をまとめて考えた場合の重要度が個々の評価項目の重要度の和とならず、重要度という測度において加法性を満足することは難しい。そこで、測度（以後加法性測度）の加法性の条件をゆるめて単調性を満足することを条件とするファジィ測度を用いることが考えられる。

評価項目の有限な全体集合をXとおき、そのXの値を区間[0, 1]の数値に対応づける関数 gが、次の性質を持つときファジィ測度という。

$$g(\phi) = 0,\quad g(X) = 1 \tag{1}$$

$$A \subset B \text{ならば } g(A) \leqq g(B) \tag{2}$$

ここで、A、BはXの部分集合。

(1)の条件は有界性を表わすもので、評価項目を１つも考慮しない場合の測度 $g(\phi) = 0$となり、全ての項目を考慮した場合の測度 $g(X) = 1$となる。

(2)の条件は単調性を表わすもので、単調性とは $A = \{x_1\}$、$B = \{x_1, x_2\}$とするとx_1のみの測度 $g(A)$よりはx_1、x_2を合わせて考えた測度 $g(B)$の方が必ず大きくなるかあるいは同等になる性質をいう。

加法性測度は必ず単調性を持っているので、ファジィ測度の一種と考えることができる。

(2) 可能性測度と必然性測度

① 可能性測度Π

(1),(2)の条件の他に次の条件が成り立つファジィ測度を可能性測度Πという。任意のE、F⊂Xについて、

$$\Pi(E \cup F) = \Pi(E) \vee \Pi(F) \tag{3}$$

② 必然性測度N

(1),(2)の条件の他に次の条件が成り立つファジィ測度を必然性測度Nという。任意のE、F⊂Xについて、

$$N(E \cap F) = N(E) \wedge N(F) \tag{4}$$

③ 可能性測度と必然性測度の関係

可能性測度と必然性測度の間には次の関係が成り立つ。

$$N(E) = 1 - \Pi(E^c) \tag{5}$$

ただし、E^cはEの補集合

5. ファジィ積分

(1) ファジィ積分形

主観的評価においては、非加法的測度であるファジィ測度による重要度と得点値の積をもって総合評価値とするのが望ましいと考えられる。この総合評価値を求めるためのファジィ測度についての積分形がいくつか提案されているが、本研究では、このうちのショケ（Choquet）積分を用いた総合評価について論じる。

(2) ショケ積分[3)]

ショケ積分は、図 3のように定めると、

$$h(x_1) \geqq h(x_2) \geqq \cdots \geqq h(x_n) \tag{6}$$

の条件を満足することを前提に次の式で表わされる。

$$\int h\, dg = \int g(\{x \mid h(x) \geqq a\})\, da = \sum_{i=1}^{n} [h(x_i) - h(x_{i+1})]\, g(H_i) \tag{7}$$

ここで、$H_i = \{x_1, x_2, \cdots, x_i\}$、$h(x_{n+1}) = 0$、aは$h(x)$上の定数。

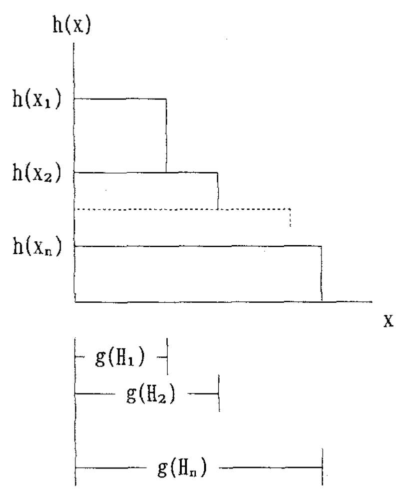

図3 ショケ積分

$g(H_i)$はファジィ測度であり、評価においては評価項目の重要度を表わす。$h(x)$は Xを 0から 1に対応させる関数であり、他の制約はうけない。評価に

おいては評価得点を表わす。

また、水野らの研究[4]によるN評価、U評価、L評価はショケ積分を用いて次のように説明できる。

(3) 加法的評価(N評価)

加法的評価とは個々の評価項目に対応する評価得点に対して測度の和が1になる重み付けを行ない総和をとったものを総合評価値とする評価手法である。

ファジィ測度として加法性測度p(x)を用いた場合、代替案の数をnとおくと(7)式よりショケ積分を用いたある代替案の総合評価得点は次式で表わされる。

$$\int h\, dp = \sum_{i=1}^{n} [h(x_i) - h(x_{i+1})]\, p(H_i) \qquad (8)$$

変形して、$p(H_0) = 0$とおくと

$$\int h\, dp = \sum_{i=1}^{n} h(x_i)\, [p(H_i) - p(H_{i-1})] \qquad (9)$$

加法性より

$$\int h\, dp = \sum_{i=1}^{n} h(x_i)\, p(x_i) \qquad (10)$$

となり、通常の積分形と一致する。

(4) 代替的評価(U評価)

代替的評価とはある複数の評価項目に対応する評価得点としてその中の最大値を用いて総合評価得点を求める評価手法である。

ファジィ測度として可能性測度Π(x)を用いた場合、代替案の数をnとおくと(7)式よりショケ積分を用いたある代替案の総合評価得点は次式で表わされる。

$$\int h\, \Pi = \sum_{i=1}^{n} [h(x_i) - h(x_{i+1})]\, \Pi(H_i) \qquad (11)$$

変形して、$\Pi(H_0) = 0$とおくと

$$\int h\, \Pi = \sum_{i=1}^{n} [\Pi(H_i) - \Pi(H_{i-1})]\, h(x_i) \qquad (12)$$

ここで、$\Pi(H_i) = r_i$、$r_0 = 0$とおき、$A_i=\{x_i \cdot\cdot x_n\}$を考えると

$$\int h\, \Pi = \sum_{i=1}^{n} (r_i - r_{i-1}) \max_{x \in A_i} h(x) \qquad (13)$$

となり、すべての代替案の中で総合評価得点が最大のものを選考するのでマキシマックス決定となる。

(5) 補完的評価(L評価)

補完的評価とはある複数の評価項目に対応する評価得点としてその中の最小値を用いて総合評価得点を求める評価手法である。

ファジィ測度として必然性測度N(x)を用いた場合、代替案の数をnとおくと(7)式よりショケ積分を用いたある代替案の総合評価得点は次式で表わされる。

$$\int h\, N = \sum_{i=1}^{n} [h(x_i) - h(x_{i+1})]\, N(H_i) \qquad (14)$$

変形して、$N(H_0) = 0$とおくと

$$\int h\, N = \sum_{i=1}^{n} [N(H_i) - N(H_{i-1})]\, h(x_i) \qquad (15)$$

ここで、$\Pi(H_i) = r_i$、$r_0 = 0$とおき、$A_i=\{x_i \cdot\cdot x_n\}$を考え、(7)式をもちいると

$$\int h\, N = \sum_{i=1}^{n} (r_i - r_{i-1}) \min_{x \in A_i} h(x) \qquad (16)$$

となり、すべての代替案の中で総合評価得点が最大のものを選考するのでマキシミン決定となる。

(6) 評価項目が多階層にわたる場合の計算について

水野らの研究[4]において、後述のAHPのように評価項目が多階層にわたる場合の積分方法が課題として残った。ショケ積分を用いた場合、下層部から順に積分を行ない、その結果を上層部における評価得点hとして積分を行なうことで統一した計算が行え、この問題は解決できる。

6. AHPによる代替案の評価

(1) AHPの概略[6]

AHPはサティによって開発された手法であり、SCAにおいては代替案の比較・評価の際に有効な手法と考えられる。

AHPを使って代替案の比較・評価を行なうには、まず、問題の要素を、最終目標、評価項目、代替案の関係でとらえて、階層構造を作る。そして最終目標からみて一対比較を行なうことにより評価項目の重要度を求め、次に各評価項目からみて一対比較を

行なうことにより代替案の重要度を求める。そして評価項目の重要度と代替案の重要度の積をとることにより最終目標からみた代替案の総合評価得点とする手順を踏む。

評価項目iの重要度をw_iとして、評価項目x_iに対するある代替案の重要度を$f(x_i)$とすると総合評価得点Eは次式で表わされる。

$$E = \sum w_i \cdot f(x_i) \tag{17}$$

(2)　代替案を追加することにより生じる順位の逆転ついて

ＡＨＰは同一レベル要因間の独立性を仮定しており、もし要因として従属性の高いものを取り込んだ場合、次のような逆転現象を引き起こすことが従来から指摘されている[5]。

交通機関選択において特急列車と快速列車のどちらを選択するかをＡＨＰを用いて評価する。図4のように階層図を作り、表4のように定めるとＡＨＰによる総合評価得点は次のようになる。

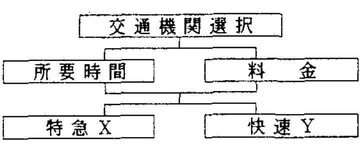

図4　階層図

表4　代替案追加前のウェイト（その１）

評価基準 代替案	所要時間 (0.65)	料金 (0.35)	総合評価 得点
特急Ｘ	0.667	0.25	0.521
快速Ｙ	0.333	0.75	0.479

そこに、評価対象として特急Ｘに良く似た（従属性のある）特急X1と特急X2が追加されると、ＡＨＰによる総合評価得点は表5のようになる。

表5　代替案追加後のウェイト（その１）

評価基準 代替案	所要時間 (0.65)	料金 (0.35)	総合評価 得点
特急Ｘ	0.286	0.167	0.244
特急Ｘ1	0.286	0.167	0.244
特急Ｘ2	0.286	0.167	0.244
快速Ｙ	0.143	0.500	0.268

このように、従属性のある代替案を追加することにより順位の逆転が生じる。利根はこのような不都合を避けるために、

①評価項目のすべてについて評点が相対的に10パーセント程度の違いしかない子の項目（先の例では代替案をさす）は一つのグループにまとめて、グループ化した項目で比較する。

②子の性質の違いがわかるような評価項目を用いてＡＨＰを行う。

といった解決策を提唱している。[7]

これに対してBelton、Gearの研究により、従属性のある代替案を追加することにより生じる順位の逆転ついては代替案レベルのウェイトの最大値を１に規準化することにより解消できることが示されている。[5]

各評価項目について特急Ｘ、特急Ｙの最大値を１に規準化した場合の評価得点は次のようになる。

表6　代替案追加前のウェイト（その２）

評価基準 代替案	所要時間 (0.65)	料金 (0.35)	総合評価 得点
特急Ｘ	1.000	0.333	0.767
快速Ｙ	0.500	1.000	0.675

表7　代替案追加後のウェイト（その２）

評価基準 代替案	所要時間 (0.65)	料金 (0.35)	総合評価 得点
特急Ｘ	1.000	0.333	0.767
特急Ｘ1	1.000	0.333	0.767
特急Ｘ2	1.000	0.333	0.767
快速Ｙ	0.500	1.000	0.675

このように従属性のある代替案を追加することによる順位の逆転は生じない。

ただし、通常のＡＨＰの加法的モデルの立場からみると加法的な評価項目の重要度と非加法的な評価得点との積をとっているので異なるモデルといえる。しかしＡＨＰによる総合評価の目的は代替案の優先順位を決めることにあり、最終的な総合評価得点が相対的に大きくなることはＡＨＰの目的達成の上で支障とはならないと考えられる。さらに前述のショケ積分の立場からみると重要度の加法性が保たれて

おり、加法的評価の積分形にあてはまり、妥当性のあるモデルといえる。

(3) 評価項目を追加することにより生じる順位の逆転ついて

次に評価項目として、料金に良く似た（従属性のある）項目料金2、料金3を追加する。ここで、所要時間と料金2、料金3との関係は所要時間と料金の関係と同じであるとして評価項目の重要度gを求めると、特急Ｘ、快速Ｙの評価は以下のようになる。

表8 評価項目追加後のウェイト（その１）

評価基準 代替案	所要時間 (0.382)	料金 (0.206)	料金2 (0.206)	料金3 (0.206)	総合評価得点
特急Ｘ	0.666	0.25	0.25	0.25	0.409
快速Ｙ	0.333	0.75	0.75	0.75	0.591

次に評価項目の重要度の最大値を１に規準化することにより順位の逆転を解消したいわけであるが、評価項目の重要度（測度）の加法性が保てない（和が１にならない）ので非加法的な測度による非加法的評価となる。

人間の意識量をあらわすものさしは単調性を有すると考えられるので、評価項目の重要度の最大値を１と規準化した場合、それは非加法的なファジィ測度の条件を満たすと考えられる。このような制約のあるファジィ測度を用いたモデルでは加法的な評価はできない。しかし、可能性測度による代替性評価（Ｕ評価）と可能性測度に双対な測度である必然性測度による補完的評価（Ｌ評価）が可能である。

表9に評価項目の重要度の最大値を１に規準化した場合の各評価を示す。

表9 評価項目追加後の各総合評価得点

評価手法	加法的	代替的	補完的
特急X	0.588	1.000	0.641
快速Y	0.809	0.769	0.500

このように代替的評価（Ｕ評価）、補完的評価（Ｌ評価）では評価項目の追加よる逆転現象はみられない。

7. 本研究のまとめ

(1) 本研究では、パーソナルコンピュータ上でＳＣＡ支援システムを構築する際に問題となるＡＩＤＡ手法における莫大なメモリの消費ついて述べるとともにその対応策を示した。

(2) 松野らの研究[1]により、ＳＣＡ手法における代替案の比較、実施案の選択（評価）においてＡＨＰを用いることが提案されている。しかし、通常のＡＨＰを用いたのでは、似かよった代替案が多く存在すると考えられるＳＣＡ手法においては順位の逆転現象を引き起こしやすいと考えられる。よって、本研究では逆転現象が引き起こらないように代替案の得点を１に基準化したショケ積分を用いた評価手法の適用を提案した。

評価項目の従属性による順位の逆転については、従属性を考慮して一対比較を行ない、ショケ積分を用いて総合評価得点を求める方法もあるが、比較回数が増大することもあって、これについては今後の課題としたい。

8. 参考文献

1)松野栄明ら:ｽﾄﾗﾃｼﾞｯｸ･ﾁｮｲｽ･ｱﾌﾟﾛｰﾁによる地区計画策定に関する研究、土木学会第45回年次学術講演会講演概要集、1990

2)菅野道夫:ﾌｧｼﾞｨ理論の展開、ｻｲｴﾝｽ社、1989

3)竹田英二:ﾌｧｼﾞｨ積分と評価、BASIC数学、1991、4

4)水野克彦ら:ﾌｧｼﾞｨ測度を用いた階層分析法における評価基準に関する研究、土木学会北海道支部平成2年度論文報告集、1991

5)Belton,V. and Gear,T. :On Short-coming of Satty's Method of Analytic Hierarchies、OMEGA Vol.11,No.3、1983

6)利根薫:ｹﾞｰﾑ感覚意志決定法、日科技連、1989

7)利根薫:ＡＨＰにおけるｺﾋﾟｰまがいの代替案への現実的対処法、ｵﾍﾟﾚｰｼｮﾝｽﾞ･ﾘｻｰﾁ、1991、4

8)寺野寿朗ら:応用ﾌｧｼﾞｨｼｽﾃﾑ入門、ｵｰﾑ社、1989

9)市橋秀友ら:ﾌｧｼﾞｨ集合の可能性・必然性とそのｸﾞﾗﾌｨｯｸ表現、第3回ﾌｧｼﾞｨ ｼｽﾃﾑ ｼﾝﾎﾟｼﾞｳﾑ講演論文集、1987

10)市橋秀友:最大値を１とする重要度の基準化について、第5回ﾌｧｼﾞｨ ｼｽﾃﾑ ｼﾝﾎﾟｼﾞｳﾑ講演論文集、1989