

II-28

複断面水路の低水河岸のせん断力の評価

北海道大学工学部 学生員 鷺尾 亨
北海道大学工学部 正 員 黒木 幹男
北海道大学工学部 正 員 板倉 忠興

1. はじめに

自然状態の河川では、流水の作用により河岸の侵食とこれに伴う堆積により、流路の変動を繰り返してきた。わが国の河川で、堤防や護岸の建設によりこのような流路変動を極力抑える努力が続けられているが、今だに自然河岸のまま放置されている所も少なくない。また、最近は自然に近い河川改修が指向され、出水時の河岸近傍の力、河岸侵食の評価の必要性が増大している。

本研究では、河岸侵食の簡便な評価を実現するため、複断面水路の底面せん断力について、これまでに提案されている幾つかの方法を比較検討した。また、河岸侵食の数値計算法の安定条件について検討を行った。

2. せん断力の評価法の比較

開水路の底面せん断力を評価する方法はこれまでも数多く提案されているが、簡便で、複雑な断面形状にも対応できて、なおかつ精度もそれなりに高いものとなると沢山あるわけではない。

後に河岸侵食の評価に使うことを前提に、縦断方向に一樣な場で水深平均流を対象にした評価法の比較検討を行なうことにする。ここでは、Shiono, Knightにより提案された平均流速から求める方法と、沢井・芦田により提案された断面分割法に基づく方法を取り上げる。

1) Shiono, Knightによる算定方法

Shiono, Knightらは、平坦床と直線的に傾斜した側岸とで構成される水路の平均流速を求める方法を提案している。図-1の領域Aの水深平均流速Uの横断方向分布は次式で与えられる。

$$U = \left[A_1 e^{ry} + A_2 e^{-ry} + \frac{8gS_0H}{f} \right]^{1/2} \quad (1)$$

ここに、 $r = \left(\frac{2}{\lambda} \right)^{1/2} \left(\frac{f}{8} \right)^{1/4} \frac{1}{H}$ 、 f ：損失摩擦係数、

S_0 ：エネルギー勾配

又、領域Bの流速分布は、次式で与えられる。

$$U = [A_3 Y^{\alpha 1} + A_4 Y^{-\alpha 2} + \omega Y]^{1/2} \quad (2)$$

ここに、 $Y(y) = H - \frac{y}{S}$ 、 $\alpha 1 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{S\sqrt{1+S^2}}{\lambda} \sqrt{8f} \right)^{1/2}$

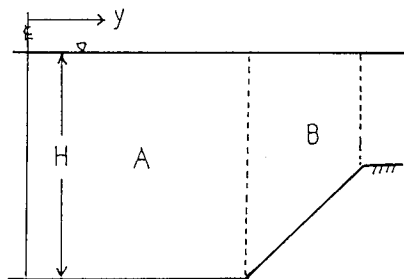


図-1 水路の横断面図

$$\alpha 2 = +\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{s\sqrt{1+s^2}}{\lambda} \sqrt{8f} \right)^{1/2}, \quad \omega = \frac{g S_0}{\frac{\sqrt{1+s^2}}{s} \frac{f}{8} - \frac{\lambda}{s^2} \sqrt{\frac{f}{8}}}$$

$$\lambda = \frac{\varepsilon}{H} \frac{1}{U_*}, \quad \varepsilon: \text{横断方向の渦動粘度係数}$$

流速分布が与えられると、河床せん断力 τ は、次式で与えられる。

$$\tau = \frac{f}{8} \rho U^2 \quad (3)$$

2) 澤井らによる算定方法

流速分布を求めることなく河床せん断力を求める最も簡単な方法は、次式による評価であろう。

$$\tau = \rho g h S_0 \cos \theta \quad (4)$$

ここに、 h : その地点の鉛直に測った水深、 S_0 : エネルギー勾配、 θ : 境界面の横断勾配角

ここ方法では、鉛直分割面に働く流体間のせん断力を無視しているが、実際には横断方向の流速差に基づくせん断力が働くため、式(4)は必ずしも適切ではない。

澤井、芦田は断面分割法に基づいて河床せん断力を求める方法を提案しており、次式で与えられる。

$$\tau = \rho g h S_0 \cos \theta \left[1 + \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} h \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right] \quad (5)$$

3) 両方法の比較

図-2. aの断面形を対象に、上の2方法で底面せん断力を計算すると、図-2. bのようになる。ただし、Shiono, Knightの式では ε の評価が必要であり、 $\lambda = 0.1$ とした。また、沢井の方法では、河床横断勾配の急変点では計算が不安定になるので、図-2. aの勾配変化点には緩和曲線を挿入した。

実線がShiono, Knightの式で、点線が沢井による方法である。両者はほとんど同じであり、解析解には前者が数値解には後者が適している。

3. 河岸侵食の数値計算の安定条件

1) 河岸侵食の評価式

河道の横断面形状が与えられ横断方向のせん断力分布が計算出来ると、河岸侵食量の評価が可能になる。横断面形状の時間的な変化は、次の流砂の連続式を用いて評価される。

$$\frac{\partial z}{\partial t} - \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_{py}}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

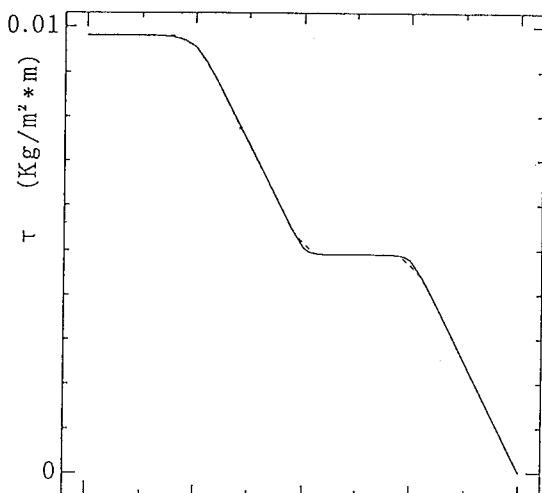


図-2. b せん断力分布

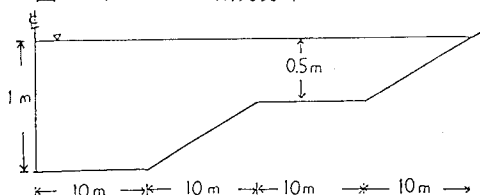


図-2. a 断面形

ここに、 z ：中央を基準としたときの河床高、 q_{py} ：横断方向流砂量、 λ ：空隙率

ここでは、簡単のため非粘着材料で、単粒径の場合を対象にする。安藤らによれば、側岸部における横断方向流砂量 q_{py} は次式のように与えられる。

$$q_{py}^* = \frac{q_{py}}{\sqrt{sgd^3}} = q_B^* \tan r \quad (7)$$

$$\text{ここに、} q_B^* = \frac{q_B}{\sqrt{sgd^3}} = B(\tau_* - \tau_{cs}^*)^{1.5}、$$

$$\tan r = \frac{\tan \theta}{\mu_s} \sqrt{\frac{\mu_s \tau_{cs}^*}{\mu_k \tau_*}}、$$

$$\tau_{cs}^* = \tau_{ch}^* \cos \theta \sqrt{1 - \left(\frac{\tan \theta}{\mu_s} \right)^2}、$$

ここに、 θ ：境界面の横断勾配角、 $s = (\rho_s - \rho) / \rho$ ：砂粒子の水中比重、 d ：砂粒子径、

γ ：実際の流砂の動きと縦断方向の交わる角、 μ_s ：静摩擦係数、 μ_k ：動摩擦係数、

τ_{cs}^* ：側岸部の無次元掃流力、 τ_{ch}^* ：水平床の無次元掃流力。

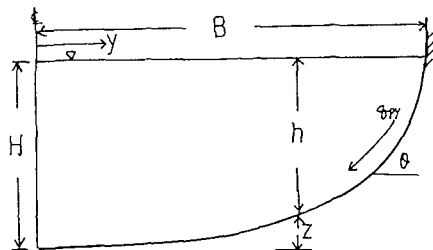


図-3 断面形状

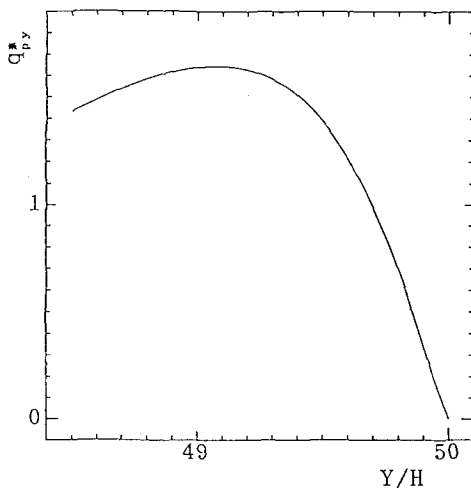
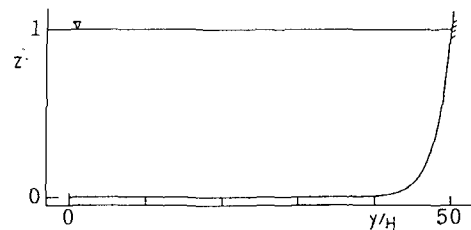


図-4 河岸部の流砂量の横断分布

2) 数値計算の不安定原因

短時間の変形を対象とする限り、 $z + h = \text{const}$ として一般性を失わない。この仮定の下では、式(6)は次式のように変形できる。

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial q_{px}}{(1-\lambda) \partial h} \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

式(8)は移流方程式の形になっており移流速度は、

$$C = \frac{\partial q_{py}}{(1-\lambda) \partial h}$$

で表される。この方程式を差分で解く

には、 $C > 0$ の場合後退差分をとり、 $C < 0$ の場合前進差分をとることが、安定条件の一つとして必要である。

ところが、図-3のような、単純で滑らかな断面形状の場合でも、河岸近傍で C の符号が必ず逆転する。即ち図-4に示すように q_{py} は河岸近傍で極大値をもつ。これは、 τ_* および q_B は y の正の方向に単調減少、 $\tan r$ は単調増加することから容易に推定される性質である。

しかるに、 $\frac{\partial z}{\partial y}$ は単調増加するから、式(6)、(8)

を比較すれば、 C は負から正へと必ず変化することになる

したがって、 $C > 0$ の区間を前進差分、 $C < 0$ の区間を後進差分とし、数値計算を行っても差分方向の変更点から擾乱が発生し、短時間のうちに計算不能になる。これは、常・射流混在流の不等流計算の場合は同様である。図-4の断面形に対応する、河岸部における流砂量の横断分布の時間変化を図-5に示す。時間とともに、 q_{py}^*

が乱れ正しく解かれていないことがわかる。

3) 安定な計算法

不安定原因が分かったので、解決法は簡単である。保存型の解法を取ればよい。ここでは、最近比較的多く用いられている、MacCormac法を用いて計算を行ってみる。ただし、いわゆる数値粘性の類は入れていないことを付記して置く。

MacCormac法による差分のスキームは、次のとおりである。

$$\begin{aligned} \text{predictor step} \quad \widetilde{u}_i &= u_i^k + \frac{\Delta t}{\Delta x} (q_i - q_{i-1})^k \\ \text{corrector step} \quad \widehat{u}_i &= \widetilde{u}_i + \frac{\Delta t}{\Delta x} (\widetilde{q}_{i+1} - \widetilde{q}_i) \\ u_i^{k+1} &= \frac{1}{2} (u_i^k + \widehat{u}_i) \end{aligned}$$

計算結果は図-6に示す。初期形状から50 Δt と150 Δt まで河岸侵食を計算した。今度は、安定して解けていることがわかる。

4. おわりに

本研究は、複断面流路の河岸侵食の評価に用いることを前提に、縦断方向に一樣な場で水深平均流を対象にして底面せん断力の評価法を比較検討した。

また、河岸侵食計算に生ずる不安定の原因を明らかにして、解決法を示した。

(参考文献)

- 1) Shino・D.W.Knight: TWO DIMENSIONAL ANALYTICAL SOLUTION FOR A COMPOUND CHANNEL
- 2) 澤井・芦田: 粘着性流路の侵食と横断形状に関する研究, 土木学会論文集, 1977
- 3) 安藤・黒木・板倉: 混合粒径からなる粘着性河岸の侵食, 土木学会北海道支部論文集, 1992

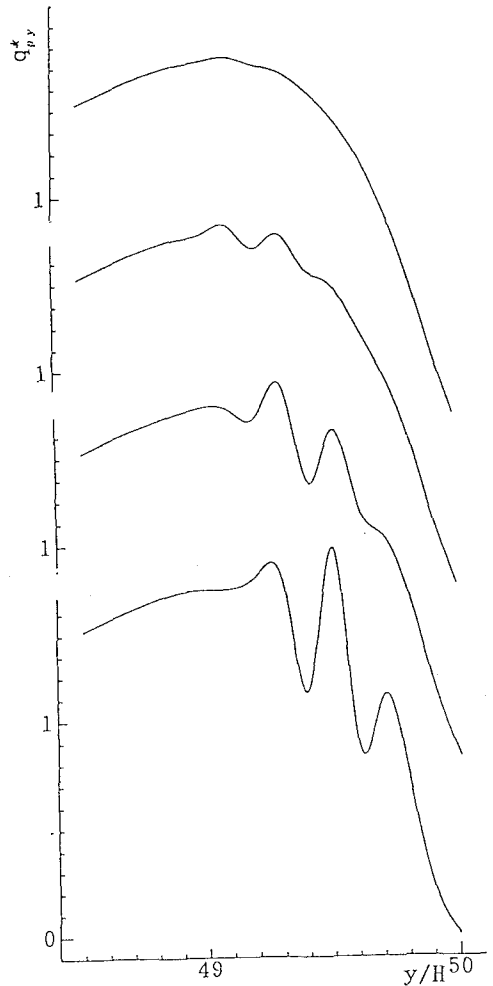


図-5 河岸の横断方向流砂量の時間的変化

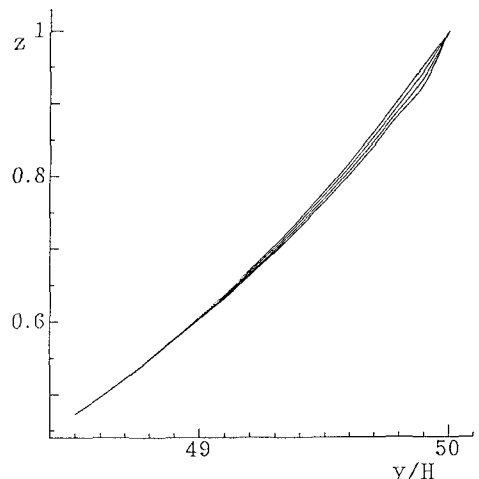


図-6 MacCormac法を用いた河岸侵食の計算