

II-49

多孔質体の間隙のネットワークモデルを用いた二層流れの解析

北海道大学 正 員 藤田 睦博
北海道大学工学部 学生員 志賀 淳

1、はじめに

汚濁物質による地下水汚染あるいは降雨流出場における土中の旧水と新水の移動を解析しようとする多孔隙体内における二層流れ解析が必要になる。ここで採用したモデルは、原油の三次産出プロセスにおけるヒューストン大学のA.C.Payatakes らを中心に研究されているモデルで、P.P.T.モデルと言われているものである。多孔隙体の間隙をネットワークモデルに置換し、流れを層流としている。性質の異なる二つの流体として、水と石油を扱った。実験と比較するために石油で満たされた多孔隙体に、上部から水が侵入する場合について解析した。

2、モデルの説明

まず、以後の説明のために用語の定義について述べる。土中の粒子層の空間を占める大きな空洞を孔と呼び、粒子層をこの孔の配列であるとみなす。さらに、その孔はコンストリクションと呼ばれる狭くくびれた経路で隣接する孔と結び付いていると考える。実際の土層では経路の配列も複雑で、コンストリクションの形状も任意であるが、ここでは軸対称なくびれた形状を仮定する。この狭くくびれたコンストリクションと、二つの半分の孔から構成される部分を、図-1に示したが、以後この部分を単位セルと呼ぶこととする。図のaは、この単位セルの最大径であり、 d_c は、最小径（コンストリクション径）、hは、単位セル長さ（周期長）を表わしている。さらに、大きな土粒子に隣接するコンストリクションは、大きな径を持つ考えられるので、次式を仮定している。

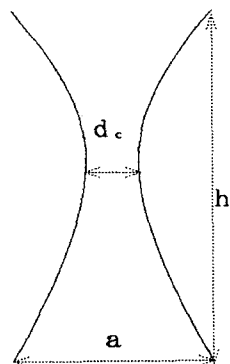


図-1 単位セルの形状

$$a = c_1 d_c \quad (1) \quad h = c_2 d_c \quad (2)$$

ここで、 c_1 、 c_2 は、後で決定される定数で、 d_c は、ある確率分布に従っている。その値は、飽和度と、サクシヨンの実験データより次の様に求める。 $P_s (= \rho g h_s)$ と、 d_c の関係は、次式により与えられる。

$$d_c = 4 \gamma_{12} \cos \theta / P_s \quad (3)$$

γ_{12} は、水と空気の界面張力であり、 θ は、接触角を表わす。ここで、 $\theta \approx 0$ と見なせるので、

$$d_c = 4 \gamma_{12} / P_s \quad (4)$$

と、表わすことが出来る。このとき、飽和度Sは、 d_c の存在比を表わしている。この関係を明確にするため、例として平均粒径0.43mmのガラスビーズについての上記の関係を図-2に示す。さらに、間隙体積の釣り合いと、単位セルの高さが平均的には粒子径にほぼ等しいという仮定により、球形粒子で c_1 、 c_2 は、次式により求める。

$$c_1 = \left[\frac{\varepsilon (1 - S_{w1}) \langle d_g^3 \rangle}{(1 - \varepsilon) \langle d_c^3 \rangle} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (5) \quad c_2 = \frac{\langle d_g \rangle}{\langle d_c \rangle} \quad (6)$$

(5) (6)式において、 $\langle d_g \rangle$ は平均粒径、 $\langle d_c \rangle$ はコンストリクション径、 ε は間隙比、 S_{w1} は流動に関与せず保た

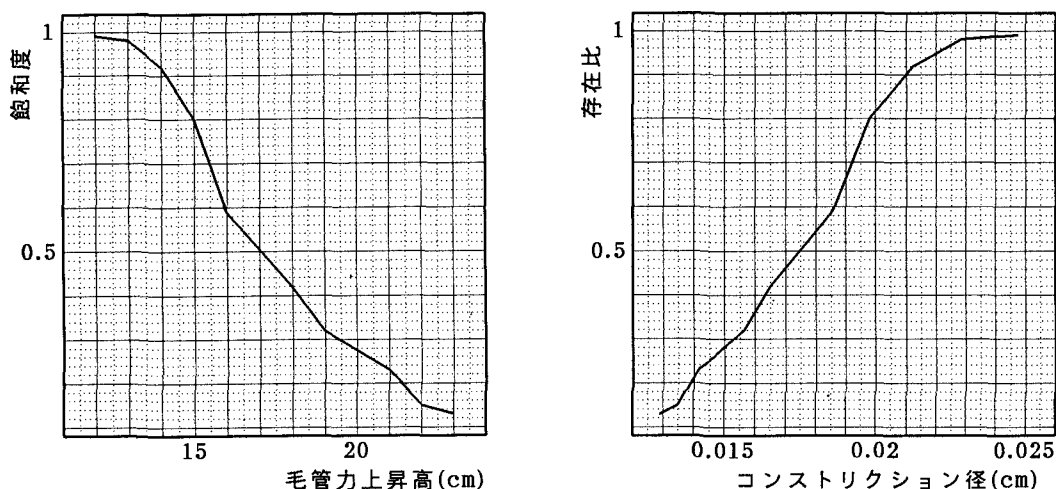


図-2 0.43mm径ガラスビーズの毛管上昇高と飽和度および

コンストリクション径と存在比の関係への変換

れる飽和度を示す。このモデルは、以上で述べたような単位セルによりネットワークを構成し、粒子中の流動を解析しようとするものである。ここで新たに、1つの孔と4つの単位セルの半分から成るにより構成される空間を、単位間隙空間と呼ぶ。単位セルを格子状に配置することによりさらに間隙率等との釣り合を考える必要がある。その結果修正された単位セルの長さを h' ($< h$) とすると、 c_3 を定数として、

$$h' = c_2 c_3 d_c \quad (7)$$

単位セルの壁面型は、次のように仮定する。そのときのコンストリクションの最大径 a' は、次式のようになる。

$$a' = \{(c_1 + 1) - (c_1 - 1)\cos(\pi c_3)\} d/2 \quad (8)$$

また、定数 c_3 は、間隙体積との釣り合いにより以下のようになる。

$$c_2(c_1 + 1)^2 \pi c_3 - 2c_2(c_1^2 - 1) \sin \pi c_3 + c_2(c_1 - 1)^2 (\pi c_3 + \sin \pi c_3 \cos \pi c_3) / 2 = 16 \pi c_1^3 / 3 n_c \quad (9)$$

上式の n_c は単位間隙空間が持つコンストリクションの数で、4から6の値をとり得る。Melrose(1965)らは、単一球形の層には、立方モデルが適当であるとした。以上により、ほぼモデルを定義できる。

3. 流れの解析

(1) 概要

ここで考えるようにびれた管路における層流については、すでに研究例が発表されている。まず、一層流れにおいては、単位セルに沿っての圧力降下を ΔP_{uc} 、流量を q_{uc} とすると、次式が得られる。

$$q_{uc} = \frac{\pi c_2 d^3}{4 \mu (-\Delta P_1^*)} \Delta P_{uc} \quad (10)$$

ここで、 ΔP_1^* は、レイノルズ数が1の時、単位セルに沿っての圧力降下を表わした無次元圧力量である。さらに二層流れにおいては、単位セル入り口から界面存在位置までの距離を z とすると、圧力勾配は流量で表現できる。

$$-\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{8\mu}{\pi (r_w(z))^4} q_{uc} \quad (11)$$

上式を積分して単位セル中の2点間の圧力差を求めると、次のようになる。

$$\Delta P(z_1, z_2) = \frac{2^{10} \mu c_2}{\pi d^3 (c_1 + 1)} \Psi(z_1, z_2) q_{uc} \quad (12)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \Psi(z_1, z_2) = & \frac{b}{3(1-b^2)} \left[\frac{\sin x}{(1-b \sin x)^3} \right]_{x(z_1)}^{x(z_2)} + \frac{5b}{6(1-b^2)^2} \left[\frac{\sin x}{(1-b \sin x)^2} \right]_{x(z_1)}^{x(z_2)} \\ & + \frac{b(11+4b^2)}{6(1-b^2)^3} \left[\frac{\sin x}{(1-b \sin x)} \right]_{x(z_1)}^{x(z_2)} + \frac{2+3b^2}{(1-b^2)^{7/2}} \tan^{-1} \left[\frac{(1-b^2)^{1/2} \tan(x/2)}{1-b} \right]_{x(z_1)}^{x(z_2)} \end{aligned} \quad (13)$$

さらに、

$$b = (c_1 - 1) / (c_1 + 1) \quad (14) \quad x = 2\pi z / c_2 d \quad (15)$$

(13) (14) (15) 式より、後で利用するコンダクタンス $G(z_1)$ を、次のように定義する。

$$G(z_1) = \frac{2^{10} \mu c_2}{\pi^2 d^3 (c_1 + 1)^4} \Psi\left(-\frac{h'}{2}, z_1\right) + \kappa \Psi\left(z_1, \frac{h'}{2}\right) \quad (16)$$

さらに、界面による圧力降下は、次式による。

$$\Delta P_1(z_1) = 2 \sigma_{ow} \cos \beta / r_w(z_1) \quad (17)$$

ここでの、 θ は接触角であり

$$\cos \beta = (\cos \theta + \sin \theta \tan \alpha) / (1 + \tan^2 \alpha)^{1/2} \quad (19)$$

$$\tan \alpha = d(r(z)) / dz = \pi (c_1 - 1) \sin(2\pi z / c_2 d) / 2 c_2 \quad (20)$$

以上より、単位セルの総数が N_b 、それを結び付ける孔の総数（単位セルの接点数）が N_p のネットワークについては、以下のような行列を用いて計算する。まず、どの接点にどの単位セルが結び付いているかを表わすものを、 $A(N_b, N_p)$ とする。 A は、孔に、仮定する正方向から結び付いているか、逆方向から結び付いているかで、1、または -1 の値を選択し、結び付いていなければ、0 である。セルの伝導性を表わす行列 $G(N_b, N_b)$ は、先に上げたコンダクタンスにより定義されるもので、対角要素のみがその値を持つ対角行列である。さらに、界面張力による圧力降下を表わす $V_s(N_b)$ （境界上のセルにおいては境界圧力を加える。）を用いて、

$$Q_s = A G V_s \quad (21)$$

ここで、アドミッタンス $Y(N_p, N_p)$ を、次のように定義する。 y_{kk} （対角要素）は、その接点と結び付く単位セルのコンダクタンスの合計であり $y_{km} (= y_{mk})$ は、接点 k と m を結び付けるセルのコンダクタンスの負の値である。それぞれの接点における圧力を $P(N_p)$ とすると、 P は次の式を解くことにより求められる。

$$Y P = Q_s \quad (22)$$

よってセル正方向にそっての圧力降下 V_b は、

$$V_b = A^T P \quad (23)$$

以上より、各セルに於ける流量を $Q(N_p)$ とすると、次式のようなになる。

$$Q = G(V_b - V_p) \quad (24)$$

(2) 界面の動き

ここで、単位セルを Z 軸方向に等分割し 10 区画にわけたものを考える。有界面のセルに於ける流量 Q によりそれぞれ界面が 1 区画動くのに要する時間 Δt_1 を決める。そして、その中で最小時間増加 Δt を、ネットワーク全体の時間増加とし、界面を進める。以上を繰り返すことにより、流動を捉えることが出来る。

3、解析とその結果

計算は石油で飽和された平均粒径 0.43mm のガラスビーズ中に上部から水が浸透していく想定のもとにおこ

なった。図-3に示すように、上部に深さ10cmの水を与え、境界は不透水壁で覆われているものとし、二次元的な流れを解析する。計算に必要なパラメータ値を表-1に示す。計算では、計算機の容量の関係で、 $N_b=49$ 、 $N_p=20$ とするネットワークを構築したが、これは実スケールで図-4に示すようなおよそ2mm x 1.6mmの極めて小さな領域を対象としていることになる。図-5は、計算結果を示している。斜線部が水の侵入した単位間隙空間を表わしている。時間の経過とともに、水が石油の中に侵入する様子を示している。1.5秒以後では計算上変化が無く、ここで計算を打ち切った。実際の粒子で考えると、表層から約2個の粒子分の距離しか水が侵入していないことになる。このとき、一つの界面を持つセル内において、浮かび上がろうとする石油と沈み込もうとする水が釣合って、その場で界面が振動しており、これ以上に水の侵入が生起していない。一方、この数値解析とは別に実験を行なった。図-7に示すように、高さ30cm、幅20cm、奥行き6cmのアクリルケースにガラスビーズ(0.4mm径)を詰めて(深さ20cmまで)、その上部にhead10cmの水を与えた。実験によると水と油が入れ替わるのに数日を要することがわかった。現象に進行が極めて遅く図-5に示す計算結果と符合している。また、図-6に示すように、上部の一部分だけにheadを与え、油が空気と接する部分を作ると、前者に比べて水と油の移動はかなり速く数本の水みちを通して1分程度で最下部に到達した。

4、まとめ

ネットワーク構造が極めて小さく、境界条件が大きく効きすぎることが考えられるが、もう一つ考慮しなければならない点がある。それは、セル中において、油と水が作る界面の形状である。今回の解析においては、必ず水と油が、互いの経路を塞ぐように、セルの軸に対して、垂直な面を作るものとしたが、実際の現象においては、常にそうなるとは限らない。この点については、まだ未解決の問題が残されている。今後、詳しい考察並びに研究をする必要があろう。

参考文献)

- 1) Madalena M. Dias and Alkiviades C. Payatakes "Network Models for two-phase flow in porous media Part 1. Immiscible microdisplacement of non-wetting fluids", J. Fluid Mech. (1986), vol. 164, pp. 305-336
- 2) Madalena M. Dias and Alkiviades C. payatakes "Network models for two-phase flow in porous media Part 2. Motion of oil ganglia", J. fluid Mech. (1986), vol. 164, pp. 337-358

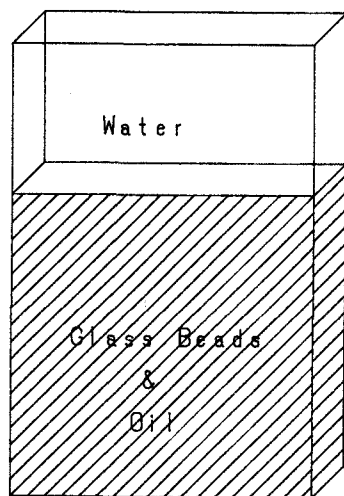


図-3 実験容器概略(a)

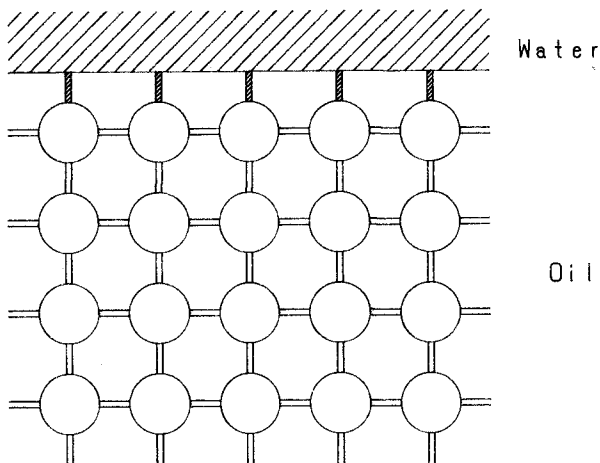


図-4 数値解析モデル

図-5 数値計算結果

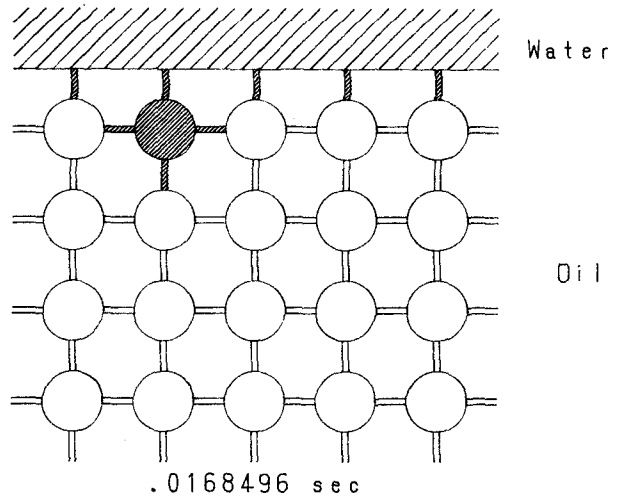


表-1 0.43mm径ガラスビーズにおける

パラメーター

平均コンストリクション径

$d_c: 0.176 \text{ (cm)}$

$c_1: 2.244$

$c_2: 2.667$

$c_3: 0.2844$

単位体積当たりのコンストリクション数

$N_c: 435.78$

コンストリクション最大径
(平均粒径)

$a: 0.395 \text{ (cm)}$

周期長 (コンストリクション長さ)

$h: 0.0493 \text{ (cm)}$

修正後の周期長

$h': 0.356 \text{ (cm)}$

$P_1^*: -99.097$

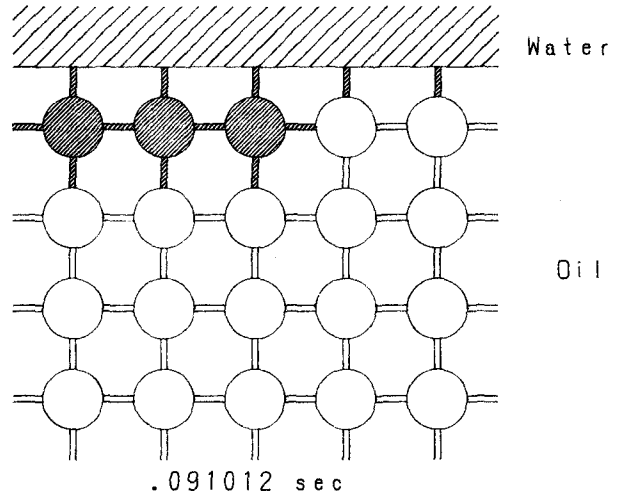
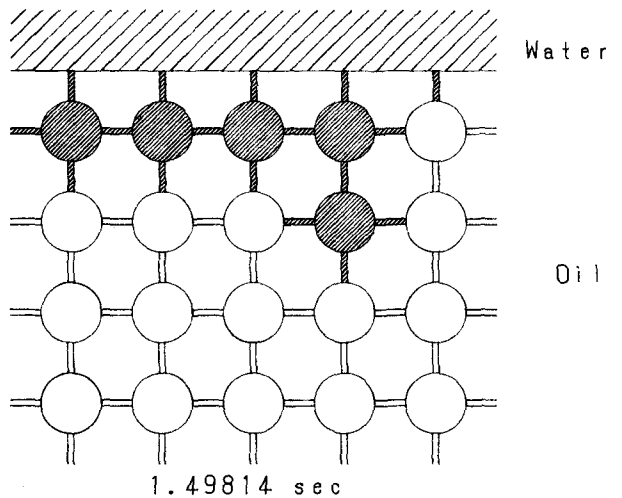
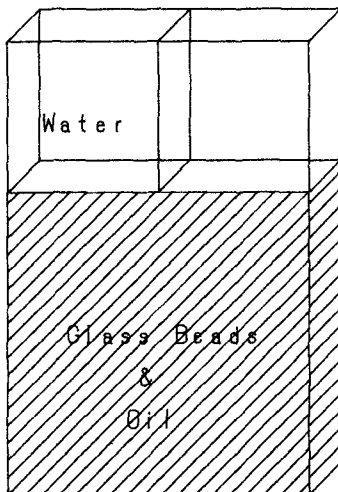


図-6 実験容器概略(b)



- 3) Alkiviades c. Payatekes Chi Tien and Raffi M. Turian "A New Model for Granular Porous Media",
AIChE Journal (1973), vol. 19, no. 1, pp. 58-76
- 4) A. C. Payatakes and Mariano A. Neira "Model of the Constricted Unit Cell Type for Isotropic
Granular Porous Media", AIChE Journal (1979), vol. 23, no. 6, pp. 922-930
- 5) K. M. NG and A. C. Payatakes "Stochastic Simulation of the Motion, Breakup and Stranding of Oil Ganglia in Water-Wet Granular Porous Media During Immiscible Displacement" AIChE. Journal, VOL. 26, NO. 3, PP. 419-429 (1980)
- 6) A. C. Payatakes K. M. NG and R. W. Flumerfelt "Oil Ganglion Dynamics During Immiscible Displacement : model Formulation", AIChE Journal, vol. 26, no. 3 pp. 430-442
- 7) Richard Chandler, Joel Koplik, Kenneth Lerman and Jorge F. Willemsen "Capillary displacement and percolation in porous media", J. fluid Mech. (1982), vol. 119, pp. 249-267
- 8) Mariano A. Neira and Alkiviades C. Payatakes "Collocation Solution of Creeping Newtonian Flow Through Sinusoidal Tubes", AIChE Journal, Vol. 25, No. 4, pp. 725-730
- 9) 小野 周 著 "物理学 One point 9 表面張力" 共立出版