

II-5

水草の成長サイクルに伴う流れの抵抗変化

北海道開発局 正員 神保 正義
 同 上 正員 羽山 英人
 北海道大学 正員 長谷川和義

1. はじめに

水生植物は春から夏にかけて成長し、秋から冬にかけて枯れる。このため、流れの抵抗は季節とともに変化する。水生植物が繁茂する流れの抵抗則に関する研究は、もっぱら経験則から始まっている。Chow(1959)は、植生をともなう水路のマニングnが、植生密度をパラメータとしてVR(V:平均流速、R:径深)から推定できることを示し、設計法をしている。理論研究は、Kowen and Unny(1973)、Li and Shen(1973)が早く、垂直にたった植物の影響を取り入れた解析がなされている。日野・歌原(1977)は、水平にたなびく模擬植物の実験をおこない、葉の表面抵抗を考慮したPrandtlの混合距離理論によるせん断流方程式を、二点境界値問題として解いている。同論文には摂動法による解析解が示されているが、適用範囲がせまく最終的に数値解析がおこなわれている。渡邊(1991)は灌木のある流れの解を得ている。渦動粘性係数を一定とした場合の一次摂動解にもかかわらず、実測に近い値が得られている。実際の植生を用いた実験は樹木を対象にしたものが多く、石川・田中(1987)、福岡・藤田ら(1987)によっておこなわれている。福岡らは、竹を用い、葉のついた場合のCd値(形状抵抗係数)、葉群のCf値(表面抵抗係数)、および葉を取り去った場合のCd値を示している。室田・福原(1983a, 1983b)は、水底に藻のはえた状態を模擬した実験をおこない、詳細な乱流計測と解析をおこなっている。

以上のように、植生を伴う流れの性質についてはかなりの知見が得られているが、実際の河川で詳しい植生調査をおこない、流速分布を測定した例は見あたらない。本論文は、美々川における水生植物の成長サイクルと粗度係数の経年変化を調査し、両者の対応関係を明らかにするとともに、植物の茎葉の抵抗がもたらす流速分布の変形を理論解析し、見かけ粗度発生の仕組みを明らかにしようとするものである。

2. 調査法の概要

図-1は、調査がおこなわれた美々川植苗橋近傍を示すものである。この場所は、コウホネ、セキショウモ、フサモなどが密に生育しており、ゆるやかに揺動を繰り返している。流路はほぼ直線状であるが、橋下流の左岸の一部が張り出しており、挾窄部になっている。

2-(1) 水生植物調査

図-1のA、B2箇所に河床に一辺50cmの正方形を設けて調査域とし、草本種類ごとに本数、草丈、茎系を測定した(平成2年6月9日から一週ごと)。さらに、25m・105m測線において10cm幅で横断植物採取をおこない、草本の種類・本数・体積および葉密度

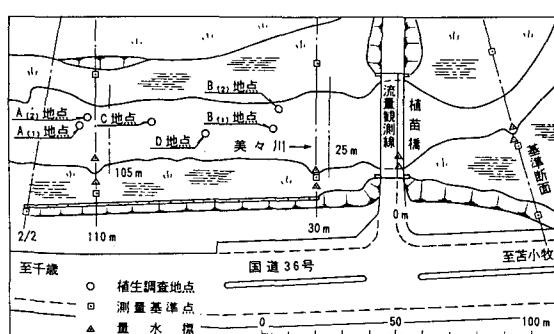


図-1 水生植物調査地点位置図

を測定した（平成2年9月14、15日）。

2-(2)流量・水位・水面勾配調査

植苗橋に沿って河床の水草を刈り取り、プロペラ流速計により平均流速を求め流量を得た。水位・水面勾配は、橋の上流に設置した自記水位計のほか、30・110・190m点に量水標を設置して求めた（平成2年5月20日以降毎週）。

2-(3)流速分布測定

平成2年8月16日および9月27日の2回にわたり、植苗橋直下流および110mの2測線で、横断方向4m、水深方向20ないし22cmごとに電磁流速計（横河ナビテック社製EMC107NS）にて流速を測定した（80秒間平均）。このうち、8月16日は植苗橋近傍で水草刈りがなされた10日後であり、9月27日はそれらの水草が再び成長してピークに達した時期に相当する。

3. 調査結果

3-(1)植生調査の結果

紙数の都合上図を省略するが、各草本は水温・日照量の増加する5月から一斉に成長を始め、最も成長の盛んな7、8月にはフサモで1.4cm/日、セキショウモ・コウホネで0.7cm/日の伸びを示す。しかし、水温が10度を割る10月9日以降は成長が完全に止まり枯れ始める。

表-1は、測線25mおよび105mにおける水生植物全体の体積、体積密度、葉面積合計、平均葉密度の測定結果を示したものである。このうち、葉面積は表裏の両方を考えている。また、平均葉密度 $\langle b \phi \rangle (m^{-1})$ は次の定義により求めたものである。

$$\langle b \phi \rangle = 2Ar / (A \cdot \Delta x) \quad \text{ここで、} Ar = \text{採取域における葉面積合計(片面)} \quad A = \text{流路断面積} \quad \Delta x = \text{採取幅}$$

水生植物の体積密度は意外に小さく、かなり繁茂しているように見える場合でも1%に満たない。したがって、植物自身の体積が水位を上昇させることはない。これに対して葉密度は予想以上に大きく、1m³の水中に平均16m²の葉面積が存在している。

3-(2)粗度係数調査結果

図-2は、計測された平均流速・径深・水面勾配から求めたマニング粗度係数の季節変化を示したものである。図中、植生の成長を代表してフサモの草丈および水位の変化が描かれている。草丈と粗度係数の対応はきわめて明瞭である。水位も流量変動の影響を受けつつ、粗度変化に追随していることは明かである。粗度が草丈に対して敏感に対応するのは、葉面積合計が草丈に対して十分よい直線相関を有している（図省略）ためと考えられる。しかし、こうした見かけの対応だけから粗度を決めるることは、現象の複雑さからといって問題が多い。流れの内部状態を明らかにすることが必要である。

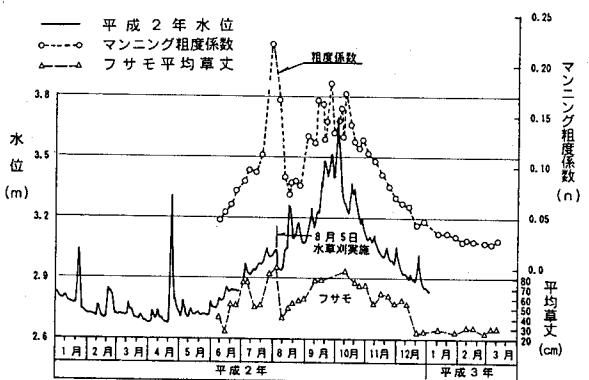


図-2 水位と草丈、nの関係図

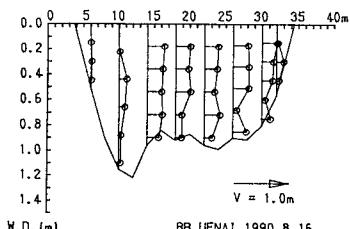


図-3 植苗橋流速測定結果

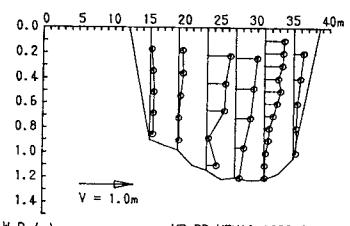


図-4 植苗橋上流流速測定結果

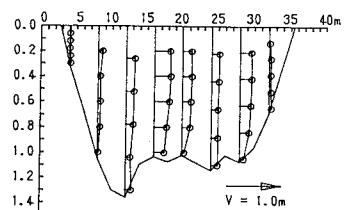


図-5 植苗橋流速測定結果

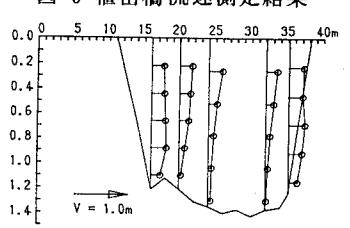


図-6 植苗橋上流流速測定結果

表-1 水草の体積、葉面積測定結果

測 線	水草の体積 (幅10cm)(m³)	水草の体積 割合(%)	水草の片側葉面積 (幅10cm)(m²)	平均葉密度 (m⁻¹)
25m 地点	0.0106	0.34	24.82	16.0
105m地点	0.0098	0.37	17.21	13.1

3-(3)流速分布測定結果

図-3は8月16日の植苗橋における横断面と流速分布であるが、水草刈りのためにかえって複雑な様相を見せ、対数分布からかなり隔たっている。底面近くにみられる流速の落込みは、刈残された水草の影響といえる。図-4は、同日の測線110mにおける結果である。同様に水中数カ所に流速の落込みが現れている。

図-5 は、9月27日の植苗橋における結果である。1回目に比較して水位が60cm以上高く、水面勾配が6倍にもなっているにもかかわらず流速は小さく、流速分布が滑らかで局部的な落込みがみあたらない。草丈が十分長くなって水面に達し水深の全域にわたって水草の影響が現れたためと考えられる。図-6は、110mでの値であるが、ここでも同様な結果が現れている。

4. 流速分布から予想される葉密度分布

日野・歌原は、通常の混合距離理論に水草の抵抗を加えることで流速分布がかなりよく表現できることを示している。そこで、同じ基礎式を差分化し、実測流速をあたえて水草の抵抗分布を推定する。基礎式は、次の形をしている。

$$I - \frac{1}{g} C_f b \phi(\tilde{z}) \tilde{u}^2 + \frac{1}{g} \frac{d}{d\tilde{z}} \left\{ (\kappa \tilde{z})^2 \left| \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{z}} \right| \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{z}} \right\} = 0 \quad (1)$$

ただし、水底から上向きにz軸をとり、u=任意点の流速、I=水面勾配、Cf=水草の抵抗係数、b=単位水底面上にある水草の葉の面積の合計（無次元）、 $\phi(z)$ =水深方向の葉の存在確立密度（長さの逆数の次元）、g=重力加速度、 κ =カルマン定数=0.4である。

これを差分化しuの実測値をあたえると、各水深ごとに $\langle C_f b \phi \rangle$ の値が推定されるが、Cf、b、 ϕ 各々を分離して求めることはできない。しかし、平均葉密度 $\langle b \phi \rangle$ が表-1のように得られてるので、Cfを一定と仮定できるならば、

$$\phi(\tilde{z}) \Delta \tilde{z} = \frac{\langle C_f b \phi(\tilde{z}) \rangle}{\sum \langle C_f b \phi(\tilde{z}) \rangle} \quad (2)$$

の関係から、右辺の数値積分をおこなうことによってCf値を見いだすことができる。結果は各測線によって異なる値となるが、断面平均はCf=0.134(植苗橋9月27日)、Cf=0.200(植苗橋上流9月27日)となる。これらの値は、通常知られている表面抵抗係数値に比較して1オーダー大きく、形状抵抗係数値に対しては1オーダー小さい。福岡らの葉を取り去った実験値の1/3~1/2になる。このことから、流れは表面抵抗のみならず、かなりの割合で形状抵抗をも受けていることが分かる。

次に、 $\phi(\tilde{z})$ については、以下の式で推定することができる。

$$C_f = \frac{\frac{1}{N} \sum^N \langle C_f b \phi \rangle}{\langle b \phi \rangle} \quad (3)$$

図-7は、9月27日のデータにもとづいて得た $\phi(z) \Delta z$ の水深分布

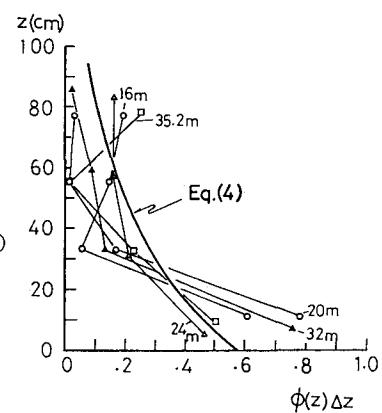


図-7 $\phi(z) \Delta z$ の分布
(植苗橋上流9月27日)

を見たものである。測線ごとにかなり異なるが、大略的には指数分布のあてはめが可能であり、次式によってこれを代表しうる。

$$\phi(\tilde{z}) = \alpha_0 e^{-\beta_0 \tilde{z}} \quad (4)$$

平均的なあてはめでは、 $\alpha_0 = 2.86(m^{-1})(\alpha = bh\alpha_0 = 54.7)$ $\beta_0 = 2.64(m^{-1})(\beta = h\beta_0 = 2.64)$ となる。図中にこの場合の曲線を描いている。大ざっぱにはこの式で葉密度を表しうるであろう。

5. 植物の茎葉の抵抗を考慮した流速分布

5-(1) 流速分布の摂動解

葉密度が知られると、(1)式から理論流速を求めることができる。しかし、この式は抗力項のみでなくせん断力項も非線形な形をしており、解析解を求めるのは容易でない。そこで、せん断力をブーシネスク近似した次式を用いることにする。

$$I - \frac{1}{g} C_f b \phi(\tilde{z}) \tilde{u}^2 + \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left(\epsilon \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{z}} \right) = 0 \quad (5) \quad \epsilon = \frac{\kappa}{6} u_* h \quad (6)$$

境界条件は、

$$\tilde{z} = h \text{ にて } \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{z}} = 0 \quad (7) \quad \tilde{z} = 0 \text{ にて } \epsilon \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{z}} = C_b \tilde{u}_b^2 \quad (8)$$

ただし、 \tilde{u}_b = 底面流速、 C_b = 底面におけるせん断力係数

基礎式を次のように無次元化する。

$$u = \frac{\tilde{u}}{u_*} , \quad z = \frac{\tilde{z}}{h} \quad \alpha = bh\alpha_0 , \quad \beta = h\beta_0 \quad (9)$$

このとき、

$$1 - C_f b h \phi u^2 + \frac{\kappa}{6} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (10) \quad b h \phi = \alpha e^{-\beta z} \quad (11)$$

$$z = 1 \text{ にて } \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (12) \quad z = 0 \text{ にて } \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{6}{\kappa} C_b u_b^2 \quad (13)$$

以上は、非線形項を含む二階常微分方程式の二点境界値問題にほかならない。解析は摂動法による必要があるが、通常の摂動展開では二階微分の項が無視されやすく、底面境界近傍におけるこの項の重要な役割が保障されない。そのため、接合漸近展開法の適用をはかる。ここでは、式(14)～(15)の変換をおこない、 ν の0次、1/2次、1次のオーダーによる展開をおこなうが、紙面の都合上解の誘導過程は省略し、結果的に得られる無次元流速分布の解を書き下す。

$$\nu = \frac{\kappa}{6} \sqrt{\frac{1}{C_f b h \phi}} = \frac{\kappa}{6} \sqrt{\frac{1}{C_f \alpha}} e^{\frac{\beta}{2} z} \quad (14)$$

$$\psi = \sqrt{C_f b h \phi u^2} = \sqrt{C_f \alpha} e^{-\frac{\beta}{2} z} u \quad (15)$$

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{\sqrt{C_f \alpha}} e^{\frac{\beta}{2} z} \left[1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \beta \sqrt{\frac{\kappa}{6} \sqrt{C_f \alpha}} e^{\frac{\beta}{4} z} \left(1 - \frac{7}{8} \beta z \right) \frac{1}{\sinh \left(\sqrt{2} \frac{\kappa}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha} e^{-\frac{\beta}{4} z} \right)} \left\{ \cosh \left(\sqrt{2} \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha} \left(e^{-\frac{\beta}{4} z} z - e^{-\frac{\beta}{4} z} \right) \right) - \frac{4}{4-\beta} \cosh \left(\sqrt{2} \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha} e^{-\frac{\beta}{4} z} z \right) \right\} + \frac{\beta^2}{4} \frac{\kappa}{6} \sqrt{\frac{1}{C_f \alpha}} e^{\frac{\beta}{2} z} \left[1 + \frac{1}{12} \frac{1}{\sinh^2 \left(2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha} e^{-\frac{\beta}{4} z} \right)} \left\{ \frac{8}{4-\beta} \times \cosh \left(\sqrt{2} \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha} e^{-\frac{\beta}{4} z} \right) - \left(\frac{4}{4-\beta} \right)^2 - 1 \right\} + \frac{1}{12} \frac{1}{\sinh^2 \left(2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha} e^{-\frac{\beta}{4} z} \right)} \left\{ \sinh \left(\sqrt{2} \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha} \left(e^{-\frac{\beta}{4} z} z - e^{-\frac{\beta}{4} z} \right) \right) - \left(\frac{4}{4-\beta} \right)^2 - 1 \right\} \right] \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& e^{-\frac{\beta}{4}} \Big) \Big) - \frac{4}{4-\beta} \sinh \left(\sqrt{2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha e^{-\frac{\beta}{4} z}}} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha e^{-\frac{\beta}{2} z}} z^2 + \frac{7}{4} \right) \frac{1}{\sinh \left(\sqrt{2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha e^{-\frac{\beta}{4} z}}} \right)} \Bigg\{ \sinh \\
& \left(\sqrt{2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha}} \left(e^{-\frac{\beta}{4} z} z - e^{-\frac{\beta}{4}} \right) \right) - \frac{4}{4-\beta} \sinh \left(\sqrt{2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha e^{-\frac{\beta}{4} z}}} \right) \Big\} + \left[\frac{1}{12} \left\{ \coth \left(\sqrt{2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha e^{-\frac{\beta}{4} z}}} \right) \right. \right. \\
& - \frac{4}{4-\beta} \operatorname{cosech} \left(\sqrt{2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha e^{-\frac{\beta}{4} z}}} \right) - 1 \Big\}^2 + \frac{4 C_b}{\beta^3} \left(\frac{6}{\kappa} \right)^2 \Big] \cosh \left(\sqrt{2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha e^{-\frac{\beta}{4} z}}} \right) \\
& - \frac{1}{32} \left\{ \cosh \left(\sqrt{2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha e^{-\frac{\beta}{4} z}}} \right) - \frac{4}{4-\beta} \operatorname{cosech} \left(\sqrt{2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha e^{-\frac{\beta}{4} z}}} \right) + 13 \right\} \left\{ \cosh \left(\sqrt{2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha e^{-\frac{\beta}{4} z}} z} \right) \right. \\
& + \sinh \left(\sqrt{2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha e^{-\frac{\beta}{4} z}} z} \right) \Big\} \\
& + \frac{19}{96} \left\{ \coth \left(\sqrt{2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha e^{-\frac{\beta}{4} z}}} \right) - \frac{4}{4-\beta} \operatorname{cosech} \left(\sqrt{2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha e^{-\frac{\beta}{4} z}}} \right) - \frac{39}{19} \right\} \\
& \left. \left. \left. \left[\cosh \left(\sqrt{2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha e^{-\frac{\beta}{4} z}} z} \right) - \sinh \left(\sqrt{2 \frac{6}{\kappa} \sqrt{C_f \alpha e^{-\frac{\beta}{4} z}} z} \right) \right] \right] \right] \quad (16)
\end{aligned}$$

上式を求める際に、境界条件に関しても摂動をほどこし、オーダーごとに条件式を導く方法をとった。しかし、未知定数（4個）に対して条件過剰となるため、水面条件をゼロ次オーダーのみにとどめるている。この結果、水面で流速分布が直交しないという問題がでている。流速の自乗によって条件付けられる底面せん断力は、3番目のオーダーではじめて有意な形になるので、これ以下のオーダーで条件を閉じるわけにいかない。したがって、水面条件を増やすためには摂動展開の次数を上げる必要があるが、膨大な項数になり事実上計算は不可能になる。

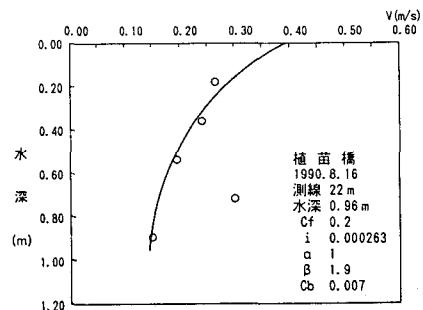
5-(2) 実測値との照合

式(16)の中には、 C_f 、 C_b 、 α 、 β の4つのパラメータが含まれている。このうち、 $C_f=0.20$ を固定して残り3箇のパラメータを実測流速に近づくように選んで例示すると、図-8~13のようになる。ただし、有次元になおして描いている。全測定分布27のうち、実測流速分布の傾向をかなりよく表している理論線が14ほどあり、式(16)の有用性は一応認められる。

理論流速分布は、パラメータの値によって大きく異なる。このことは、葉密度分布の現れかた次第によってさまざまな流速分布が生ずることを示す。

刈り取り後間もない8月17日のデータは、 α が1前後の小さ目の値、 β が2前後、Cbが0.01以下をとるものが多く、大部分が上層の速い流速分布になっている（図-8、10）。前述のように、水面せん断力ゼロの条件を考えると理論解は本来水面に垂直に交わらねばならないが、条件設定のあまさから必ずしもそのようになっていない。

これに対し、9月26日のデータは、 α が10前後、 β がほぼ2、 C_b が0.006前後の値をとったのものが多く、このときの分布は上層で減速するタイプになる（図-11、12）。これを極端にしたのが図-9であり、この場合は β が負（葉密度が水面に近づくほど



1-8 理論流速分布と実測値 (植苗橋 8月16日, 測線22m)

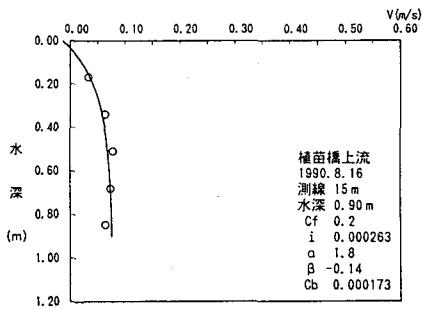


図-9 理論流速分布と実測値
(植苗橋上流 8月16日, 測線15m)

大きくなると解釈される)で、下で速く上で遅い逆転分布になっている。しかし、 $\alpha=30$ 以上、 $\beta=2.6$ 、 $C_b=0.02$ をあたえてよく一致し、水面に向かうにつれ高速化している箇所もある(図-13)。これは、 α 、 β がほぼ平均値に近い場合のケースである。

パラメータ C_b は底面流速の大きさに直接関係しており、0.001から0.02の範囲内にある。対数則(粗面)から得た C_b は0.014程度であり妥当な値といえる。ただし、このパラメータは流速分布形状のみならず平均流速に大きな影響をあたえるので正確な推定が必要である。

以上のように、式(16)の有用性は明らかであるが、 α 、 β 、 C_b による分布形の変化は予想以上に複雑であり、 n 値への換算、あるいは理論水位流量曲線の推定までにはやや間があるようと思われる。流速分布に対する各パラメータの働きを明確にする一方で、流れを代表する植生状態(特に葉密度分布)を見いだし結合することが必要である。できれば、水温、水位のみから流量を推定したいと考える。

6.まとめ

(1)水理学的にみて水草の成長は草丈によって代表でき、その伸長・枯縮は粗度係数の増加・減少をもたらす。(2)美々川におけるフサモ、セキショウモなどの水草類は、表面抵抗と形状抵抗の両者を流れにあたえ、その平均抵抗係数は0.13~0.2ほどになる。また、葉密度分布は指數関数で近似的に表される。(3)葉密度分布をおりこんだせん断流式から得られる流速分布の摂動解は、特徴的な種々のタイプの実測分布をよく表現する。しかし、見かけの粗度係数に結び付けるには、パラメータの感度解析、代表植生状態の把握が必要である。

参考文献

- Chow Ven Te(1959):Open Channel Hydraulics, McGraw-Hill
- Kowen, N. and T. E. Unny(1973):Flexible roughness in open-channels, J., ASCE, Vol. 99, HY-5.
- Li R. M. and H. W. Shen(1973):Effect of tall vegetation on flow and sediment, J., ASCE, Vol. 99, HY-5.
- 日野・歌原(1977):水草のある流れの水理学的研究、土木学会論文報告集、第286号
- 室田・福原(1983):水生植物を有する開水路流れの乱流構造に関する実験的研究、土木学会論文報告集、第338号
- 石川・田中(1987):開水路中のかん木の抵抗特性に関する研究、第31回水理講演会論文集
- 福岡・藤田・平林・坂野(1987):樹木群の流水抵抗について、第31回水理講演会論文集
- 渡邊・北条・清水(1991):樹木の存在する河道の流況特性、水工学論文集、第35巻

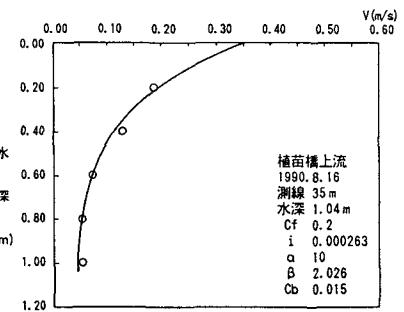


図-10 理論流速分布と実測値
(植苗橋上流 8月16日, 測線35m)

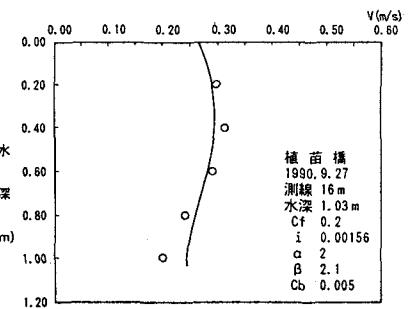


図-11 理論流速分布と実測値
(植苗橋 9月27日, 測線16m)

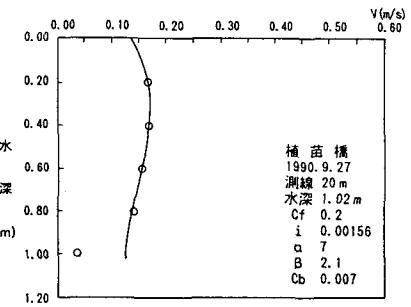


図-12 理論流速分布と実測値
(植苗橋 9月27日, 測線20m)

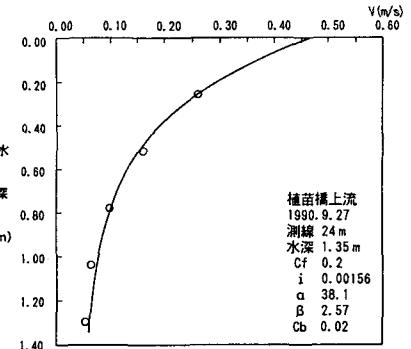


図-13 理論流速分布と実測値
(植苗橋上流 9月27日, 測線24m)