

からの痕跡が流れてくるが多かった。

図-3 には、水深平均した浮遊砂濃度の時系列が併記されている。ただし、一点鎖線は全浮遊物の濃度を、二点鎖線は74 μ フルイにて分けた砂分の濃度を表しているが、図-3 の濃度分布を見ると、後者の細粒分は河床とコンタクトをもつ浮遊砂の一部とみた方がよいように思われる。粒径の違いによるピーク出現時刻の違いは、沈降速度の違いに依存するものかも知れない。

図-2 中に、河床粗度を一定と見なしたときの平均流速から求めた摩擦速度の自乗値が示されている。浮遊物濃度との対応は良くない。そこで、「篠路」～「河口」の水位差から求めた水面勾配によって得た摩擦速度の自乗値との比較をおこなったのが図-3 である。浮遊物濃度の大局的時間変化との対応はきわめて良いものといえる。これらのことから、次の重要な結論が得られる。

[1]洪水時の浮遊物濃度の平均値は、大局的な底面せん断力によって規定されている。

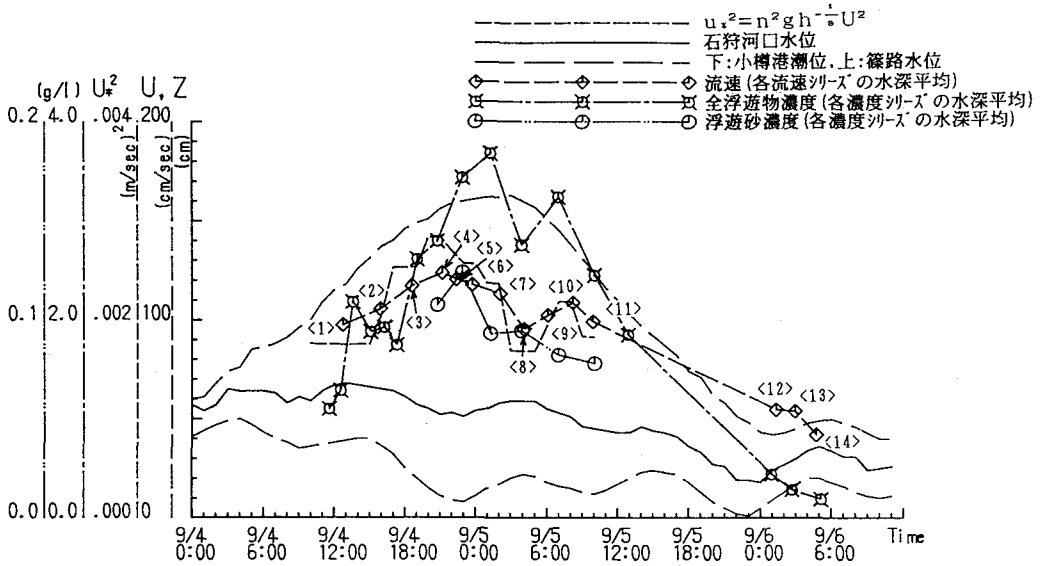


図-2 水位、流速、浮遊物濃度などの時間変化

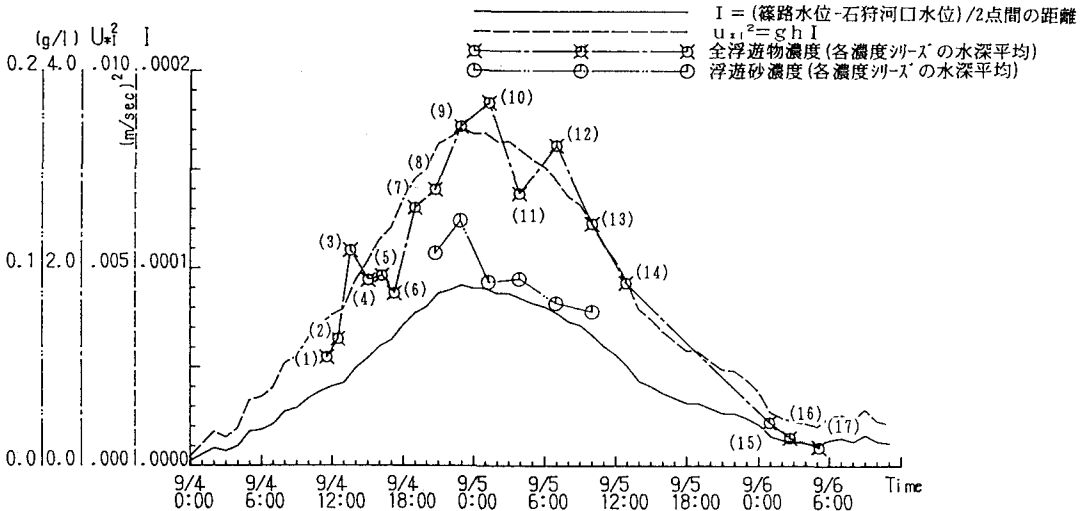


図-3 水面勾配、摩擦勾配、浮遊砂濃度などの時間変化

[2]浮遊物濃度のピークが水位ピークに先立って現れるのは、水面勾配のピークが水位ピークに先立って現れるためである。したがって、浮遊砂先行現象は、純粋な不定流効果よりも、不等流効果が効いているとみるべきである。

[3]洪水期間を通じて河床粗度が変化している。

最後の項に関連して、

上記水面勾配と平均流速から粗度の時間変化を求めたのが、図-4である。粗度は、水位上昇とともにわずかながら増加しているが、ピークを過ぎてから急激に増加している。この現象は木下(1989, 1990)の計測結果と一致しており、減水期に特徴的な河床波の急成長が起きているものと推定される。

4. 浮遊砂濃度の水深分布

図-5は、全浮遊物濃度の水深方向分布を見たものである。ただし、各計測シリーズを3ないし4の時間帯ごとにグルーピングし、平均化して示している(シリーズ番号は図-3参照)。

「篠路」水位が上昇し摩擦速度がピークをやや過ぎ

る(7)~(10)の平均は、水面から8mまではラウス分布をなし、底面濃度の落込みは測定誤差のようにも見えるが、この間の全てのシリーズに認められ、実際に起こっているものと考えたほうがよい。このことは、底面近くに濃度の高い膨らみをもった層があることを示唆しており、上流に高濃度源をもつ非平衡浮遊砂濃度分布に非常に近い。

一方、「篠路」水位の下降期あるいは摩擦速度の減少期では、分

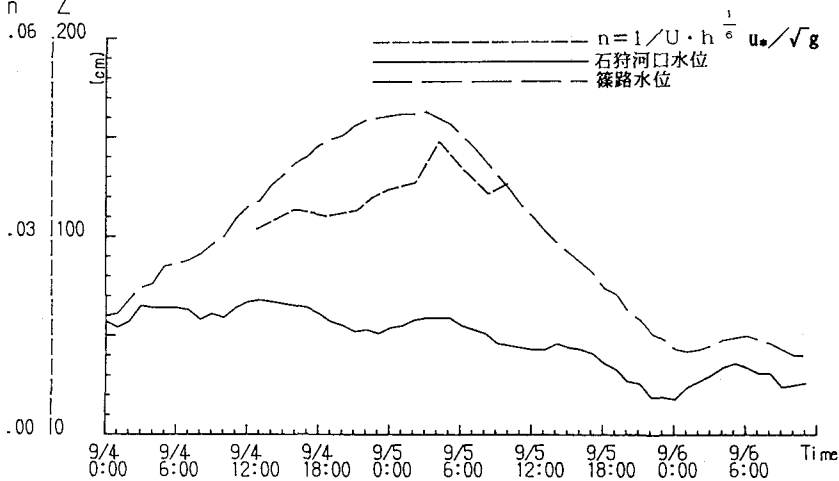


図-4 水位とマンニングの粗度係数の時間変化

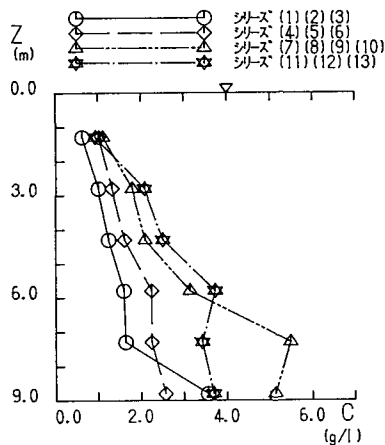


図-5 全浮遊物濃度の水深方向分布 (時間帯別に平均したもの)

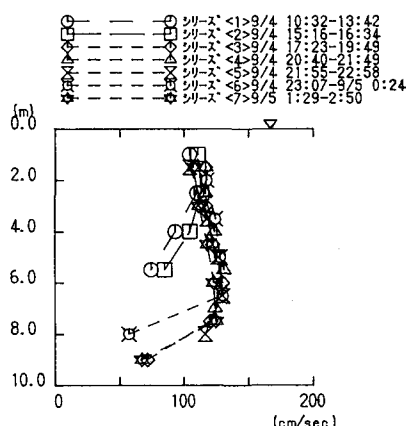


図-6 平均流速の水深方向分布 (水位上昇期)

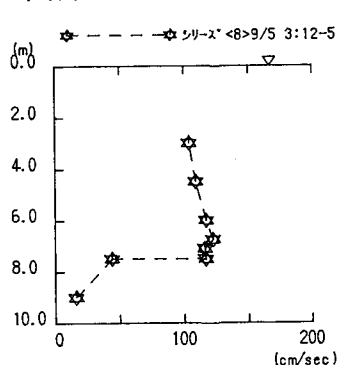


図-7 平均流速の水深方向分布 (水位ピーク期)

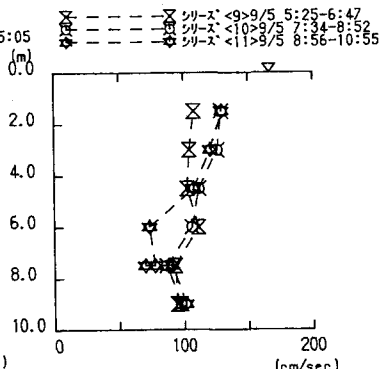


図-8 平均流速の水深方向分布 (水位下降期)

布が全体的に立ってくるが、水面から6mまではラウス分布にほぼ一致している。上昇期との違いは、6mから底面にかけての膨らみが消え、一様な濃度を示していることである。これらの結果は、昨年度の木下（1990）の濁度分布の計測結果とよく似ており、その結論を補強裏付けしたものと見える。

これらほぼ同じ摩擦速度状態にある（したがって同じ平均濃度をもつ）二つのグループの濃度分布の相違は、何によってもたらされるのであろうか。流速分に対する解析を加えた上で、検討をおこなうことにする。

5. 流速分布の特徴

図-6～8 は、各シリーズにおける流速分布を描いたものである。洪水初期の二つのシリーズは、底面まで測定できなかったものの通常の放物線型の分布を示している（図-6）。しかし、摩擦速度の上昇とともに6m近傍に頂部をもつ中膨らみの特異な分布に移行している。この傾向は、「篠路」水位がピークを迎える時点まで続き、これを過ぎると一転して直立した分布からさらに緩い放物線分布へと移行している（図-8）。ただし、底面から2～3mのところが、上昇期とは逆に引込む傾向を見せる。分布の底面近傍勾配の違いも重要である。前者できつく、後者はゼロに近い。これらの移行時間中に測られたシリーズ<8>は、かなり乱れた分布を見せ、特に底から二番目の点では二度の計測で異なる値を示した。

図-5 における浮遊物濃度分布との対応を見ると、流速分布が中膨らみの傾向を示す時に、濃度分布の方でも下層に張り出しの起こっていることがわかる。これは既述のように、「篠路」水位が上昇からピークにいたる時期、あるいは摩擦速度が増大し続け、ピークを迎えて頭を打つまでの時期に相当する。逆に、「篠路」水位が下がり始め摩擦速度が減少し続けると、流速分布の中膨らみがなくなり、同時に濃度分布の底面の張り出しが消える。両者は明かに関係している。特に流速分布の底面近傍勾配に注目すると、濃度の張り出しと消滅が理解できる。

以上から、流れの分布特性は不等流の性質に規定され、濃度特性はこれによってもたらされる非平衡性の現れと解釈できる。

6. 「中膨らみ」の流速分布形の発生因についての考察

計測された特異な流速分布形の発生原因について考察を加える。

計測点を通り鉛直軸に平行な一つの流面を考える。流面が平均河床面に交わる線に沿い x 軸を取り、鉛直軸に沿って上向きに z 軸を取る。このとき、運動方程式と、連続式は慣用の記号を用いて(1)～(3)となる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial (u u)}{\partial x} + \frac{\partial (u w)}{\partial z} = g i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (1) \quad 0 = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_z}{\partial z} \quad (2)$$

$$h \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

いま、式(1)の左辺第1項と第3項を小さいものと考えて省略し、 u を(4)式のようにその水深方向平均 $U(x)$ とそれからのずれの量 $U\phi(\xi)$ に分けて表し代入する。ただし、 z 軸は水深 h によって無次元化し ξ とおく。

$$u = U(x) \{1 + \phi(\xi)\} \quad (4) \quad \text{ただし、} \xi = \frac{z}{h}, \quad \int_0^1 \phi d\xi = 0$$

$$\frac{\tau}{\rho} = \epsilon_z \frac{\partial u}{\partial z} = \epsilon_z \frac{U}{h} \frac{d\phi}{d\xi} \quad (5) \quad \epsilon_z = \kappa u_* h \xi (1 - \xi) \quad (6)$$

せん断力については、Boussinesq近似が成り立つものとして(5)をあたえる。渦動粘性係数 ϵ_z は、(6)式で表されるところによいであろう(κ はカルマン定数)。 ϕ が大きいものとして高次項を落とすことにより、

$$\frac{dU^2}{dx} + 2\phi \frac{dU^2}{dx} = g i - g \frac{dh}{dx} + \kappa u_* \frac{U}{h} \xi (1 - \xi) \frac{d^2 \phi}{d\xi^2} + \kappa u_* \frac{U}{h} (1 - 2\xi) \frac{d\phi}{d\xi} \quad (7)$$

次に(1)式の両辺を水深方向に積分することにより次式を得る。ただし、第1項は省略している。

$$\frac{1}{2} \frac{dU^2}{dx} = g i - g \frac{dh}{dx} - \frac{u_*^2}{h} \quad (8)$$

両式から dU^2/dx の項を省略すると式(9)が得られる。

$$\frac{\kappa u_* U \zeta (1-\zeta)}{gh} \frac{d^2 \phi}{d\zeta^2} + \frac{\kappa u_* U (1-2\zeta)}{gh} \frac{d\phi}{d\zeta} + 4 \left(-i + \frac{dh}{dx} + \frac{u_*^2}{gh} \right) \phi + \left(-i + \frac{dh}{dx} + 2 \frac{u_*^2}{gh} \right) = 0 \quad (9)$$

$$\text{ここで、} i - \frac{dh}{dx} = I, \quad \frac{u_*^2}{gh} = i_f, \quad \frac{U}{u_*} = \psi \quad (10)$$

の諸式の関係を用いて書き改めると、 ϕ に関する次の基礎方程式(11)式を得る。ただし、 i_f = 摩擦勾配、 ϕ = 流速係数である。

$$\zeta(\zeta-1) \frac{d^2 \phi}{d\zeta^2} + (1-2\zeta) \frac{d\phi}{d\zeta} + \frac{4(i_f-I)}{\kappa i_f \psi} \phi + \frac{(2i_f-I)}{\kappa i_f \psi} = 0 \quad (11)$$

これを、 $y=1-2\zeta$ で変数変換すると、(12)式のようなルジャンドル型の微分方程式が得られる。

$$(1-y^2) \frac{d^2 \phi}{dy^2} - 2y \frac{d\phi}{dy} + n(n+1) \phi = f(x) \quad (12) \quad \text{ただし、} n(n+1) = \frac{4(i_f-I)}{\kappa i_f \psi} \quad (13) \quad f(x) = \frac{1-2i_f}{\kappa i_f \psi}$$

この方程式の一般解は次式のような級数の形で表される。

$$\phi(y) = - (f F_2^0(y) + C_1) F_1(y) + (f F_1^0(y) + C_0) F_2(y) \quad (C_0, C_1 \text{ は積分定数}) \quad (14)$$

$$\text{ただし、} F_1 = 1 - \frac{n(n+1)}{2!} y^2 + \frac{n(n-2)(n+1)(n+3)}{4!} y^4 - \frac{n(n-2)(n-4)(n+1)(n+3)(n+5)}{6!} y^6 + \dots$$

$$F_2 = y - \frac{(n-1)(n+2)}{3!} y^3 + \frac{(n-1)(n-3)(n+2)(n+4)}{5!} y^5 - \frac{(n-1)(n-3)(n-5)(n+2)(n+4)(n+6)}{7!} y^7 + \dots$$

$$F_1^0 = y - \frac{n(n+1)}{3!} y^3 + \frac{n(n-2)(n+1)(n+3)}{5!} y^5 - \frac{n(n-2)(n-4)(n+1)(n+3)(n+5)}{7!} y^7 + \dots$$

$$F_2^0 = \frac{y^2}{2!} - \frac{(n-1)(n+2)}{4!} y^4 + \frac{(n-1)(n-3)(n+2)(n+4)}{6!} y^6 - \frac{(n-1)(n-3)(n-5)(n+2)(n+4)(n+6)}{8!} y^8 + \dots$$

境界条件として、河床近傍の $y(\zeta=a)=1-2a$ での平均流速からのずれが $-\delta$ (変数) (ただし、 $\zeta=a$ は河床近傍点とする)、水面近傍の $y(\zeta=1-a)=-1+2a$ でせん断力が0を与え、さらに ϕ が平均からのずれであることを考慮する。

$$\phi \Big|_{y=1-2a} = -\delta \quad (15) \quad \frac{d\phi}{dy} \Big|_{y=-1+2a} = 0 \quad (16) \quad \int_{1-2a}^{-1+2a} \phi(y) dy = 0 \quad (17)$$

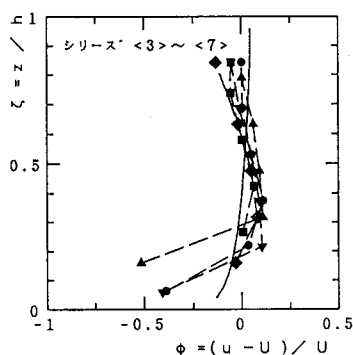


図-9 理論線と実測データの比較 (水位上昇期)

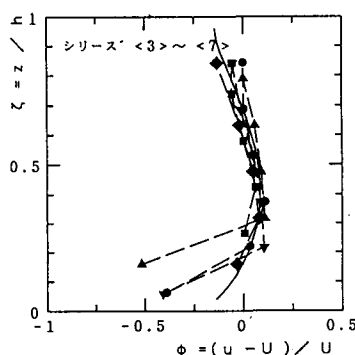


図-10 実測データと適合する理論線 (水位上昇期)

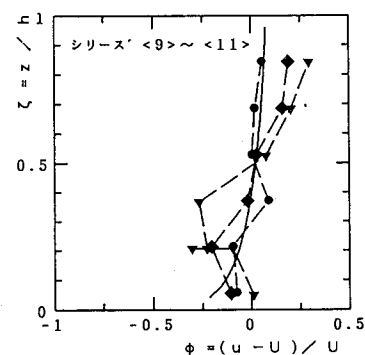


図-11 理論線と実測データの比較 (水位下降期)

図-9, 11 は、これらの境界条件における(12)式の解と実測分布を比較したものである。ただし、臨時に設置した河口橋における水位計と「石狩」水位計の2点の水位差から求めた水面勾配と水深平均流速を与えており、計算是10項までで打ち切っている。図-9 のケースで i_f が負になるために I の負勾配の値を小さめに評価している。図-11 も一致しているとは云い難いが、図-9 においては、傾向も一致していない。そこで、シリーズ(3)～(7)の実測値に合うように $n=2.1$ において描いたのが図-10のカーブである。この n の値を(13)式に代入し、 $\kappa=0.4$ とすると次式が得られる。

$$i_f = \frac{4}{4-2.604\psi} I \quad (18) \quad U = \psi u_* = \frac{1}{n} h^{\frac{2}{3}} i_f^{\frac{1}{2}} = \frac{h^{\frac{1}{6}}}{n\sqrt{g}} u_* \quad (19)$$

$$(18)\text{式より得られる } \psi=15.5\text{を与えると、} I=-9.1 i_f \quad (20)$$

の関係式が得られ、摩擦勾配 i_f が正であることから、このカーブが現れるのは水面勾配が負の状態の時となる。すなわち、この流速分布および濃度分布形の特異性は不等流効果によって出現するものと解釈しうる。これらの式によって、水面勾配 I や i_f が微妙な変化をする事で流速分布形が刻々と変化することが分かる。シリーズ(3)～(7)にかけてはそれがバランスした状態が続いたものと考えられる。

最後に、今回は濃度の水深方向分布による影響を無視したが、微小な不等流が影響するのと同様に、小さな密度差が流速分布に大きく影響することが考えられる。今後の課題としたい。

7. まとめ

[1]水深平均の浮遊物濃度の値は、大局的な水面勾配によって表される底面せん断力で規定され、濃度ピークが水位ピークより先立つのは、水面勾配のピークが水位のピークに先立って現れることに対応しているものと考えられる。

[2]流速の水深分布形や浮遊砂濃度の水深分布形は、水面勾配や摩擦勾配の違いのような不等流の効果によって決定される。

[3]今回の計測で得られた特異な流速分布形は、測定点付近の水面勾配が負で、摩擦勾配が非常に小さくなったために現れる局所的・一時的なものである。

謝辞:本研究は、平成2年度文部省科研費総合A「種々のスケールにおける流れと流砂運動の同時計測による土砂輸送・河床変動機構の解明」(代表芦田和男)による補助を受けておこなわれた。また、木下先生より貴重なご指導助言を、シン航空から有用な援助を頂いた。末尾ながら記して深謝する次第である。

参考文献

- 長谷川和義・道口敏幸・柿崎恒美・大串弘哉(1991):石狩川における乱流と浮遊砂濃度の同時計測結果について、土木学会北海道支部論文報告集第47号、347-352
- 長谷川和義(1991):石狩川における流速と浮遊砂濃度の同時計測、ミシボ°ジウム「流れと流砂の同時計測」前刷
- 木下良作(1984):航空写真による洪水解析の現状と今後の課題、土木学会論文報告集、第345号II-1、1-19
- 木下良作(1989):洪水時の砂床形態の変化、第33回水理講演会論文集、439-444
- 木下良作(1990):石狩川下流部における洪水時の濁度鉛直分布と流れの構造について、水工学論文集、第34巻463-468
- 木下良作・宇民正・上野鉄男(1991):洪水時河川にあらわれる大規模渦について、第23回乱流シンポジウム講演論文集、329-334
- Henry Margenau・George moseley Murphy・佐藤次彦・国宗真(1959):物理と化学のための数学1、共立出版
- 篠崎寿夫(1984):工学者のための常微分方程式とグリーン関数、現代工学社