

II-20

波状跳水における
エネルギーフラックスについて

北見工業大学 学生員 阿 部 頼 強
北見工業大学 正会員 佐 藤 幸 雄
北海道大学 正会員 浜 中 健一郎
北見工業大学 正会員 鰐 目 淑 範

1. まえがき

開水路における跳水現象は古くから良く知られている水理現象である。しかし、そこに述べられている事は2次元流の場合で、上流側射流域における流れのフルード数 (Fr) のみによる種々の分類と運動量方程式を用いて誘導された2、3の式が示されている程度である。そこで浜中ら¹⁾は、幅30cmの両側面ガラス張り水路を用いて弱跳水の場合は側壁境界層の影響を受けて跳水の流況が3次元的構造を示すことを可視的な実験により得られた結果に基づいて指摘している。

以上のような浜中らの研究に基づいて、本研究では幅60cm、及び幅90cmに水路幅を広くした場合、跳水の3次元的構造に水路幅がどう影響を与えるかを調べることにし、同様の実験を行い側壁近傍に形成されるくさび形部分、Wedge angle、その他の要因について、幅30cmの場合の結果との比較検討を行った。

さらに、跳水後の上流域に発生する波状跳水について、その波状の平均波高をエネルギーフラックスの式に微小振幅波理論を適用して計算により求めた。その結果、計算値と測定値の間に比較的良好一致が見られたので以下に述べることにする。

2. 実験装置及び実験概要

実験に用いた水路は、図-1のような長さ9mの水路で、水路幅は $B=90\text{cm}$ と中仕切をした $B=60\text{cm}$ の2通りとした。水路中央部付近両側面に透明アクリル板の区間を設け、底面は滑面である。また、水路勾配は $i=0.01$ で一定とし、実験の範囲は、流量 $2.01/\text{sec} \sim 9.01/\text{sec}$ 、上流側水深 $0.8\text{cm} \sim 2.0\text{cm}$ 、流速 $40\text{cm/sec} \sim 100\text{cm/sec}$ 、上流側射流域のフルード数 Fr_0 は約1.5~1.8である。下流端には適当な堰を設置して堰上げ背水状態を起こし、跳水前面がほぼ水路中央部に位置する様堰高を調整した。上流側は等流となる様充分な流路長とよっている。上流側流速は流量と水深から求めた断面 (a)

平均流速を用いた。はく離の様子は、一部注射器により染料をゆっくり注入し可視化することによって調べた。

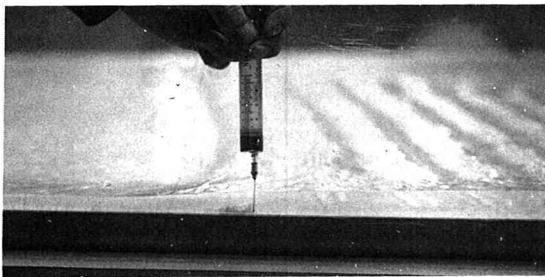


写真-1 側壁近傍のはく離の様子

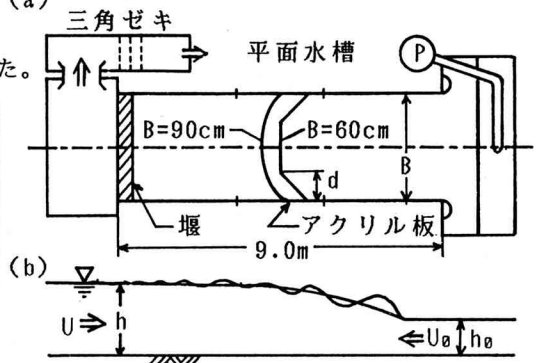


図-1 (a) 実験装置、(b) 跳水後の流況

Energy frax in an undulated hydraulic jump

by Yukio SATO, Yosinori YONOME, Ken-ichiro HAMANAKA and Yorikatsu ABE

3. 水面波形と側壁近傍の流れ

実験に用いた流れの流況は上流側射流域の Fr 数からみると、ほとんどが波状跳水に属するが水路幅が $B=60\text{cm}$ の場合で流量 Q が大きいところで若干、弱跳水のものが含まれている。この弱跳水の場合、跳水フロント部に若干乱れがみられ、他の場合と異なっている。

跳水後の水面形は水路幅 $B=60\text{cm}, 90\text{cm}$ の場合共に同様の傾向を示し、先ず跳水フロントで水位は急に上がり、その後徐々に下流方向に水位が高まり、この水位の上下に波状の水面形が生じている状況である。この場合の波状水面の峰、谷の位置の水深を3カ所程度測定し、その平均水深 h を各流量について上流側フルード数 $Fr_0 = U_0 / \sqrt{gh_0}$ の関係で示すと、図-2のようになる。図中の実線はつぎに示すような2次元跳水の下流側水深 h を与える式である。

$$h/h_0 = \{-1 + (1 + 8 Fr_0^2)^{1/2}\}^{1/2} \quad \text{----- (1)}$$

平均水位の測定値が $B=60\text{cm}, 90\text{cm}$ の場合共に式(1)の計算値より高い値を示しているが、この事は水路末端に設置した板による背水の影響と、浜中ら⁷⁾が述べているように側壁境界層の影響により側壁から水路中央部に向かう流れがあり、完全に2次元の流れとはなっていないこと、またこの傾向は $B=60\text{cm}$ の水路幅が狭い場合に強く現れることを示している。

つぎに、跳水フロントの形状については水路幅 $B=60\text{cm}$ と 90cm とではその様相は異なり $B=60\text{cm}$ の場合、図-1(b)に示すようにくさび形部分は直線的で長さ d は短く、フロントの形状が明確であるのに対し、 $B=90\text{cm}$ の場合はフロント部は緩やかな放物線形状となり、くさび形部分の長さは比較的長く、また反対に水路中央部のフロント直線部分は短いのが特徴である。この様なフロントの形状について、跳水フロントの側壁近傍に発生するくさび形部分についてその長さ d を上流側水深 h_0 、または水路幅 B で無次元化した d/h_0 、 d/B の値をそれぞれ $1/Re$ ($Re = U_0 h_0 / \nu$)、 $Fr_0 = U_0 / \sqrt{gh_0}$ の関係で示したのが図-3、図-4である。図中の記号は ●印 (浜中ら⁷⁾ の $i=0.009$, $B=30\text{cm}$ の測定値)、○印 (本研究の $i=0.01$, $B=90\text{cm}$ の場合) である。両者を比較すると、水路幅が広くなると、 Re 数が小さい程くさび形部分の長さは伸びる。それと同時に下流側水深 h が上昇するため、 d/h の値は B に関係なく Re 数に対しては一定であり、 $B=90\text{cm}$ の場合に d/h の値が大きいのはやはりフロント形状の違いと考えられる。また図-4、図-5の d/B 、Wedge angle と Fr_0 との関係では、水路幅 B が広がってもほとんど無関係に同様の値を示しているといえる。

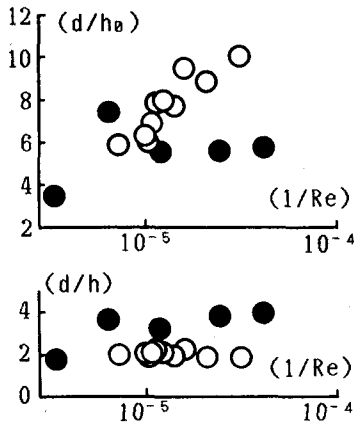


図-2 くさび形境界層の無次元長さ

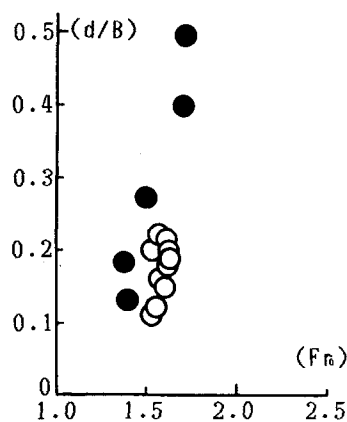


図-4 くさび形フロントの側壁との角

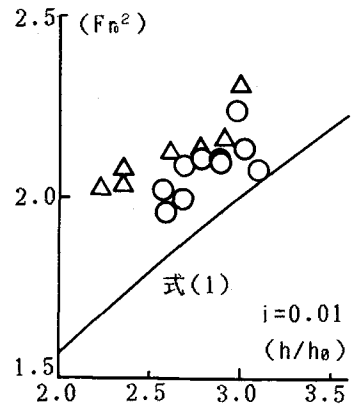


図-2 平均水深 h と上流側フルード数 Fr_0 の関係
※ ○: $B=90\text{cm}$, △: $B=60\text{cm}$

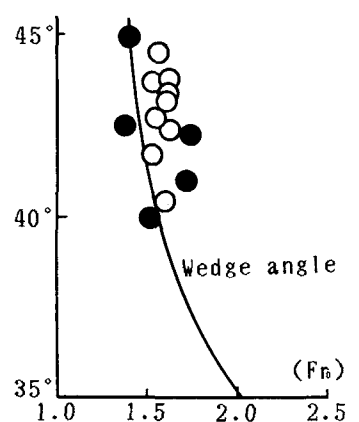


図-5 くさび形フロントの水路幅による無次元幅

4. エネルギーフラックスに関する流量と波高の関係 フロントの

エネルギー保存式より、流線に沿ってある断面を通過するエネルギーフラックスを底面から水面まで積分した値は、摩擦によるエネルギー損失がない場合、

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} \left[U \left\{ p + \frac{1}{2} \rho (u^2 + w^2) + \rho g \xi \right\} \right] dz = 0 \quad \dots (2)$$

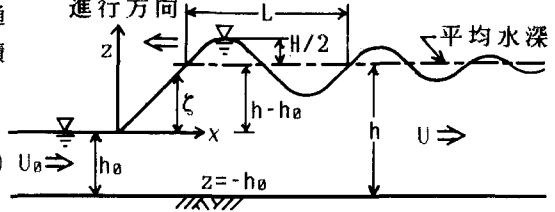


図-6 式の誘導の主な記号説明

であり各断面について一様である。いま、跳水後の下流常流域において定常的な波浪流の流速を u, w と

して、一様流及び波動の流速をそれぞれ U, u', w' とすると $u = U + u', w = w'$ である。波動部分に微小振幅波理論の各式を適用すると、圧力 p 、流速 u', w' 、水位 ξ はそれぞれ図-6にしたがって、

$$p = -w_0(h_0 - h + z) + \frac{w_0 h}{2} \frac{\cosh k(z+h_0)}{\cosh kh} \sin kx, \quad \dots (3)$$

$$u' = \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh k(z+h_0)}{\sinh kh} \sin kx, \quad w' = \frac{\pi H}{T} \frac{\sinh k(z+h_0)}{\sinh kh} \cos kx, \quad \xi = (z+h_0), \quad \dots (4)$$

$$\frac{\bar{U}}{U} = \frac{1}{2} \left(\frac{H}{h} \right) \frac{(kh \tanh kh)^2}{Fr}, \quad \sigma^2 = gk \tanh kh, \quad k = 2\pi/L, \quad \bar{U} = \frac{\pi H}{T}, \quad \dots (5)$$

断面を通過する全エネルギーフラックス F について、圧力 F_p 、流速 F_u に関しては底面 $z = -h_0$ から平均水深 $z = h - h_0$ まで、水位 F_ξ については底面から水面 $z = h - h_0 + \eta$, $\eta = (H/2) \sin kx$ まで積分するとすると、 F_p, F_u, F_ξ の値はそれぞれ次式によって与えられる。

$$F_p = \int_{-h_0}^{h-h_0} (U - u') p dz$$

$$= \frac{1}{2} w_0 h^2 U \left\{ 1 + \left(\frac{H}{h} \right) \frac{\tanh kh}{kh} - 2 \left(\frac{\bar{U}}{U} \right) \left\{ \frac{\cosh kh - 1}{(kh)^2 \sinh kh} \right\} \sin kx - \left(\frac{H}{h} \right) \left(\frac{\bar{U}}{U} \right) \left\{ \frac{2kh + \sinh 2kh}{2kh \sinh 2kh} \right\} \sin^2 kx \right\}$$

$$F_u = \int_{-h_0}^{h-h_0} (U - u') \left\{ \frac{\rho}{2} [(U - u')^2 + w'^2] \right\} dz$$

$$= w_0 \frac{U^2}{2g} h \left\{ 1 - \frac{3}{kh} \left(\frac{\bar{U}}{U} \right) \sin kx + \frac{3}{4kh} \left(\frac{\bar{U}}{U} \right)^2 \left\{ \frac{2kh + \sinh 2kh}{\sinh^2 kh} \right\} \sin^2 kx - \frac{1}{3kh} \left(\frac{\bar{U}}{U} \right)^3 \left\{ \frac{\sinh^2 kh + 3}{\sinh^2 kh} \right\} \sin^3 kx \right\}$$

$$F_\xi = \int_{-h_0}^{h-h_0+\eta} (U - u') \rho g \xi dz = \frac{1}{2} w_0 (h + \eta)^2 U \left\{ 1 - \frac{2}{\{k(h + \eta)\}^2} \left(\frac{\bar{U}}{U} \right) \left\{ \frac{1 + kh \sinh kh - \cosh kh}{\sinh kh} \right\} \sin kx \right\}$$

ここで、 F_p, F_u, F_ξ に関する上式をそれぞれ 式(6), 式(7), 式(8) とする。従って、断面の全エネルギーフラックスは $F = F_p + F_u + F_\xi$ である。

一方、上流射流域について全エネルギーフラックス F_0 は、

$$F_0 = \int_{-h_0}^0 U_0 \left\{ \frac{\rho}{2} U_0^2 + (-w_0 h) + w_0 (z + h_0) \right\} dz = U_0 h_0 \left\{ h_0 + \frac{U_0}{2g} \right\} \quad \dots (9)$$

つぎに跳水前面と、跳水後の波状跳水の跳水によるエネルギー損失がないものと考え、跳水前後のエネルギーフラックスが等しいから、 $F = F_0$ である。そこで、跳水後の波浪流の山の位置の断面を考え、式(6), (7), (8) において $\sin kx = -1$ として、波浪流の波高 H と水深 h の比 H/h の値を求めてみる。

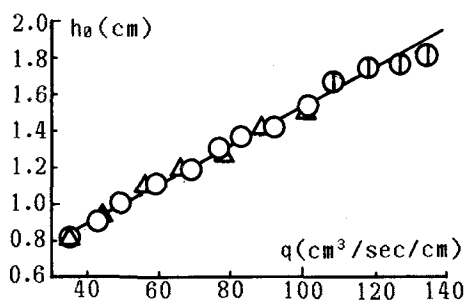


図-7 上流側射流水深 h_0 と単位幅流量 q の関係

※ $i=0.01$ ○: $B=90\text{cm}$, ⊕: $B=90\text{cm}$ の中でフロントに乱れがある場合, △: $B=60\text{cm}$

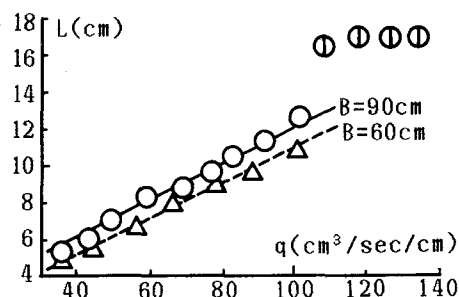


図-8 波状跳水の波長 L と単位幅流量 q の関係

まず上流側水深 h_0 の測定値についてみると図-7に示すように単位幅流量 q に対しては、水路幅 B に
関係なくほぼ直線関係が得られた。この直線上の
 h_0 と $U_0=q/h_0$ の関係を使用すると F_0 は与えられる。
つぎに波上跳水側については 式(6), (7), (8)に含ま
れる変数が h, U, H, L の4つである。水深 h につ
いては図-2に示すように測定値が 式(1)よりやや
大きい値を示しているが一応式 (1)により見積り、
 $U=q/h$ より求めた。水面に形成される波状の波
長 L については未だ適当な決め方がないため測定値
を使用することとした。そこで、波状部分の3波長
を測定しその平均波長を図示したものが図-8であ

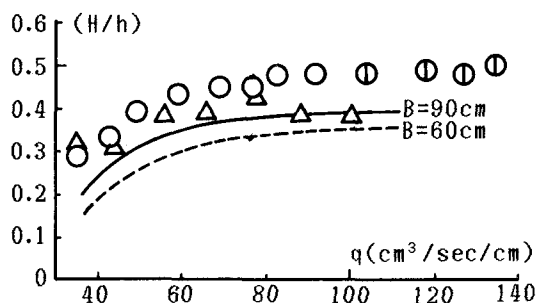


図-9 波状跳水における H/h の値と

単位幅流量 q の関係

り、水路幅 $B=60\text{cm}$ の場合が、 $B=90\text{cm}$ の場合よりやや波長 L 長いといえるが、水路幅 $B=60, 90\text{cm}$ のいずれ
の場合も単位幅流量 q については直線関係にあるといえる。したがって波長 L の値についても各水路幅
について直線上の値を使用するものとした。このようにして h, U, L の値を与えた場合、 $F=F_0$ の関係
式は単位幅流量 q に対して H/h の3次方程式となるが、これを繰り返し計算により q に対する H/h の
値を計算した。計算値と測定値を比較すると図-9の様になり水路幅 $B=60, 90\text{cm}$ の場合共に計算値よりや
や大きい値を示しているが、 q に対する H/h の変化の傾向は良く現れているといえる。

5. 結論

1. 側壁近傍に発生するくさび形部分の長さ d についてはフロント形状の違いから、幅が広くなる程長くなるが、 d/B の比較ならびに Wedge angle と Fr の関係においては幅 B の影響についての明確な違いはない。
2. 波状跳水の波高に関しては、平均水位の与え方ならびに側壁方向からの3次元エネルギーフラックスを考慮することにより、さらに正確な見積りが可能になると考えられる。

<参考文献>

- 1) 浜中健一郎、森 明巨：弱い跳水に於ける流れの3次元構造、土木学会北海道支部 論文報告集 第47号 pp.307-312, 1991
- 2) 井島武士：海岸工学、朝倉書店 pp.88-95,
- 3) 佐藤清一：水理学、森北出版株式会社 pp.245-248