

II-70

砂漣上の準乱流境界層内の流れ

北見工業大学工学部	学生員	小林	史尚
北見工業大学工学部	正 員	佐藤	幸雄
北海道大学工学部	正 員	浜中	建一郎

1. まえがき

浅水領域を表面波が伝播すると、砂漣その他の底面粗度によって海底面に乱流境界層が発達することが考えられる。しかし、Reynolds数のある範囲内では境界層内の流れが完全に乱流になる以前の層流状態の場合であっても、剥離現象ならびに複雑な渦構造が現れる。このような状態を本研究では準乱流状態と呼ぶことにする。

いま、波動全体を考えたとき、砂漣はその波長が表面波の波長に比べて非常に小さく、一種の底面粗度と考えてよく、したがって、このような剥離を伴った砂漣上の流れは粗面上の準乱流境界層内流れと考えられる。この境界層内の流れは、Reynolds stressを通して波動全体に影響を与えるようになる。特に、底面近傍の質量輸送の様子に変化を及ぼし、また、浮遊砂の輸送にも重要な要素であると考えられる。

このような準乱流境界層内の流れの解析を行うため、本研究では流れを2次元の流れの場合を仮定し、また、基本式としては流れ関数に関する渦度方程式とポアソン方程式を使用した。

つぎに、両式より渦度及び流れ関数を求める方法としては、方程式を直接解く代わりに、渦度及び流れ関数を等角写像により変換された新しい座標系において底面に平行な水平方向に砂漣の波数を基本波数に用いてフーリエ級数展開し、このような渦度及び流れ関数を基本式に導入して、渦度方程式とポアソン方程式をそれぞれ有限差分化した。その上で数値的に渦度と流れ関数を解くことを試みた。この場合、波動場の水平、鉛直方向座標についての空間差分には中央差分を用い、時間発達方向には前進差分を用いて計算を1次元的に進める方法を用いた。また、前述したように、砂漣の規模は表面波に比べて小さいことから境界層外縁流速には近似的に水平振動流を用いることとした。計算の結果については、振動流の各半周期毎に砂漣の下流側に剥離が発生し、それが大きな渦構造となって底面から放出される様子が再現された。さらに、振動流の数周期分の計算を実行し、周期運動状態の下で、無次元化された動粘性係数に対する渦構造の安定、不安定性ならびに定常状態に達したときの様子を調べた。詳細については以下に述べることとする。

2. 計算手法

周期的な波状底面の上を振動している2次元の粘性流を考える。そして、主な式としては、流れ関数に対する渦度方程式、及びポアソン方程式を使用した。境界層外縁の流速 (U^* , V^*) は、時間によって正弦曲線的に変化するとして、

$$U^* = \sigma^* A^* \sin \sigma^* t^*, \quad V^* = 0 \quad (1)$$

ここで、 σ^* は振動数、 t^* は時間である。

新しい座標系を底面の形に適合するように導入すると、

$$\begin{aligned} x^* &= \xi^* - a^* e^{-k^* \eta^*} \sin k^* \xi^* \\ y^* &= \eta^* + a^* e^{-k^* \eta^*} \cos k^* \xi^* \end{aligned} \quad (2)$$

である。ただし、 (x^*, y^*) は、横軸と縦の座標、 k^* は底面の形に対する波数。底面の形は、 $\eta^* = 0$ 線上に写象される。各々の変数を、 k^* と σ^* により無次元化すると、各無次元変数は、

$$\xi = k^* \xi^*, \quad \eta = k^* \eta^*, \quad t = \sigma^* t^* \\ \psi = \frac{k^* z}{\sigma^*} \psi^*, \quad \omega = \frac{\omega^*}{\sigma^*}, \quad \nu = \frac{k^* z}{\sigma^*} \nu^* \quad (3)$$

となる。ただし、 ψ^* は流れ関数、 ω^* は渦度、 ν^* は動粘性係数である。

この時、無次元化された渦度方程式とポアソン方程式はそれぞれ、

$$\omega = J r \{ -\psi_{\eta} \omega_{\xi} + \psi_{\xi} \omega_{\eta} + \nu (\omega_{\xi} \xi + \omega_{\eta} \eta) \} \quad (4)$$

$$\psi_{\xi} \xi + \psi_{\eta} \eta = -J \omega \quad (5)$$

となる。ただし、 J 、 $J r$ は各々ヤコビアンとその逆数で各々次式のように置かれる。

$$J = 1 - 2\varepsilon e^{-\eta} \cos \xi + \varepsilon 2e^{-2\eta}, \quad J r = 1/J, \quad \varepsilon = a^* k^* \quad (6)$$

ここで境界条件は、

$$\eta = 0 \text{ で } \psi = \psi_{\xi} = \psi_{\eta} = 0 \quad (7)$$

$$\eta \rightarrow \infty \text{ で } \psi_{\xi} \rightarrow 0, \quad \psi_{\eta} \rightarrow \alpha \cos t, \quad \omega \rightarrow 0 \quad (8)$$

であたえられる。ただし、 $\alpha = k^* A^*$ である。

以上の関係式に含まれている3つのパラメータ ε , α , ν は、このようにこの問題に対して種々の特徴を表す要素となっている。 ε は底面の地形を特徴づけるものであるが、 ε が一定の時は相似則により、レイノルズ数(Re)と、ストローハル数(S)の2つの無次元量が深く関与することとなる。代表的な長さ、時間、速度は各々、定面形状を表す波形の波長 L^* 、振動流の周期 T^* 及び振動流の振幅 $\sigma^* A^*$ を使用すると、

$$Re = \frac{\sigma^* A^* L^*}{\nu^*} = 2\pi \frac{\alpha}{\nu}, \quad S = \frac{\sigma^* A^* T^*}{\nu^*} = \alpha \quad (9)$$

つぎに、方程式を直接解く代わりに、 ψ と ω に関して、 ξ 軸方向にフーリエ級数展開を行うと、

$$\psi = \sum_m f_m e^{im\xi}, \quad \omega = \sum_m g_m e^{im\xi} \quad (10)$$

式(10)を式(4)と(5)に代入し、さらに有限差分化を行うと、 η 軸に沿った方向の境界値問題となり、これが時間変化にしたがって発達することとなる。ここで、底面近くの細かいメッシュが上層に進むにしたがって粗いメッシュになるような新しい座標系を設定するために、 η を式(11)のように定義する。

$$\eta = \eta(\xi) = \eta_T \frac{e^{b\xi} - 1}{e^b - 1} \quad (11)$$

式(10)と(11)から差分化された渦度方程式及びポアソン方程式は式(12), (13)で与えられる。

ここで、 ξ , η 座標は各々、 $\xi = m \Delta \xi$, $\xi = n \Delta \xi$ である。

$$\frac{\partial \omega_m}{\partial t} = J r \xi_1 \left(-\frac{\partial \omega_m}{\partial \xi} \omega_m^{(im)} + \frac{\partial \omega_m}{\partial \xi} \psi_m^{(im)} \right) \\ + \nu J r \left(-\omega_m^{(m^2)} + \xi_1^2 \frac{\partial^2 \omega_m}{\partial \xi^2} + \xi_2 \frac{\partial \omega_m}{\partial \xi} \right) \quad (12)$$

$$\xi_1^2 \frac{\partial^2 f_m}{\partial \xi^2} + \xi_2 \frac{\partial f_m}{\partial \xi} - m^2 f_m = -H_m \quad (13)$$

とおく。ただし、 $\omega_m = \omega(m \Delta \xi)$, $\psi_m = \psi(m \Delta \xi)$, $m=0 \rightarrow M-1$

$$\omega_m^{(im)} = \sum_m im g_m e^{im\xi} \quad , \quad \xi_1 = \frac{\partial \xi}{\partial \eta} \quad , \quad \xi_2 = \frac{\partial^2 \xi}{\partial \eta^2}$$

$$(J\omega)_m = \sum_m H_m g_m e^{im\xi}$$

である。式(13)の流れ関数における境界条件は

$$\eta = 0 \quad \text{で} \quad f_{m,0} = 0 \quad (14)$$

$$\eta = \eta_T \quad (\xi=1) \quad \text{で} \quad \frac{\partial f_m}{\partial \eta} = \begin{cases} \alpha \sin t & , \quad m=0 \\ 0 & , \quad m \neq 0 \end{cases} \quad (15)$$

上層の境界での渦度は0と仮定し、底面では流れ関数の底面状態に関するThomのスキムを用いる。

$$\xi = 0 \quad \text{で} \quad \omega = -Jr \xi_1^2 \frac{2\psi_{m,1}}{\Delta \xi^2} \quad (16)$$

3. 計算結果

表-1 計算CASEの条件

RUN	M	N	η_T	b	ϵ	α	ν	NT
9	64	32	5	1	0.5	5	0.1	3200
9'	64	32	5	1	0.5	5	0.05	3200
13	64	32	5	3	0.5	5	0.02	8000
13'	64	90	10	3	0.5	5	0.02	8000

計算は境界層外縁の振動流が静止の状態を初期条件として始める。計算を行ったCASEは表-1の通り4種類であり、各CASEの計算条件は、時間間隔 $\Delta t=1/3200$ ~ $1/8000$ 刻み、また、空間差分メッシュは水平方向64ヶ、鉛直方向32ヶと90ヶの2種類である。また各CASEの計算結果を渦度のcontourで示すと図-1~図-4であるが、各図は振動流が1往復する、すなわち1周期間を8等分した8コマで時間

図-1(a)

Run 9 - 1周期目

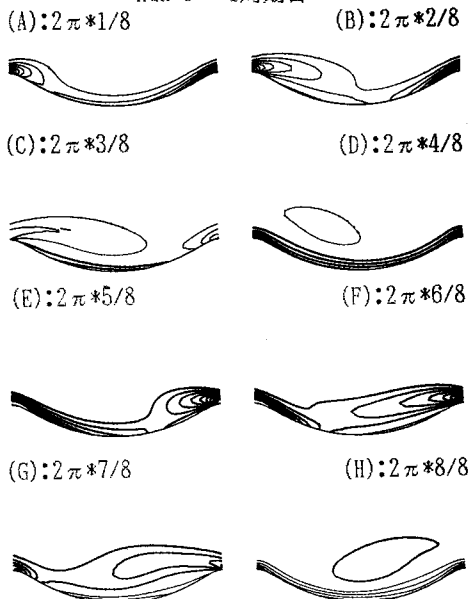
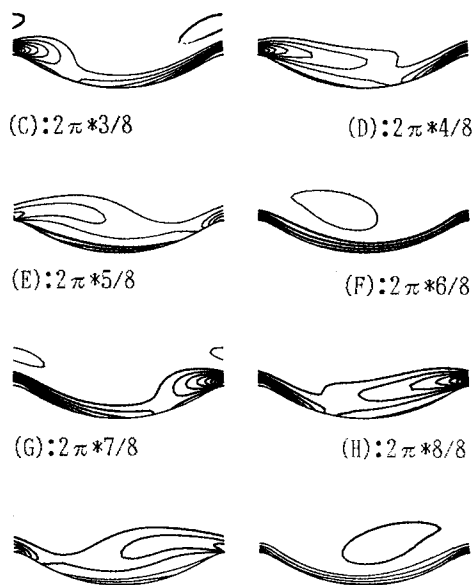


図-1(b)

(A): $2\pi*1/8$ Run 9 - 2周期目 (B): $2\pi*2/8$



経過による渦構造の発達過程を示している。図-1～図-4全体をみると計算結果は底面からの剥離現象をよく再現しているといえる。

図-1(a),(b)はRUN-9の計算条件の下で1周期目と2周期目の渦構造を示したものであり、このような場合はメッシュ間隔および時間間隔を粗く設定しても、短時間で渦構造は定常状態に達し、非常に安定した渦構造を形成すると考えられる。

図-2(a),(b),(c)は、 ν の値を $\nu=0.05$ とし他は図-1と同じ計算条件とした場合で1周期目～4周期目までの結果を示したものである。(ただし3周期目の図は省略)、図より(a)の1周期目より底面において渦生成が活発に起こっているのが分かる。また渦の形の歪みはメッシュの粗さにも関係するが、底面の渦生成による場合の影響が大きい。図-2(b),(c)の2,4周期目においては形成された渦構造が底面から離れて上方へ放出されるのがみられるが、このCASEでは時間が経過してもこのような状態が繰り返され、やはり安定した渦構造の生成が行われるといえる。図-2(d)は、図-2(a)に対応して描いた流れ関数 ψ のcontour(流線)図である。安定した流れと渦の様子を見ることができる。

しかし、図-13'(a),(b),(c)に示すように ν の値が $\nu=0.02$ で小さい場合になると、時間間隔を $\Delta t=1/8000$ に細かくしても、図-13'(a)に見られるように1周期目後半では生成された渦構造は早くも複雑な形となっている。また、2周期目の図-3(b)を見ると、渦構造は底面境界層内の新しい渦の生成過程と強い相互干渉を起こし、さらに歪んだ複雑な渦構造を形成するのが分かる。この場合は渦の生成過程が不安定な状態と考えられるが、この不安定性は時間が経過した図-3(c)の4周期目になると一層増大する。この不安定性の物理的要因は明確ではないが、つぎに試みとして鉛直方向のメッシュ間隔を90%に増してその他はRUN-13'と同じ条件で計算を行った。その結果を図-4(a),(b)に示した。図を見ても分かるようにメッシュ間隔を変えると渦構造に若干の違いが現れるのが分かる。しかし、不安定性は依然として解消されない。

4. 結論

- (1) 渦度方程式とポアソン方程式に差分法を施して数値解析を行った結果、底面近傍に発生する剥離現象と渦構造の生成過程を表現することができた。
- (2) ν の値が大きい $\nu=0.05$ および 0.1 の場合は渦構造及び渦の生成過程は安定し、定常状態に達する時間も短い。しかし、 ν の値が $\nu=0.02$ の小さいときは、振動流の初期から不安定性が現れ、定常状態に達するには相当の計算時間を要することが予想される。また、この不安定性を解消するためには、メッシュ間隔、時間間隔の取り方を検討する必要がある。

参考文献

- 1) Hamanaka and Sato : Separation of oscillating flow over a wavy bed , International Meeting on Hydraulic Transients with Water Column Separation , 1991.
- 2) Blondeaux, P. and Vittori, G. 1991 : Vorticity dynamics in an oscillatory flow over a rippled bed , J. Fluid Mech. vol.226, 257-289

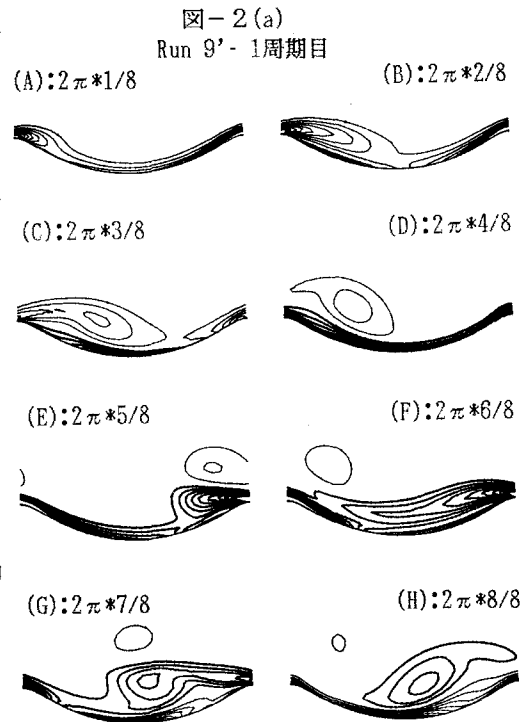
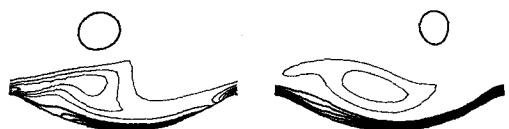


図-2(b)

(A): $2\pi * 1/8$ Run 9' - 2周期目 (B): $2\pi * 2/8$



(C): $2\pi * 3/8$ (D): $2\pi * 4/8$



(E): $2\pi * 5/8$ (F): $2\pi * 6/8$



(G): $2\pi * 7/8$ (H): $2\pi * 8/8$



図-2(c)

Run 9' - 4周期目

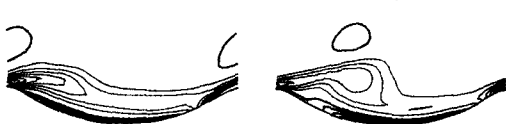
(A): $2\pi * 1/8$ (B): $2\pi * 2/8$



(C): $2\pi * 3/8$ (D): $2\pi * 4/8$



(E): $2\pi * 5/8$ (F): $2\pi * 6/8$



(G): $2\pi * 7/8$ (H): $2\pi * 8/8$



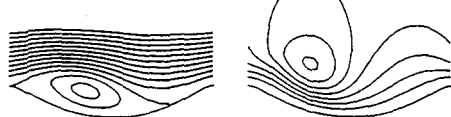
図-2(d)

Run 9' - 流れ関数のcontour

(A): $2\pi * 1/8$ (B): $2\pi * 2/8$



(C): $2\pi * 3/8$ (D): $2\pi * 4/8$



(E): $2\pi * 5/8$ (F): $2\pi * 6/8$



(G): $2\pi * 7/8$ (H): $2\pi * 8/8$

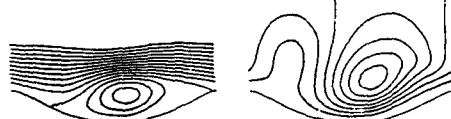


図-3(a)

Run 13' - 1周期目

(A): $2\pi * 1/8$ (B): $2\pi * 2/8$



(C): $2\pi * 3/8$ (D): $2\pi * 4/8$



(E): $2\pi * 5/8$ (F): $2\pi * 6/8$



(G): $2\pi * 7/8$ (H): $2\pi * 8/8$



