

I-37

単弦ローゼ橋の固有振動特性について

北海道大学工学部 正員 林川 俊郎

北海道開発局開発土研 正員 中野 修

北海道大学工学部 学生員 松山 英治

1. まえがき

近年、耐震性能向上の観点より斜張橋、高架橋、連続桁等、高次の不静定構造の橋梁に対する動的応答解析が必要となってきた。そこで、A.M.Abdel-Ghaffar¹⁾はケーブルの振動による斜張橋の動的応答について立体振動解析を行っている。また、著者ら²⁾は固有振動解析における固有値の精度を平面骨組構造物について検討してきた。

単弦ローゼ橋は補剛桁を、中央分離帯上に配置された1本のアーチ弦で補剛した構造形式である。この形式は2主構のアーチ橋に比べて構造が単純化できることにより鋼重が軽減でき、利用者からの展望に優れている。さらに、曲率および斜角を有する橋梁、道路の拡幅等、道路線形に対応することが可能な構造形式であり、この点応用範囲の広い構造形式であると言える。この形式は Wanne Bickel で歩道橋（1952年、ドイツ）として架設されたものが最初で、本格的な道路橋としては Salzach川を渡る橋梁（1969年、オーストリア）がある。我が国では、泉大津大橋（1976年、大阪）に初めてこの形式が採用された。そこで、本研究では単弦ローゼ橋の耐震性に対する振動解析上のモデル化の妥当性を検討するために、3次元モデルについて固有振動解析を行い、固有値の精度を検討しその固有振動特性について報告するものである。

2. 固有振動解析

2-1. 解析方法

本研究の固有振動解析は、離散座標系による解法を用い、その最終的な振動数方程式は式（1）のような固有値問題に帰着される。

$$\det |K - \omega^2 M| = 0 \quad (1)$$

ここで、 K と M は図-1に示すような3次元骨組部材の剛性マトリックスと質量マトリックスを重ね合わせて得られた全体剛性マトリックス $[K]$ と全体質量マトリックス $[M]$ であり、 ω は構造物の固有円振動数である。固有値問題の解析は北海道大学大型計算機センターの数値計算副プログラム・ライブラリMSLを用いて行った。

2-2. 質量マトリックス

質量系のモデル化は、質量を多質点系に離散化する離散座標系による解を用いる。この方法は、軸変形には1次式、曲げ変形には3次式の変位関数を用いて部材要素の質量を分配する整合質量法（consistent mass method）と、部材要素の片側半分の質量と質量モーメントを両節点に等しく置換する集中質量法（lumped mass method）の2通りに分類される。本研究では、固有値を精度よく求めることができると言われている整合質量法を用いて数値計算を行う。

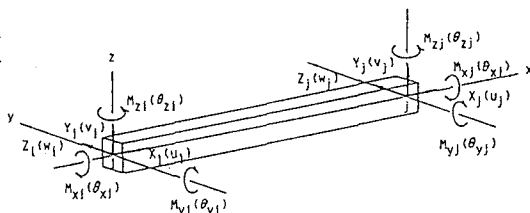


図-1 部材座標系、節点変位、節点力

Characteristics of Natural Periods of Mono-Lohse Bridge.

by Toshiro HAYASHIKAWA, Osamu NAKANO and Eiji MATSUYAMA.

2-3. 解析モデル

本研究の数値計算には、図-2に示すような橋長 94.925mで、斜角を有する3主桁の鋼床版単弦ローゼ橋（北旭川大橋）の断面諸元を用いる。また両端に設けられた桁は、道路線形に沿った曲率を有する。ただし、以下に斜角は橋軸直角方向軸（Y軸）を基準として考えるものとする。また、鋼床版は床版のせん断変形量を考慮して、図-3に示すような3タイプのトラス部材にモデル化する。

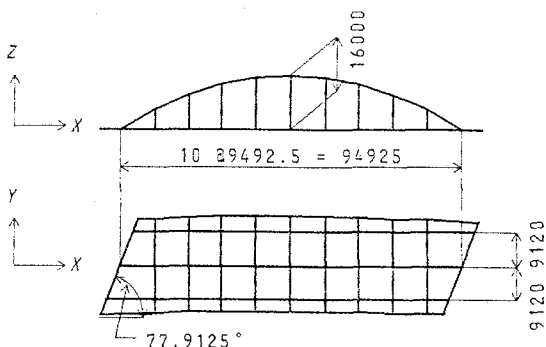


図-2 北旭川大橋

3. 数値計算結果

3-1. 解析例

はじめに、床版骨組はMODEL-1を用い、図-2に示す骨組モデルで解析した結果を示す。計算された第1次から12次までの固有振動モードを図-4に、固有周期および有効質量率を表-1に示す。

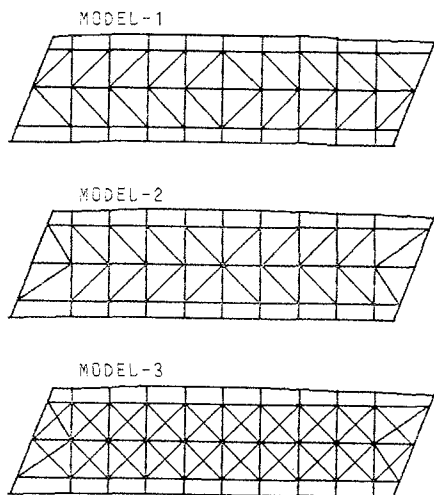


図-3 床版骨組モデル

表-1 解析結果

MODE	固有周期 (SEC)	有効質量率 (%)
1	1.0288	0.344
2	0.7828	3.719
3	0.5392	0.066
4	0.5007	21.094
5	0.3857	0.001
6	0.3229	2.647
7	0.3180	22.865
8	0.2494	2.684
9	0.1994	0.002
10	0.1655	0.128
11	0.1508	27.518
12	0.1453	3.720

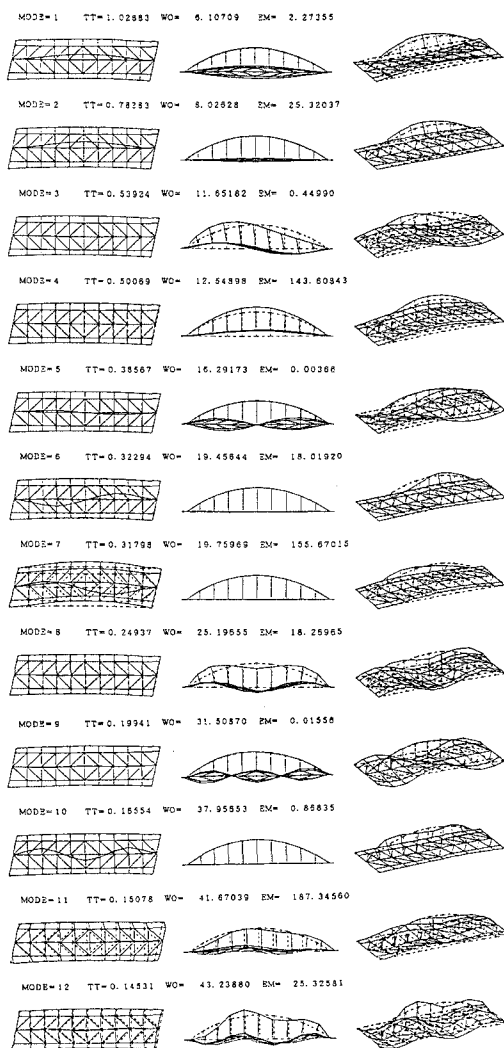


図-4 固有振動モード（単弦）

このモデルの第1次固有振動モードはねじり振動モードであり、第5次、9次にもねじり振動が現れている。鉛直方向の曲げ振動は、第3次、4次、8次、12次に現れ、橋軸直角方向の曲げ振動は第7次、13次に、橋軸方向の振動は第11次モードに現れている。また、第2次、6次、10次モードにはアーチ部材の振動が卓越して現れている。

表-1より、有効質量率は鉛直対称1次モード（固有周期=0.5007sec）が21.1%、橋軸直角方向1次モード（固有周期=0.3180sec）が22.9%、橋軸方向モード（固有周期=0.1508sec）が27.5%となっており、これらで全体の有効質量の70%以上を占めている。

3-2. 集中質量法と整合質量法との比較

質量マトリックスの違いによる固有値の精度の検討を行うために、斜角が0°と30°の場合を整合質量法（C.M.M.）と集中質量法（L.M.M.）によって計算した。その結果（床版モデル1）を表-2に示す。表-2中のL/Cは、C.M.M.による解に対するL.M.M.による解の比を示す。文献2)より、一般的に固有円振動数の値は、C.M.M.で得られる解の方がL.M.M.で得られる解より大きくなる傾向にある。表-2において斜角0°の場合の橋軸方向モード、斜角30°の場合の鉛直逆対称1次およびアーチ1次モードが固有周期でC.M.M.による解の方が大きくなっている。これは、これらのモードが他のモードと連成振動している結果と思われる。また、斜角30°におけるねじれ1次モードに、大きく差が出ているのもこの連成振動が原因と思われる。全般的に高次モードほど差が大きくなる傾向がみられる。

3-3. 床版モデルの影響

床版モデルによる固有値の変化の比較のため、図-3に示す床版モデルについての計算を行い、あわせて斜角についての計算も行った。その結果を表-3に示す。表-3より、床版モデルによる差異は橋軸直角方向の固有周期にやや現れているが、その影響は比較的小さい。

表-2 質量マトリックスによる固有周期の比較

		(SEC)					
SKEW ANGLE		0°			30°		
MODE SHAPE		L.M.M.	C.M.M.	L/C	L.M.M.	C.M.M.	L/C
橋軸方向		0.150	0.151	0.99	0.152	0.149	1.02
橋軸直角方向	1次	0.323	0.320	1.01	0.311	0.303	1.03
	2次	0.134	0.131	1.02	0.132	0.129	1.02
鉛直対称	1次	0.501	0.499	1.00	0.508	0.478	1.06
	2次	0.261	0.251	1.04	0.247	0.238	1.04
	3次	0.107	0.097	1.10	/	/	/
鉛直逆対称	1次	0.551	0.543	1.01	0.531	0.537	0.99
	2次	0.158	0.146	1.08	0.148	0.140	1.06
ねじれ	1次	1.028	1.006	1.02	0.981	0.743	1.32
	2次	0.393	0.386	1.02	0.393	0.374	1.05
	3次	0.206	0.199	1.04	0.213	0.202	1.05
	4次	0.128	0.120	1.07	0.139	0.131	1.06
アーチ	1次	0.818	0.793	1.03	0.812	1.288	0.63
	2次	0.337	0.323	1.04	0.340	0.328	1.04
	3次	0.176	0.165	1.07	0.179	0.168	1.07
	4次	0.108	0.099	1.09	0.111	0.100	1.11

表-3 床版モデルによる固有周期の比較

		(SEC)								
		0°			15°			30°		
MODE SHAPE		M-1	M-2	M-3	M-1	M-2	M-3	M-1	M-2	M-3
橋軸方向		0.151	0.150	0.149	0.151	0.150	0.148	0.149	0.150	0.147
橋軸直角方向	1次	0.320	0.328	0.285	0.317	0.314	0.278	0.303	0.288	0.263
	2次	0.131	0.131	0.116	0.131	0.129	0.115	0.129	0.122	0.110
鉛直対称	1次	0.499	0.510	0.499	0.499	0.509	0.501	0.478	/	/
	2次	0.251	0.251	0.251	0.248	0.248	0.248	0.238	0.241	0.237
	3次	0.097	0.097	0.097	0.095	0.095	0.095	/	0.090	/
鉛直逆対称	1次	0.543	0.541	0.542	0.537	0.537	0.537	0.537	/	(0.551)
	2次	0.146	0.146	0.146	0.145	0.145	0.144	0.140	0.140	0.139
ねじれ	1次	1.006	1.032	1.006	1.018	1.018	1.018	0.743	1.312	1.321
	2次	0.386	0.386	0.386	0.386	0.386	0.385	0.374	0.381	0.384
	3次	0.199	0.199	0.199	0.200	0.200	0.200	0.202	0.205	0.204
	4次	0.120	0.120	0.120	0.122	0.122	0.122	0.131	/	0.131
アーチ	1次	0.793	0.785	0.779	0.790	0.790	0.790	1.288	0.758	0.763
	2次	0.323	0.319	0.321	0.324	0.324	0.323	0.328	0.330	0.320
	3次	0.165	0.165	0.165	0.166	0.166	0.166	0.168	0.167	0.168
	4次	0.099	0.100	0.099	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100

M-1 : MODEL-1, M-2 : MODEL-2, M-3 : MODEL-3

3-4. 両弦ローゼ橋との比較

図-5は、アーチ部分（上弦材）を両側主桁上に配置し、両弦ローゼ橋とした場合の固有振動モード（斜角 0° ）を示している。

両弦の場合の第1次固有振動モードはアーチ面外への振動モードである。このアーチの振動モードは第1次、第2次にみられるように固有周期の近い（重根）逆位相の1対の形で現れ、アーチ部分のみが独立した形で振動する。鉛直方向の振動は第3次、4次、10次に現れ、橋軸直角方向の曲げ振動は第9次、16次に現れている。また、橋軸直角方向の第9次モードは、ねじり振動と連成している。ねじり振動モードは第5次、6次、11次に現れている。なお、橋軸方向の振動モードは鉛直逆対称2次モードと連成振動して第14次、15次に固有周期 0.15 secで現れている（図-6）。

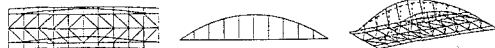
斜角が 20° を越えると連成振動の影響が大きくなり、高次モードではモード形の判断が難しくなっている。特にねじり振動にその影響が出ており、低次モードでも斜角 20° の第4次、5次、6次モードに顕著に現れている（図-7）。

3-5. 斜角の影響

表-4と表-5には、斜角を 5° きざみで変化させたときの単弦ローゼ橋と両弦ローゼ橋の固有周期をそれぞれ示す。全体的に、斜角の影響は鉛直曲げ振動とねじり振動の固有周期にやや現れるが、その他の振動モードにはほとんど現れないことがわかる。

有効質量率は、単弦、両弦ともに橋軸方向モード、鉛直対称1次モード、橋軸直角1次モードで卓越している。図-8,9には斜角がこれらの振動モードの有効質量率に与える影響を示している。斜角が大きくなると、図-8より単弦の場合には橋軸直角方向の振動モードの有効質量率が增加する。それに対し、図-9より両弦の場合には橋軸方向の振動モードの有効質量率が増加していることがわかる。この卓越する振動モードの有効

MODE=1 TT=0.82138 WD= 7.64977 EM= 29.42857



MODE=2 TT=0.80509 WD= 7.80432 EM= 0.00037



MODE=3 TT=0.54438 WD= 11.54194 EM= 0.36352



MODE=4 TT=0.49222 WD= 12.78485 EM= 142.85473



MODE=5 TT=0.38816 WD= 16.18700 EM= 0.00311



MODE=6 TT=0.35763 WD= 17.55397 EM= 35.60272



MODE=7 TT=0.31860 WD= 19.72092 EM= 0.00003



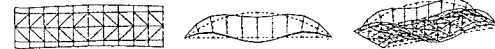
MODE=8 TT=0.31860 WD= 19.72092 EM= 0.14118



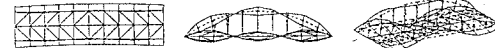
MODE=9 TT=0.30216 WD= 20.79445 EM= 131.66682



MODE=10 TT=0.25309 WD= 24.82613 EM= 15.22401



MODE=11 TT=0.19742 WD= 31.82761 EM= 0.61925



MODE=12 TT=0.16378 WD= 35.35438 EM= 1.59934



図-5 固有振動モード（両弦）

MODE=14 TT=0.14990 WD= 41.91599 EM= 100.08392



MODE=15 TT=0.14710 WD= 42.71404 EM= 135.42325



図-6 高次の連成振動

MODE=4 TT=0.53277 WD= 11.79245 EM= 136.83698



MODE=5 TT=0.36977 WD= 16.99228 EM= 0.79847



MODE=6 TT=0.34646 WD= 18.13535 EM= 44.04543



図-7 低次の連成振動

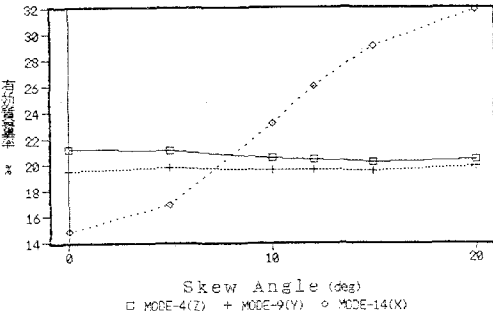
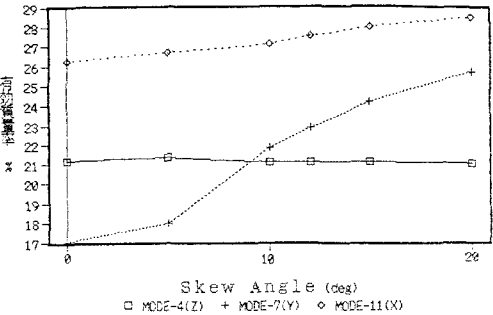
質量の占める割合は斜角とともに増加し、斜角20°では単弦、両弦とも70%以上を占める。
また、鉛直方向の振動モードに与える斜角の影響は小さい。

表-4 斜角の変化による固有周期 (単弦) (SEC)

MODE SHAPE		SKEW ANGLE (deg)						
		0	5	10	15	20	25	30
橋軸方向		0.151	0.151	0.151	0.151	0.150	0.150	0.149
橋軸直角方向	1次	0.320	0.319	0.319	0.317	0.315	0.311	0.303
	2次	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.130	0.129
鉛直対称	1次	0.499	0.499	0.497	0.499	0.500	0.499	0.478
	2次	0.251	0.251	0.250	0.248	0.246	0.243	0.238
	3次	0.097	0.096	0.096	0.095	0.094	/	/
鉛直逆対称	1次	0.543	0.540	0.542	0.537	0.533	0.526	0.537
	2次	0.146	0.146	0.146	0.145	0.144	0.142	0.140
ねじれ	1次	1.006	1.009	1.014	1.018	0.998	1.044	0.743
	2次	0.386	0.386	0.386	0.386	0.385	0.382	0.374
	3次	0.199	0.199	0.199	0.200	0.201	0.202	0.202
	4次	0.120	0.120	0.121	0.122	/	0.128	0.131
アーチ	1次	0.793	0.788	0.792	0.790	0.787	0.795	1.288
	2次	0.323	0.323	0.323	0.324	0.324	0.324	0.328
	3次	0.165	0.165	0.165	0.166	0.166	0.167	0.168
	4次	0.099	0.099	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100

表-5 斜角の変化による固有周期 (両弦) (SEC)

MODE SHAPE		SKEW ANGLE (deg)						
		0	5	10	15	20	25	30
橋軸方向		0.147	0.147	0.149	0.149	0.149	0.149	0.149
橋軸直角方向	1次	0.302	0.302	0.302	0.301	0.300	0.299	0.296
	2次	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.130	0.129
鉛直対称	1次	0.492	0.495	0.504	0.516	0.533	0.548	0.610
	2次	0.253	0.253	0.252	0.250	0.247	0.243	0.241
	3次	/	/	/	/	/	/	/
鉛直逆対称	1次	0.544	0.544	0.549	0.556	0.564	0.571	0.610
	2次	/	/	/	/	/	/	/
ねじれ	1次	0.388	0.387	0.383	0.375	0.370	0.363	0.362
	2次	0.358	0.357	0.355	0.351	0.347	0.341	0.333
	3次	0.197	0.198	0.198	0.199	0.201	0.202	0.205
	4次	/	/	/	/	/	/	/
アーチ	1次	0.821	0.824	0.819	0.823	0.832	0.816	0.726
	2次	0.319	0.318	0.319	0.319	0.321	0.322	0.320
	3次	0.164	0.164	0.164	0.164	0.165	0.165	0.165
	4次	/	/	/	/	/	/	/



4. あとがき

本研究では、単弦ローゼ橋の3次元固有振動解析を行い、骨組モデル、床版モデル、両弦ローゼ橋との比較、斜角の影響について検討した。以下、本研究で得られた結論をまとめると次のようになる。

- 1) 本研究で扱った解析モデルは節点数が多いため、質量系のモデルの違いによる固有値の差は小さくなっている。しかし、斜角や曲率の影響により、連成振動が生じやすく、固有値、固有振動モードが複雑になる場合には、より精度のよい解を与える整合質量法を用いる方がよい。
- 2) 床版モデルは橋軸直角方向の固有値に影響を与えるが大きな差はみられない。斜角を有する場合、図-3からわかるとおりMODEL-2、MODEL-3では支点付近の床版のモデル化で均一なトラス部材を用いることができないため、MODEL-1を用いるとよい。
- 3) 斜角が有効質量率に与える影響は、単弦ローゼ橋の場合は橋軸直角方向の振動モードに、両弦ローゼ橋の場合は橋軸方向の振動モードに現れる。鉛直方向の振動モードへの影響はほとんどみられない。
- 4) 斜角が固有周期に与える影響は、鉛直曲げ振動とねじり振動モードにやや現れるが、その他の固有振動モードにはほとんど現れない。また、単弦ローゼ橋の場合の斜角による固有周期の変化は、両弦ローゼ橋の場合に比べ小さい。
- 5) 両弦ローゼ橋は、斜角が大きくなると連成振動が固有振動モードに与える影響が大きくなる。この点において単弦ローゼ橋は、斜角の影響は小さい。

参考文献

- 1) Abdel-Ghaffar, A.M. and Khalifa, M.A.: Importance of Cable Vibration in Dynamics of Cable-Stayed Bridges, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.117, No.11, Nov.1991, pp.2571-2589.
- 2) 林川俊郎・佐藤康治・角田史雄: 平面骨組構造物の固有振動解析と固有値の精度, 北海道大学工学部研究報告, 第148号, 1989年10月.
- 3) 土木学会編: 動的解析と耐震設計第2巻, 動的解析の方法, 技報堂.
- 4) 小堀為雄・吉田博: 有限要素法による構造解析プログラム, 丸善.
- 5) 戸川隼人: 有限要素法による振動解析, サイエンス社.
- 6) Clough, R.W. and Penzien, J.: Dynamics of Structures, 1975, McGraw-Hill.
- 7) 日本機械学会: 振動工学におけるコンピュータアナリシス.
- 8) 土木学会編: 土木技術者のための振動便覧.
- 9) 田治見宏: 建築振動学, コロナ社.