

II-51

離散渦法による透過性構造物における
抗力係数に関する研究北海道大学 正員 長谷川和義
北海道大学工学部 学生員 中山恵介

1. はじめに

水流中におかれた物体の抗力係数の推定は、水理構造物の設計にとって決定的に重要であるばかりでなく、流れそのものの変化予測にとってもきわめて大事である。しかし、抗力の発生因が流線の剥離という最も解析困難な現象に基づいているため、数値実験を含めた実験に頼る以外にその正確な推定は難しいのが現状である。とりわけ透過性構造物は流れの一部が内部を通り抜けるという特徴からその複雑さは一層大きなものになっている。内部構造の違いを考慮すると形状の差異は文字どおり千差万別であり、系統的な実験も少数に留まっている。本研究は、剥離層の模擬方法として優れた有用性を発揮する離散渦法によって、透過性構造物の抗力係数を推定しようとするものである。特に発生渦を追跡しつつ相互干渉を確認できるというこの方法の優れた特徴を生かして、流れの前方剥離渦が後方の構造物に及ぼす影響をもたらすかという点に、着目している。この点に透過性構造物を通過する流れの基本的な問題が存在すると考えるからである。しかし、著者らにとって初めての試みでもあり、単純な2列円柱への適用にとどまった。

2. 離散渦法の概要と手法確立

レイノルズ数が比較的高い流れの中に鈍い物体を設置した場合、物体後方に剥離せん断層が形成される。剥離せん断層は渦度によって形成される層なので、これを離散的な渦の配置により表現することができる。この様にして置き換えた離散的な渦の動きをラグランジュ的に追跡することにより、流れを解析する方法が離散渦法である。

離散渦法は、ポテンシャル流が容易に定義できる場合に比較的小規模な計算で流れ場を模擬できるという利点がある。また、ラグランジュ的に離散的な渦の動きを追跡するために、時間的な変化を目で追うことができるという利点もある。しかし、後述する諸点における方法の違いによって精度が大きく左右されるという問題がある。このため高精度のシミュレーションを可能にするための方法について多くの研究がなされてきた。従来の研究で集中的に問題にされてきたことがらは以下の3点にまとめられる。

- 1) 物体における剥離点(渦発生点)の決定
- 2) 渦度の相殺及び消滅
- 3) 渦度の統合

このうち1)は実際の流れに近づけるために剥離点をどの位置に置くか、またその変動をどの様に表現するのか問題であり、2)は各々の微小渦の影響範囲の決定、3)は精度を下げずに計算時間を短縮するかに関する問題である。以下に、本研究における手法について述べる。

2-1) ポテンシャル解

離散渦法は、周辺流の中に離散的に渦を発生させるため、これをあらかじめ与えておく必要がある。ここではポテンシャル流を用いることにする。単独円柱を流れの中に配置した場合解は、周知のように以下の式で表される。ここに W :複素速度ポテンシャル、 $z = x + iy$ 、 x, y :流れ方向に水平、垂直

$$W(z) = \left(z + \frac{r^2}{z} \right) \quad (2-1)$$

2-2) 渦の発生方法

円柱問題で渦発生点の決定が特に重要になる。これに関してはクッタの条件により渦点を導入する方法、Pohlhausenの近似解法により発生点を決め、正弦的に変動させるSarpkaya、Schoaffの方法などがあるが、ここでは、剥離点位置が全く自動的に定まるという特徴を持つChorinの方法を用いることにする。すなわち、ポテンシャル解で与えられる各点速度に規定された渦度を持つ剥離渦が円柱全面から生じることとし、さらにこれらの渦の拡散を模擬して平均値0、分散 $2\nu\Delta t$ ($\nu=0.0102\text{cm}^2/\text{sec}$ 、 $\Delta t=0.002624$)を持つ酔歩運動を与えることにより剥離域を表現する。本研究では渦の発生点数を円柱全面に等間隔に120点とった。この場合に微小渦の渦度は、剥離速度と渦面要素長から以下のように決定される。

$$\Delta\Gamma=U_s\Delta S \quad (2-2)$$

ここに $\Delta\Gamma$: 循環強さ(m^2/s)、 U_s : 剥離速度(m/s)、 ΔS : 渦面要素長(m)

微小渦の導入間隔 Δt は、各々の剥離点における微小渦の剥離速度と渦度から以下の式により決まる。

$$\Delta t = \frac{2\Delta S}{U_s} \quad (2-3)$$

剥離した後の微小渦の動きはポテンシャル流によるものと、渦どうしの影響によるものがある。渦どうしによる誘起速度はビオ・サバールの法則から計算され、以下の式ようになる。

$$u' = \sum_{j \neq i} \frac{\Delta\Gamma_j(y_i - y_j)}{2\pi|r_i - r_j|^2}, \quad v' = -\sum_{j \neq i} \frac{\Delta\Gamma_j(x_i - x_j)}{2\pi|r_i - r_j|^2} \quad (2-4)$$

ここに u' : 誘起速度のx方向成分、 v' : 誘起速度のy方向成分、 $r_i = x_i + iy_i$

これらのことから各タイムステップ Δt ごとの微小渦の位置は1次の微小項まで考慮して以下の式で表される。

$$r(t+\Delta t) = r(t) + (U + U')\Delta t \quad (2-5)$$

2-3) 渦どうしの相殺

一方、単独円柱において発生した微小渦の渦度は円柱の下流 $x/d=4\sim 10$ (d : 円柱直径)において60%程度に減少することが知られている(境界層: 谷一郎編)。そこで、各々の微小渦にある程度の相殺距離を持たせることにより、その範囲に入ってきた異符号を持つ渦どうしを合体させることとし、その範囲内での渦度の減少を60%となるようにする。すなわち、渦の相殺とは異符号の渦を円柱後方において合体させることである。

2-4) 渦どうしの統合

正確なシミュレーションのためには、渦を人為的に統合せず自然な相殺にまかせるのがよいが、微小渦の個数の自乗に比例した時間だけ計算時間がかかるため、同符号の微小渦がある範囲内にある程度集まった段階で一つの渦に置き換えることにする。すなわち、微小渦がある距離まで近付くと、その達した渦の個数を計算機上に記憶させておき、ある個数に達すると一つの渦に統合することにする。以下、統合を行うことを、その位置も含めて『スリットをおく』というように表現する。

2-5) 渦の発生と移動の間隔

計算時間の短縮のためには微小渦の移動時間間隔 $\Delta t'$ を発生時間間隔 Δt に対して大きめにとることが望ましい。しかし、これには限界があるものと考えられるので種々試み、所要の精度を保ちうる最大値を探すことにする。

表-1 計算条件

3. 単独円柱に対する適用結果

透過性構造物に適用する前に、多数の実験がなされその性質のよく知られている単独円柱に適用し、手法の確立を図る。すなわち、直径 $2r=5\text{cm}$ 、一般流流速 $U=100\text{cm}/\text{s}$ 、レイノルズ数 $Re=49000$ 、表-1のような条件による計算を実行し、抗力係数、後流の

No.	微小渦の導入間隔 Δt と渦点の移動間 隔 $\Delta t'$ との比	スリットの位置及びまとめる個数	
		直径の1倍	直径の25倍
CASE.1	3	10	1
CASE.2	3	10	20
CASE.3	6	10	1
CASE.4	6	10	20
CASE.5	3	10	20
CASE.6	3	5	20
CASE.7	6	5	20
CASE.8	3	5	20

形状、ストローハル数によるチェックを行う。

3-1) 渦の状態

図3-1は、スリットを設けなかつた場合におけるシュミレーション結果である。図3-2は、（スリットを設けなかつた場合）case. 6、case. 8におけるシュミレーション結果である。スリットを付けなかつた場合には見事なカルマン渦列が形成され模擬状態は良好であるが、後者の場合にも明確なカルマン渦列の形成がみとれ、後述のような各種の性質が再現されている。

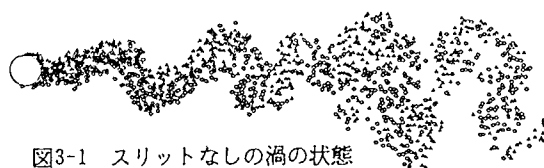


図3-1 スリットなしの渦の状態

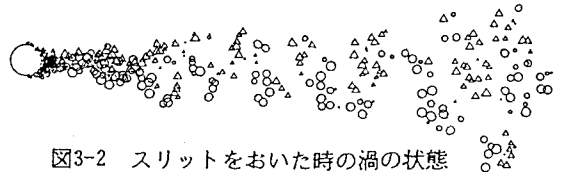


図3-2 スリットをおいた時の渦の状態

3-2) 抗力係数について

単独円柱の抗力係数は、 $Re=10^4 \sim 10^5$ の範囲で1.0という値が知られている。ここでは、これに対するチェックを行う。抗力係数の計算は以下の式による。ただし、後流内圧力は外部圧力と等しいと仮定した。

$$C_D = \frac{2}{AU_z^2} \int u_1 (U_\infty - u_1) dy + \frac{2}{\rho AU_z^2} (P_\infty - P_1) \quad (3-1)$$

ここに $A=2r$ (m)、 u_1 : 後流流速(m/s)、 P_1 : 後流圧力(t/m^2)

図3-3、図3-4はそれぞれ相殺効果を考慮せず円柱後方 $x/d=4 \sim 10$ における渦度を減少させなかつた場合、およびそれを考慮し渦度を60%にまで減少させた場合の結果を示すものである。両者を比較すると、後者の抗力係数がより1.0近傍に集まっている。このことから、相殺効果を取り入れることの有意性が認められる。

次に、移動時間間隔 $\Delta t'$ について調べてみる。発生の時間間隔 Δt と移動の時間間隔 $\Delta t'$ の比を6としたcase. 7においては、抗力係数が一定の値に近付かざらばつきが大きい。これは、物体から離れるにつれて後流の最大値が小さくなり、抗力係数が一定値に近付くという実測で知られた事実から外れている。そのため、発生の時間間隔 Δt と移動の時間間隔 $\Delta t'$ の比はあまり大きくはできず、3程度に取るのが良いことが分かる。以下この比を3として用いることにする。

残りは、図3-4のcase. 5とcase. 6の比較である。これは最初のスリットによる渦の統合の個数を5個にするか10個にするかの違いである。抗力係数の変動の大きさはcase. 6の方が小さくなっている。さらに、この紙上には載せていないが、後流分布についてもcase. 6の方が理論値とよく一致している。そこで、最初のスリットにおける渦の統合数は5個とする。

以上の条件でシュミレーションを行い定常状態に達したと思われる1.732秒から3.306までの速度分布を平均し、抗力係数を計算すると図3-5となる。

3-3) 後流の形状

微小渦の集まりから円柱後方における速度欠損を計算するために、微小渦一つ一つに次頁の式のような速度分布を与える。

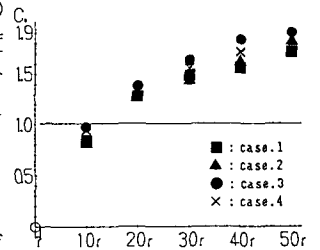


図3-3 相殺を行わなかつた場合の抗力係数

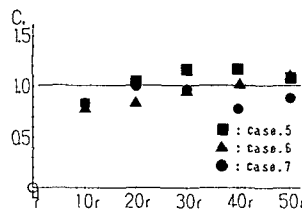


図3-4 相殺を行った場合の抗力係数

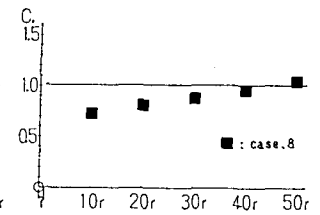


図3-5 採用した条件による抗力係数

$$\begin{aligned} v_s &= \frac{\Delta \Gamma}{r} & (r \geq r_0) \\ v_s &= \frac{\Delta \Gamma}{r_0} & (r < r_0) \end{aligned} \quad (3-2)$$

図3-5のシュミレーション結果の速度分布を表示したものが図3-6である。図中の円柱中心から後方に描かれた実線は、H. Schlichtingの理論式から導かれた後流幅（(3-3)式）である。この理論曲線と離散渦法による後流幅を比較すると後者の方が多少広がっていることが分かる。これは、次のような二つの原因が考えられる。第一は、揺らぎの周期が大きく、データがたまたま揺らぎが下方にきたときの状態で採られたと考えられることである。第二は、微小渦による誘起速度を計算するにあたり、上方の渦の誘起速度を計算した後に下方の誘起速度を計算をした影響である。図において後流が下方によっているのは第二番目の原因によるものと思われる。これらに関しては今後とも検討を加えたい。

$$b = \sqrt{10} \beta (x C_D d)^{\frac{1}{2}} \quad (3-3)$$

$\beta = 0.18$

後流分布形状を、H. Schlichtingの理論分布（(3-4)式）と比較したものが図3-7である。本方法による後流形状は、理論によるものとよく一致している。これらのことから、後流の再現性は良好なものと判断される。

$$\frac{u}{u_{max}} = \left\{ 1 - \left(\frac{y}{b} \right)^{\frac{3}{2}} \right\}^2 \quad (3-4)$$

ただし b : 図から求めた後流幅

3-4) ストローハル数

カルマン渦列の発生周期を同一のシュミレーション結果の間で観察し、ストローハル数を求めた結果、図3-8に示す値になった。すなわち $St = 0.206$ であり実際に知られている $St = 0.20$ と非常によく一致している。これは、本手法が実際の流れをよく近似していることを示すものといえる。

3-5) 剥離点

よどみ点から剥離点までの角度は、データを採取した同一のシュミレーション結果200回の間において、円柱上方で平均143.57度、偏差9.23度、円柱下方で平均116.74度、偏差16.86度であった。シュミレーションに用いた条件（外部流速1.0m/sec、円柱直径0.05m）における Re 数は約49000であるが、これに対応する実験での剥離角は約130度であり（機械便覧）この点でも本方法の妥当性が確認できる。

4. 流れに並列な2円柱周りの流れへの適用

透過性構造物のもっとも単純な例として、2円柱が並列に並んだ場合について本方法を適用し、検討を行う。

4-1) 適用条件

複数円柱を並べたときに、第一に問題となる点は剥離速度の決定である。はじめに2円柱によって変形を

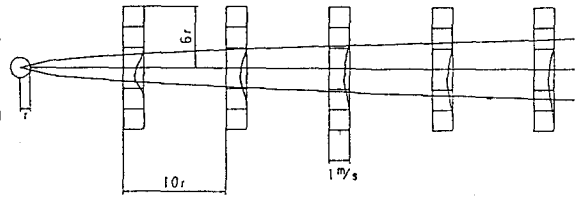


図3-6 渦の影響を考慮した速度分布と後流幅の比較

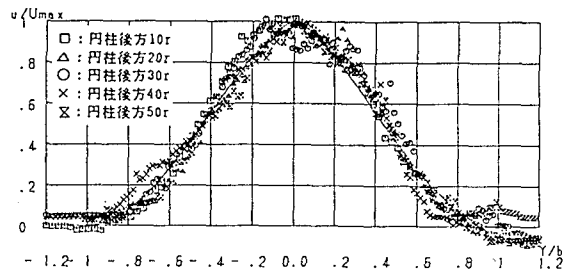


図3-7 後流分布形状の理論値と実測値

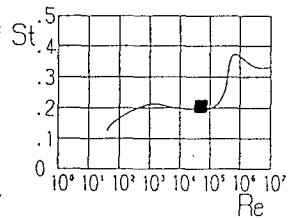


図3-8 レイノルズ数とストローハル数の関係

受けたポテンシャル解のみによって剥離速度の変化を近似できるものとし、他方の円柱から発生する渦による影響はないものとしてシュミレーションを行ったが、後流の分布形状及び抗力係数の値でみる限り微小渦の相互干渉を認めた場合と比較して良い結果を示さなかった。そこで全ての微小渦の相互干渉を認めることに決定した。

ところで、二つの円柱が並んだときに、その間隔／直径比 l/d （ l ：円柱中心間隔）の違いで流れに二価性の生ずる双安定という興味深い現象の生ずることが、Quadglieg, von, H等の研究者により知られている。本シュミレーションでは最も興味深い双安定の生じる条件 $l/d=2.6$ で計算を実行することとした。

4-2) 渦の状態及び速度欠損

並列に円柱を並べた場合の渦の状態を図4-1に示す。単独円柱によるものと比較すると、円柱後方における吸い込みの強いことが分かる。並列円柱の内側の剥離は片側の剥離が起こり始めると他方で剥離しなくなり、その剥離速度が大きくなると他方で剥離が生じ始めるとともにはじめに生じていた剥離が消滅するという現象が現れた。これは、微小渦が剥離速度に及ぼす影響を考慮してはじめて現れたものであり双安定と密接に関連した現象のように考えられる。

また、図4-2から距離が十分にはなれると2円柱としての性質はなくなり、一つの物体を置いた場合と変わらなくなることが分かる。後流の形状も単独円柱と良く似てはつきりとした形を示している。

4-3) 抗力係数

Quadkleg, von, Hの実験によれば、並列円柱の中心間隔が $2.6d$ 程度になると図4-3の実線で示すように抗力係数が 1.16 と 0.96 の二通りの値を示す（二価性）。本シュミレーションによる抗力係数（図中■で示す）は、外部圧力と後流の圧力の差がなくなる円柱後方から十分はなれた点で約 0.9 となっている。これは双安定に置ける抗力係数の低い方の値 0.96 に近い。シュミレーションの繰り返しによって高い方の値が現れるか否かは非常に興味深い点であるが、計算費用の関係で確認できていない。

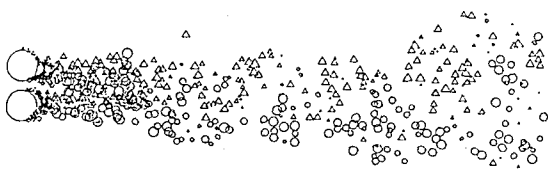


図4-1 流れに並列な円柱における渦の状態

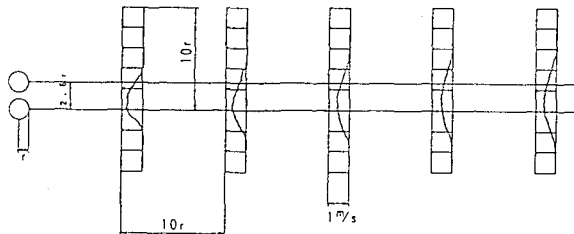


図4-2 渦の影響を考慮した速度分布

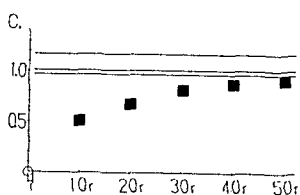


図4-3 並列円柱の抗力係数

5. 流れに直列な円柱への適用

5-1) 適用条件

直列円柱の場合、前柱の影響が直接後柱に及ぶので、とりわけポテンシャル解のみによって剥離速度を与えることはできない。剥離速度が変化を受けるのは流れの後方に置かれた円柱なので、前方の円柱から生じる微小渦の影響を加味して後方円柱の剥離速度を決定する。本シュミレーションでは、生じた全ての微小渦が後方の円柱に影響を与えるものとした。円柱間隔は、直列円柱において双安定が起こる条件 $l/d=3.5$ を用いることにし、計算を実行した。

5-2) 渦の状態及び速度欠損

図5-1に示すように単独円柱とくらべてカルマン渦列が顕著に現れず、後方円柱からある程度離れるまで平行な渦列が蛇行しながら続いてい

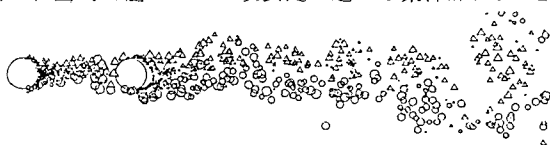


図5-1 流れに直列な円柱における渦の状態

る。後方円柱の剥離は、一度ある位置から発生するとその後変動しにくく、一定位置に落ち着いている。こうした発生剥離点の違いにより、二価性が現れるのかも知れない。後方円柱に置ける吸い込みは単独円柱によるものより大きい。ため、前方から生じた渦の減少が激しく、二円柱から離れた場所に置いては後方円柱から生じた渦が大部分を占めている。

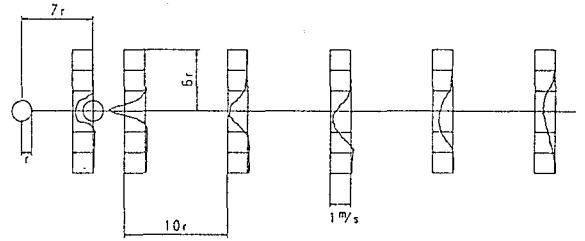


図5-2 渦の影響を考慮した速度分布

図5-2に見られるように速度の欠損は単独円柱や並列二円柱と比べ大きい、後流幅は比較的狭いことが分かる。このことから安定した渦列の生じていることが分かる。

5-3) 抗力係数

有江等の実験で得られた抗力係数は、図5-3に見られるように、 $1/d=3.5$ では前方円柱において0.9~1.25(上側斜線域)、後方円柱において-0.05~0.35(下側斜線域)となっている。また、単独円柱の抗力係数は1.2となっている。ただし、この実験に置ける抗力係数は円柱周りの圧力分布により求められている。

本シミュレーションにおける後方円柱に抗力係数の算定は、単独円柱について既に1.0という値を得ているので、前方円柱における抗力係数が1.0となるものとして扱うのが妥当であろう。すなわち、前方円柱の後では、速度欠損と共に圧力低下も生じている。両者を加えた場合の抗力係数が1.0になるように低下圧力を求め、これを後方円柱の抗力に加える必要がある。図5-3の上側の印は圧力を考慮せず求めたものなので、0.436だけ抗力係数を減少させているものとする。この結果が、図中の下側のであり図斜線域にほぼ入っている。後方円柱のより正しい抗力係数は、外部圧力と後流圧力が等しくなる円柱から最も離れた50rの域の抗力係数0.885に基づいて計算するべきであり、この場合に0.449となる。以上の結果より前方の剥離渦の影響を受けた後方剥離についても本論文の方法で再現しうることが分かる。

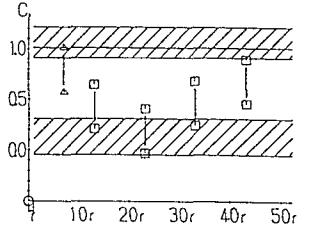


図5-3 直列円柱の抗力係数

6. まとめ

剥離点が定まりにくい円柱の流れについて離散渦法を適用し、①Chorin法による渦発生、②発生渦の40%相殺、③スリットによる統合、④移動時間ステップ/発生渦時間ステップ=3によって、良好なシミュレーションが可能になることを明らかにした。ついで、並列及び直列2円柱に対して適用を試み発生微小渦への周辺渦の干渉を考慮した場合に、双安定条件下の C_D 値が推測できることを示した。これらの方法は、より複雑な透過構造物へ適用することが可能であり、内部流れの解明と共に推し進めたいと考える。

【謝辞】

鹿島財団研究助成「治水安全度向上及び水辺環境改善工法としての水制の機能に関する研究」による援助を受けている。記して関係機関・関係者の方々に感謝の意を表します。

【参考文献】

- 1) 流体力学の進歩境界層、谷一郎編、丸善株式会社、1984
- 2) 流れの数値シミュレーション、日本機会学会、コロナ社、1986
- 3) 流体力学ハンドブック、日本流体力学会、丸善株式会社、コロナ社、1987
- 4) Schlichting, H.: Boundary-Layer Theory (Sixth Ed.)
- 5) 流体力学、日野幹夫著、朝倉書店、1990
- 6) Sarpkaya, T., Schoaff, R. L. 1979. Inviscid model of two-dimensional vortex shedding by a circular cylinder. AIAA Journal 17:1793-200
- 7) Chorin, A. J. 1973 Numerical study of slightly viscous fluid. J. Fluid Mech. 57:785-96
- 8) Quadflieg, von H. (1977). Wirbelinduzierte Belastungen eines Zylinderpaares in inkompressibler Stromung bei gro ßen Reynoldszahlen. Forsch. Ing.-Wes. 43, pp. 9-18
- 9) 森谷 優、坂本弘志、木谷 勝、有江 幹男(1983)、直列2円柱に作用する変動圧力および流体力、日本機会学会論文集B、49, pp. 1364-1371