

II-72

進行波の質量輸送について

北見工業大学工学部 学生員 伊藤 寛恵
北見工業大学工学部 正員 佐藤 幸雄

I. まえがき

非線形性の波の伝播に伴って、その波動場の流体中に波動による振動流と同時に、ゆっくり流れる定常流すなわち質量輸送が発生することは、すでにLonguet-Higgins によって研究されている。また、通常の波動の実験においては造波機の特長にもよるが、造波される波は線形波と云うよりはむしろ非線形性の波がほとんどであるといつてよい。したがって、当然その流速分布には上記に述べた定常流を伴っていると考えらる。特に流速成分の値を必要とする砂移動ならびに物体に働く流体力のような問題においては、流速成分を構成する定常的な流れ部分の内容を把握しておくことが必要である。

本研究においては以上のような目的に沿って、流体中に発生する定常流の様子を種々の中立粒子を使用して測定し、ストークス波およびLonguet-Higgins の理論に対する検証を行った。また実験は主として、進行波について行ったが、それに加えて、重複波の場合についても2、3の結果を得たので以下に報告するものである。

II. 実験要領

使用した実験水槽は図-1に示すような長さ22m、幅25cm、深さ50cm、の二次元造波水槽で、造波機は吸収式造波機である。進行波の場合の定常流の測定はすべてガラス面に沿って行った。その測定方法は短く切った種々の糸くずの中より、浮くものは水表面の測定に、沈むものは底面上の測定にそれぞれ使用し、また水中の測定には比重1に近い中立粒子(直径1cm程度)を水面から投入し、図-2に示すような水粒子軌道を描きながらゆっくり沈む状態をビデオ撮影した。流速の読み取りは表面、水中、底面のいずれもガラス面に沿ったスケールを使用してモニター画面より読み取った。

水深方向の測定カ所としては水表面付近、底面上ならびに水中2カ所の計4カ所とし、それぞれの位置の定常流の値を求めることにした。

II. 水粒子の軌道について

ビデオより読み取った水粒子の軌道より、図-2に示すような最大長径 ξ_{max} の値について、特に水面付近の値に限

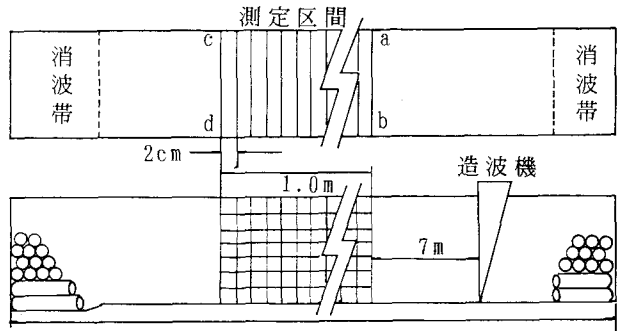


図-1 実験装置

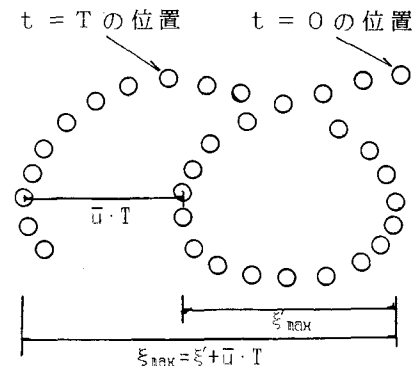


図-2 水粒子の軌道の模式図

って調べてみると、 ξ_{max}/L を波長 L で無次元化した ξ_{max}/L の値は波形勾配 H/L をパラメーターとして比水深 h/L の関係で図-3のように示される。図中に示した実線は微小振幅波の場合の長径を与える式に H/L のパラメーターを導入して描いたものであり、また破線は非線形項を加えた形の3次のストークス波の式を用いて、図-2に示すように約1.5周期程度の計算範囲の中より最大長径 ξ_{max} を求めて描いたものである。これらの使用した計算式は下記に示す。

図-3を見ると、測定値の最大長径に関する値 ξ_{max}/L はほぼストークス波に沿った値を示していると云える。特に h/L ならびに H/L が大きいところで適合がよいと云える。図中の記号については表-1に示した。

微小振幅波の場合(水面)； $\frac{\xi_{max}}{L} = \left(\frac{H}{L} \right) \cdot \coth kh \quad (1)$
 $k = 2\pi/L$, L : 波長

ストークス波の場合(水面)； $\frac{\xi}{L} = \frac{t}{2T} F_1^2 \cosh 2kh - \frac{1}{2\pi} \{ F_1 \cdot (1 - \frac{1}{8} F_1^2) \cosh kh + \frac{F_1}{8} (3F_1^3 + 10F_2) \cosh 3kh \} \cdot \sin(kx - \sigma t) - \frac{1}{4\pi} \cdot \{ -\frac{1}{2} F_1^2 + F_2 \cosh 2kh \} \sin 2(kx - \sigma t) - \frac{1}{6\pi} \cdot \{ \frac{1}{4} F_1 (F_1^2 - 5F_2) \cosh kh + F_3 \cosh 3kh \} \cdot \sin 3(kx - \sigma t) - \frac{t}{2T} F_1^2 (\cosh kh) \cdot (\cosh 2kh) \cdot \cos(kx - \sigma t) , \quad \sigma = 2\pi/T , \quad T: \text{周期} \quad (2)$

ここで、 $F_1 = \pi \cdot \left(\frac{H}{L} \right) \cdot \frac{1}{\sinh kh}$ $F_2 = \frac{3}{4} \pi^2 \left(\frac{H}{L} \right)^2 \frac{1}{(\sinh kh)^4}$
 $F_3 = \frac{3}{64} \pi^3 \left(\frac{H}{L} \right)^3 \frac{11 - 2 \cosh 2kh}{(\sinh kh)^7}$ である。

IV. 質量輸送について

Longuet-Higgins は底面境界層に加えて水表面境界層も考慮にいれて、更に、流体内部に発生する質量輸送の水底から水表面までのtotal が0となるように条件を与えて、部分重複波の場合について次式を与えている。質量輸送速度 $\bar{u}$ は、

$$\bar{u} = \frac{\sigma}{4 \sinh^2 kh} \left[(a_1^2 - a_2^2) \left\{ 2k \cosh(h-1) + \frac{\partial z p}{\partial z} \right\} + 2a_1 a_2 \sin 2kx \frac{\partial z s}{\partial z} \right]$$

水粒子の軌道について $\xi_{max}/L \sim h/L$ の関係 (水面付近)

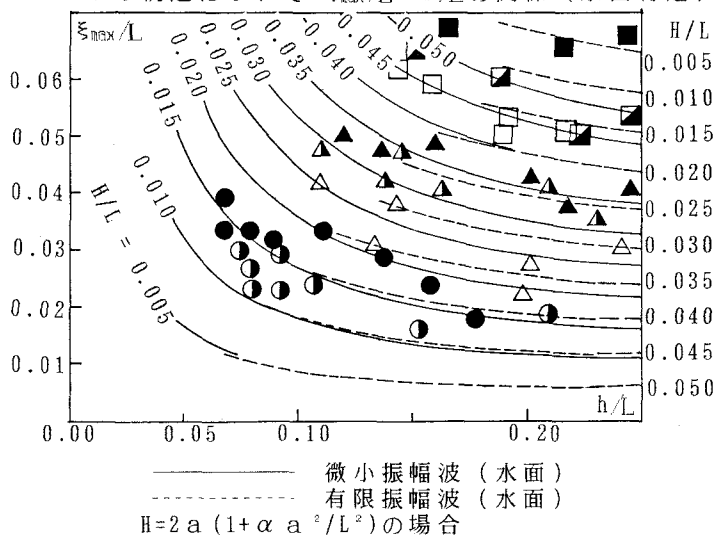


図-3

○	$H/L = 0.0000 \sim 0.0125$
●	$H/L = 0.0126 \sim 0.0175$
●	$H/L = 0.0176 \sim 0.0225$
△	$H/L = 0.0226 \sim 0.0275$
△	$H/L = 0.0276 \sim 0.0325$
▲	$H/L = 0.0326 \sim 0.0375$
□	$H/L = 0.0376 \sim 0.0425$
■	$H/L = 0.0426 \sim 0.0475$
■	$H/L = 0.0476 \sim$

表-1 記号の説明

$$\frac{\partial p}{\partial z} = k \{ 3 + (kh \cdot \sinh 2kh)(3\mu^2 - 4\mu + 1) + 3(\sinh 2kh + 3kh)(\mu^2 - 1)/2kh \}$$

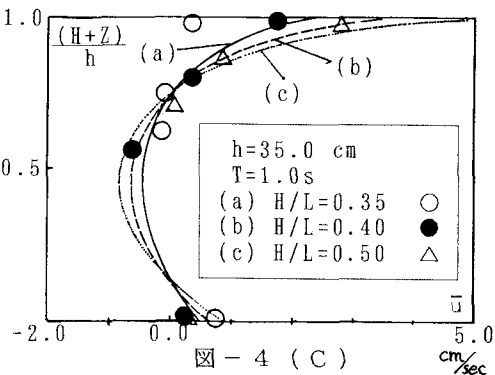
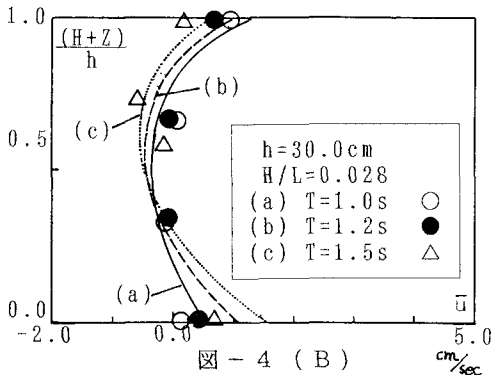
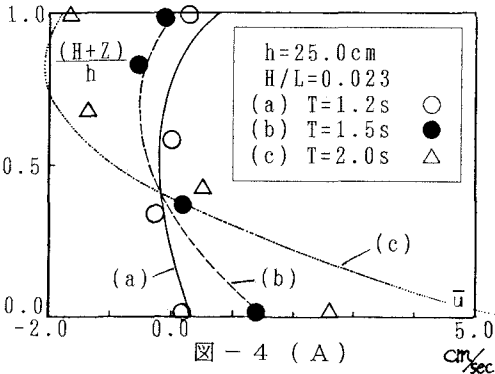
$$\frac{\partial s}{\partial z} = 6k \{ 2kh \cdot \cosh 2kh \cdot \cosh 2kz - \sinh 2kh(\cosh 2kz + 2kz \cdot \sinh 2kz) \} / (\sinh 4kh - 4kh) \quad (3)$$

a_1, a_2 : 入射波および反射波の振幅で、進行波のみの場合 $a_2 = 0$, 重複波の場合 $a_1 = a_2$ である。
 また、 $\mu = z/h$, $k = 2\pi/L$, $\sigma = 2\pi/T$ である。

ガラス面に沿った質量輸送速度をIIIで述べた軌道の測定値から得られた $\bar{u} \cdot T$ (図-2に示した) を使用して求め、多くの実験波の中より数例について図示すると図-4 (A) (B) (C) のようになる。測定値についてみると、水深 h が25cmでの浅い場合は底面の影響が強いが、水深が深くなるに従って、図-4 (C) の場合のように水表面の影響が強くなっているのが分かる。

周期については長いもの程底面における $\bar{u}$ の値が大きく、また、波形勾配 H/L については当然 H/L が大きいほど、底面および水表面で大きい値を示している。

質量輸送速度の分布



図中の実線、破線、点線はそれぞれ、測定値に対して同一の波の条件の下でLonguet-Higginsの式(3)により $a_2 = 0$ として計算した値を示したもので、いずれも、測定値とよく一致しているといえる。しかし、実験波全てについてみると若干違うものも含まれている。図-5は特に水面付近の質量輸送速度について示したものであり、測定値については比水深 H/L が小さくなると負方向に流れる質量輸送を示すようになる。図中の実線は式(3)の計算値であり、また

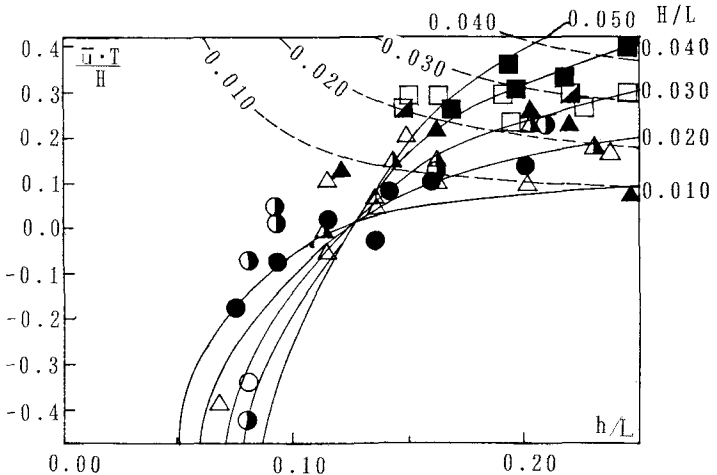


図-5 質量輸送速度の値 (水面)

破線は式(3)の中の定常項でストークス波の質量輸送速度と云われている値を示したものである。IIIで述べたように h/L が大きくなるとストークス波の適合がよいのと同様に質量輸送に関しても h/L が大きくなるとストークス波と式(3)式が一致して来るが、測定値もまたこれらの値に沿って来ると考えられる。

V. 重複波の場合

測定方法については、図-1の測定区間c-dに垂直板を設置して重複波波動場を作り、また、垂直板面と底面が共に滑面の場合と粒径 $d=0.4\text{mm}$ の浜砂を張った粗面の場合の2通りを用いた。測定粒子には釣り道具の一種であるタシロニンフタブを用いて小さな粒子を作り、底面上の重複波の節の位置から動きだして、腹の位置で静止するまでの距離と時間から、この間の平均移動速度 $\bar{u}$ を求めた。測定場所はガラス面に沿った位置で行った。実験波の種類は水深 $h=25\text{cm}$ で一定とし、周期 $T=1.0, 1.2, 1.5(\text{sec})$ の3種類について、波高 H は数種類について測定を行った。波高の変化による $\bar{u}$ の値を図に示すと図-6(A),(B),(C)である。図を見ると滑面と粗面ではほとんど差異は見られず、 $\bar{u}$ の値は波高 H の増加と共に増し、 $\bar{u}=0.5\text{cm/sec}$ 前後の値となっている。また、垂直板が滑面および粗面のいずれの場合も、Healyの方法で反射率を測定すると、波高の増加と共に反射率は減少して、 $\gamma=0.9\sim 0.75$ 程度に変化している。すなわち完全重複波ではないといえる。したがって、

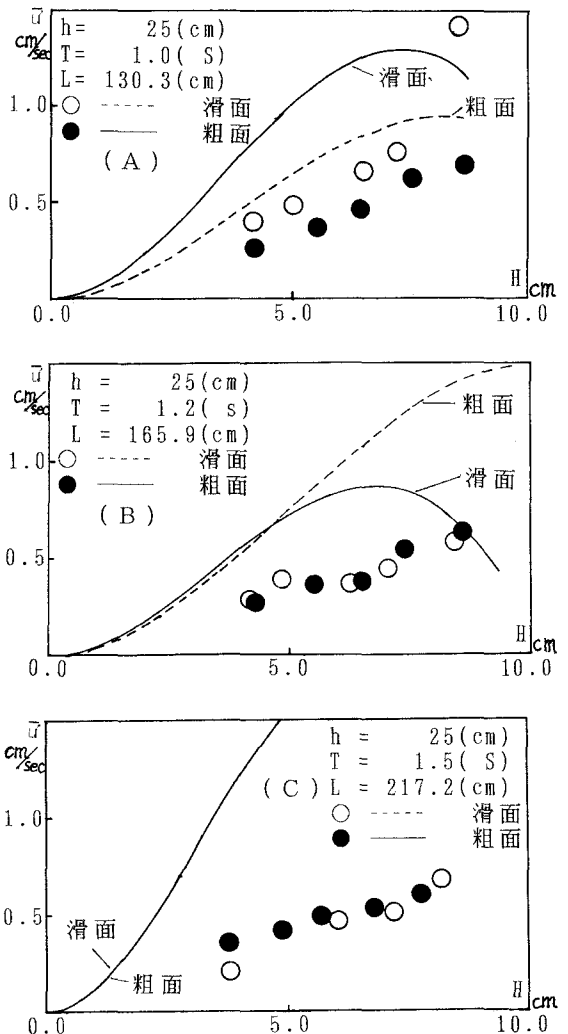
図中に示した曲線は、IVで述べた式(3)について、 $x=0$ (節) $\sim L/4$ (腹)の区間の平均速度 $\bar{u}$ を求め、更に各実験波についての反射率 γ を考慮にいれて、 $a_2=\gamma a_1$ と置き、部分重複波として計算したものである。ここで、実線は滑面、破線は粗面の場合である。また、計算値は底面よりやや上方の $z/h=0.9$ の位置の値であるが、計算値が測定値よりやや大きく現れる結果を得た。

VI. 結論

- (1) 進行波の質量輸送についてはLonguet-Higginsの理論値がよく測定値と適合することが分かった。
- (2) 重複波については測定値がやや小さい値を示し、反射率の正確な測定とガラス面から離れた位置における、 $\bar{u}$ の測定を行ってみる必要があり、今後さらに検討を加えることとする。

参考文献

Longuet-Higgins, M.S.: Mass Transport in Water Waves, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, 245 (903), P535-581, 1953



腹と節の間での質量輸送速度の平均値(底面)
図-6