Ⅰ－49　Ｔｕｎｅｄ Ｍａｓｓを取り付けた骨組構造物の振動減衰に関する研究

専修大道短大　正員　金子　孝吉
北海学園大　正員　当麻　庄司
北海学園大　正員　早川　寛志
専修大道短大　正員　三上　敬司

１．　まえがき

最近、構造物の免震や制震に対する研究が活発になり、その成果は実際の建築物に応用されるようになってきているが、構造物に耐震性をもたせることの原点はあくまで構造物自体が地震力に耐えることができるという耐力構造にあり、その上に立って免震構造や制震構造の考え方が応用されるべきであると考える。

そこで基本的には構造物にあまり小細工を要せず、簡単なＴＭＤを取り付けた構造物自体にそれなりの耐震性を持たすことができればそれに越したことはない。その場合の厳密な理論を組み立てておき、その振動性状を把握しておくことが大事である。

これまですでに、著者らは骨組構造物における質量分布や骨組構造の形式の違いによってどのように振動の仕方が変わるのか、また非対称に質量が配置された場合はどうなのかを調べる基礎的な模型振動実験を行ってきた[1),2)]。またさらに多自由度の振動系における減衰特性を調べるため骨組構造物の自由減衰振動を計測しその波形から減衰定数を求めて整理した。そして試作のＴＬＤ、ＴＭＤを骨組構造物模型に取り付けて振動振幅を減少させる制振効果を調べる実験を行った。その結果、構造物の共振周波数に合わせたＴＬＤやＴＭＤを使用すれば十分な制振を行うことができることを確認してきた[3)]。

ここでは小さな質量（ＴＭＤ）を上部に取り付けた骨組構造物の振動理論を組立て解析を行い、そのＴＭＤがどの程度振幅減衰に寄与しているかを検討したのでここに報告する。

２．　ＴＭＤを取り付けた構造物の理論解析

一般的な多自由度系骨組構造物の運動方程式は

$$[M]\ddot{x}+[C]\dot{x}+[K]x=P\ddot{g}(t) \qquad (1)$$

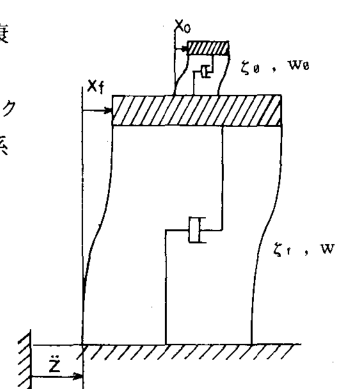
で表され、ここに、［Ｍ］、［Ｃ］、［Ｋ］はそれぞれ nxn の質量、減衰係数、復元係数のマトリックス、$P=[p_{ij}]$ は nxm の荷重係数ベクトル、$\ddot{g}(t)=\{\ddot{g}_j(t)\}$ は mx1 の荷重時間関数ベクトル、ｘ は nx1 の相対変位ベクトルである。いま、単一の外力を $P\ddot{g}(t)=Ae^{iwt}$ とすれば、この構造系の周波数応答関数は

$$H(w)=[-w^2M+iwC+K]^{-1} \qquad (2)$$

で定常入力に対する単位インパルス応答関数は

$$h(t)=[h_{ij}(t)] \qquad (3)$$

で表され、ここに、$h_{ij}(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}H_{ij}(w)e^{iwt}dw$である。



図－１　ＴＭＤ構造系モデル

強制地震外力ＰＧ(t)の場合に対する応答は一般に、

$$x(t)=\int_0^t h(t-\tau)PG(\tau)d\tau \qquad (4)$$

である。一方、ϕ と x_t を固有値解のモーダルマトリックスと時間関数マトリックスとすれば、

A Study on Dynamic Damping Behavior of Framed Structure with Tuned Mass
by Takakichi KANEKO, Shoji TOHMA, Hiroshi HAYAKAWA and Takashi MIKAMI

$$x(t)=\phi x_t \tag{5}$$

のように応答解が表され、$K\phi=w^2M\phi$なる関係があり、w_iとζ_i をi番目の固有円振動数とモーダル減衰定数、$\gamma_i=\phi_i{}^TP/M_i$をモーダル刺激係数とすれば、時間関数に関する式は

$$\ddot{x}_{ti}+2\zeta_i w_i\dot{x}_{ti}+w_i{}^2x_{ti}=\gamma_i\,\ddot{g}(t) \tag{6}$$

で表され、強制項の解の形は式（４）のデュアメル積分と同じ形になる。

さて、この構造系の上に別の小さな振動系（Tuned Mass）を図－１に示すように取り付けた構造系を考える。ζ_0とw_0をＴＭＤの部分の減衰係数と固有円振動数とすれば、この構造系全体のｉ次モードに関する運動方程式は

$$\ddot{x}_0+2\zeta_0w_0\dot{x}_0+w_0{}^2x_0=-(\ddot{z}+\ddot{x}_{ti}) \tag{7}$$

$$\ddot{x}_{ti}+2\zeta w\dot{x}_{ti}+w^2x_{ti}=-\ddot{z}$$

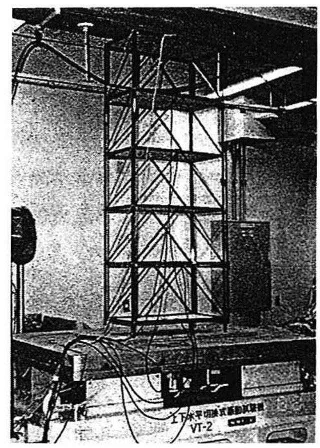
である。この式は骨組構造系の相対変位ベクトルにおけるｉ次モードに関する相対変位x_{ti}とＴＭＤ系の相対変位x_0が強制外力zによって引き起こされる場合の運動方程式になっている。

このとき状態ベクトルは　$x_t=\{x_0\ \dot{x}_0\ x_{ti}\ \dot{x}_{ti}\}^T$で、

$$\dot{x}_t=Ax_t+B\ddot{z}(t) \tag{8}$$

なる関係で示される。ここに、

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -w_0{}^2 & -2\zeta_0w_0 & w_{ti}{}^2 & 2\zeta_{ti}w_{ti} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -w_{ti}{}^2 & -2\zeta_{ti}w_{ti} \end{pmatrix}、B=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

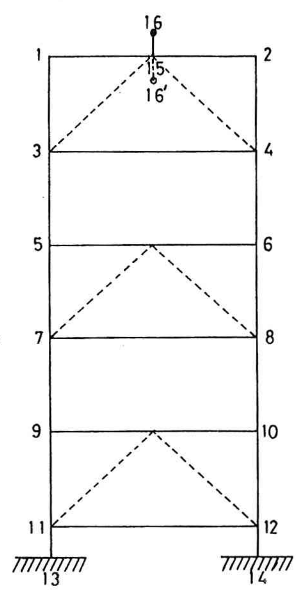


写真－１　５層骨組構造模型

である。この式（７）についても式（６）までの操作を行うことによって応答変位の式を式（４）と同じ形で表現することができる。地震等の外力を受けて卓越するモードの骨組構造系の固有円振動数w_{ti}に対してＴＭＤの固有円振動数w_0が等しい場合にその近傍に新たな２つの固有円振動数の値を生じることになる。このとき、$w_{ti}\fallingdotseq w_0$ のような１次の場合に生じる低い固有円振動数と高い固有円振動数をw_lとw_hとし、周波数をf_lとf_hとすることにする。式（８）の応答解から誘導される応答スペクトルはこの周波数でピークを有することになり、その振幅$H(f_l)$と$H(f_h)$はＴＭＤなしの場合より小さな値を示すことになる。

なおこのような多自由度骨組構造の振動解析理論は目新しいものではなく、ラーメン部材、トラス部材、スロープ部材などを用いた立体構造物の固有値解析や線形地震応答解析はすでにどこの研究機関でも行われており、解析プログラムも各種出回っている。３次元多自由度構造物の線形地震応答のシミュレーション解析も実務設計にまで取り入れられるようになってきている。

ここでは線形骨組構造物の固有値解析、応答解析の部分は既往の市販ソフトプログラムを使用し、ＴＭＤを取り付けた理論を組み込むだけで多自由度系骨組構造物の振動応答解析を解決している。



図－２ 平面骨組解析モデル

３．　２次元５層骨組構造物の解析および実験結果との比較

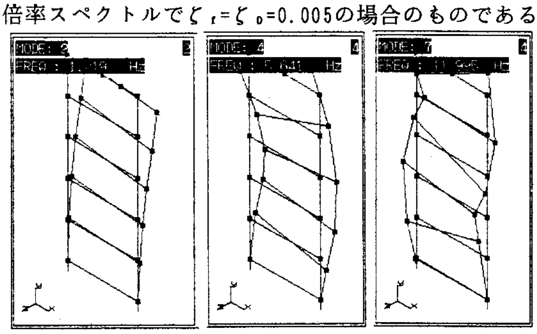
写真－１に示すような５層の骨組構造模型に試作のＴＭＤを取り付け、油圧サーボ型の振動台上に設置して水平に振動させ、各層における加速度を記録する実験を行った。模型の部材材料はアルミニウムのアングル材で、床板

には木合板を用いている。実験は正弦波入力加振とし、振幅を一定にしておき振動数を色々と変化させて行った。共振周波数に近づくにしたがって応答振幅が減少し共振点ではきわめて大きな制振効果がみとめられた[3)]。

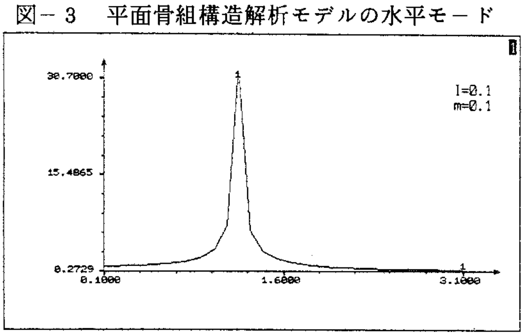
この骨組構造の理論解析による検証を行うために、図－２に示すような、上部（あるいは下部）に小さなＴＭＤを取り付けた平面骨組構造を扱うことにした。この構造は振動実験に用いた模型と同じ寸法を有する基本系である。図－３は水平方向のモードを３次まで示したものであるが、上下方向のモードも含めるとそれぞれ２次（1.219Hz）、４次（5.611Hz）および７次（11.995Hz）のモードになっている。この水平１次の周波数 1.219 Hz（あるいは周期 0.820 秒）にＴＭＤの固有周期を近づけるべく、その近傍で断面剛性を変化させながら周波数の変化する様子を調べた。

さらに、その周波数近傍での振幅倍率を調べるために、正弦波入力に対する応答倍率スペクトルを求めた。この計算例の場合の条件として、各自由度にかかる集中質量に対するＴＭＤの質量の比が 0.00125 という値を取っている。また減衰定数はζ_f、ζ_0ともに一様に 0.005、0.05 の２通りの場合を用いて比較した。

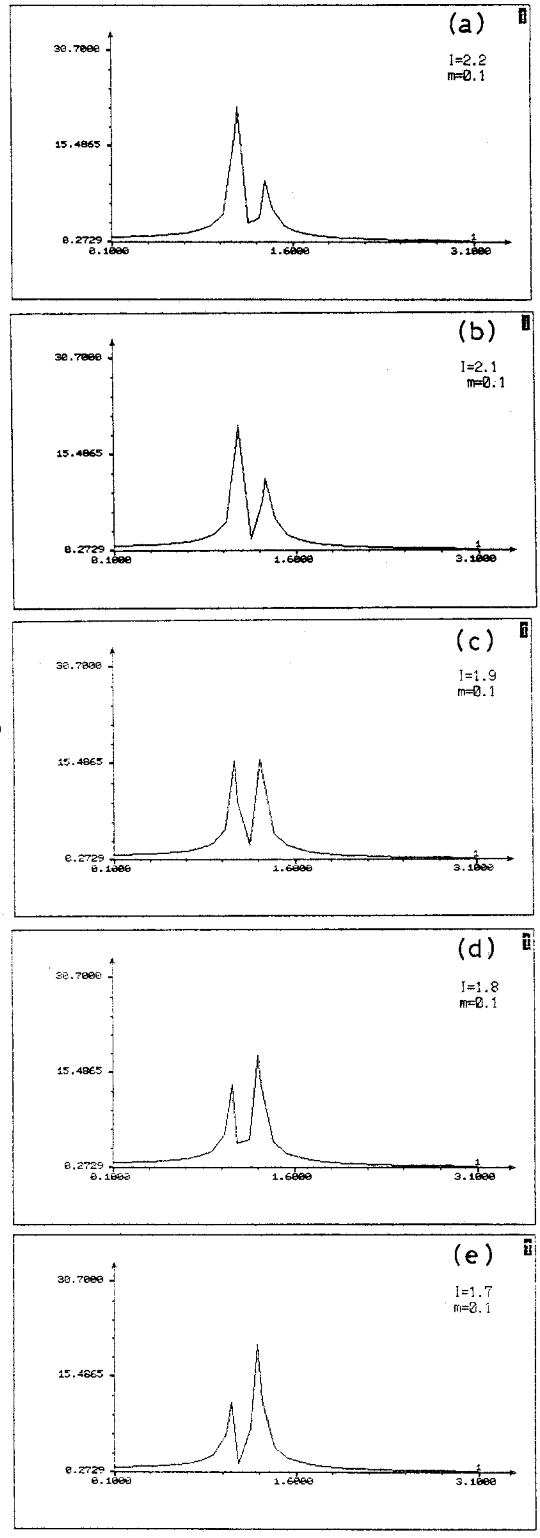
図－４はＴＭＤなしの水平１次モード近傍での応答倍率スペクトルで$\zeta_f=\zeta_0=0.005$の場合のものである。



図－３　平面骨組構造解析モデルの水平モード



図－４　ＴＭＤなしの場合の応答倍率スペクトル



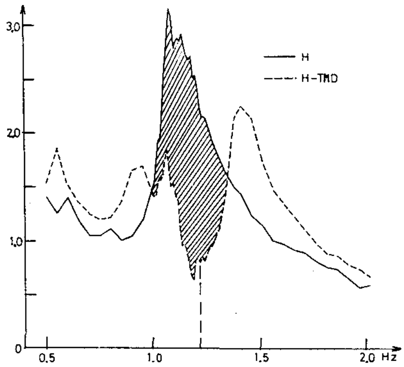
図－５　ＴＭＤありの場合の応答倍率スペクトル

一方、図－５はＴＭＤを取り付けた場合の応答倍率スペクトルで上からＴＭＤの断面剛性を周波数の高い方から変化させたものである。２つのピークのうちの振幅の小さい方がＴＭＤ固有の周波数のところで、振幅の大きい方が骨組構造系の水平１次の周波数と見なすことができよう。ＴＭＤがあれば当然２つのピークが本来単独で持っている固有の周波数を両側に引き離す効果を示す。２つのピークの振幅もＴＭＤなしに比べてかなり小さく、図－４の単一のピークの振幅のほぼ 1／2 になるような等しい２つのピークを有する図－５（ｃ）の場合が最もＴＭＤの効果があらわれた場合となる。

ここで、減衰定数を大きくすれば振幅倍率も減少することになるが周波数特性に変化は生じない。

つぎに、２つのピークの周波数 f_l、f_h と振幅 $H(f_l)$、$H(f_h)$ の値を表－１に示した。断面剛性を決めるときの断面２次モーメントＩの小さい方から順に適当な間隔で表されている。また、図－６には５層骨組構造物の模型実験から得られた応答倍率スペクトルの１例である。これはＫ形筋かいをはずした構造で 1.2 Ｈｚ 付近に共振点を有するものである。これは図－５（ｄ）の場合に相当するもので理論解析された結果と一致するものである。

表－１では２つのピークの振幅値の和（Ｒ）の値を右の欄に表してあるが、いずれもほぼ等しい値を示している。



図－６　５層骨組構造物模型実験より求めた応答倍率スペクトル

表－１　応答倍率スペクトルの各ピークにおける周波数と振幅の値

I	f_l	$H(f_l)$	f_h	$H(f_h)$	R
1.7	1.071	11.200	1.289	20.261	31.461
1.8	1.085	13.084	1.310	18.408	31.492
1.9	1.100	15.366	1.317	16.126	31.492
2.0	1.120	17.785	1.339	13.699	31.484
2.1	1.130	19.948	1.350	11.584	31.532
2.2	1.135	21.534	1.365	9.758	31.292
3.0	1.171	28.297	1.550	3.194	31.491

＊ TMD なしの共振点では f=1.219 ，R=30.776

４．　あとがき

Tuned Mass（ＴＭＤ）を取り付けた５層骨組構造物の理論的な固有値解析および応答解析を行った結果、つぎのことが言える。ＴＭＤの固有の周波数を構造系本体の各モードの周波数に一致させ共振させることによって応答倍率スペクトルは理論的に ① 共振周波数の両側に２つのピークを生じさせる。 ② そのピークの振幅値を 1／2 までに減少させる。 ③ 共振周波数の近傍で２つのピーク値の和は一定値になる。 ④ 共振周波数は２つのピークの周波数の中央にある。 ⑤ 減衰定数が大きければピーク値は減少する。 ⑥ 実際の構造物－ＴＭＤ系の質量比は１％ぐらいで使用されることが多いが質量比が１％以下でも減衰効果をもたすことが可能である。以上のＴＭＤによる振動減衰効果は実際の振動実験による結果でも生じ、理論的にも十分に解析できることが説明できた。

なお、解析には株式会社横河技術情報のソフト COSMOS／M および アメリカカリフォルニア大学バークレー校 Armen Der Kiureghian 教授らのソフトプログラム STOCALⅡ を使用したことを記すとともに、演算していただいた北海学園大学４年本間　薫君に感謝するしだいである。

［参考文献］

１）当麻、早川、金子：骨組構造物の振動性状に関する基礎実験、北海学園大学工学部研究報告、1989。
２）金子、当麻、早川：非対称骨組構造物の振動性状に関する基礎実験、土木学会北海道支部研究発表会論文報告集、1989。
３）金子、当麻、早川、三上：骨組構造物の振動減衰に関する基礎実験、土木学会北海道支部研究発表会論文報告集、1991。
４）藤野、ベニート、ピヤワット、孫、古賀：ＴＭＤアナロジーをベースにしたＴＬＤの特性の理解、構造工学論文集、Vol.36A、1990。