

I-35

横構を有する曲線格子桁の

塑性耐荷力について

北海道大学工学部 正員 林川 俊郎

北海道大学工学部 正員 平沢 秀之

北海道大学工学部 学生員 栗田 公雅

1. まえがき

近年、道路線形の複雑化に伴い多くの曲線格子桁橋が施工されている。しかし、鋼橋のように薄肉断面を有する曲線格子桁橋は、曲げねじりと共に曲げねじり変形の影響も同時に受けるために、その応力分布状態は複雑である。そこで、渡辺¹⁾は薄肉I形断面をもつ曲線格子桁の塑性耐荷力に関する研究において、曲げねじりを考慮した曲線格子桁の弾塑性解析を線形な変位法の剛性マトリックスを用い、曲げモーメント・ねじりモーメント・曲げねじりモーメントを組み合わせた降伏条件式を導入して定式化を行っている。しかし、横構の影響に関する検討はされていない。薄肉I形断面は非常にねじり剛度が小さいという点に着目して、ねじり剛度を高めるために横構部材を加えた場合の塑性耐荷力に関する研究は非常に数少ないと思われる²⁾。

そこで、本研究の目的は曲線格子桁の塑性耐荷力に与える横構の影響について検討することである。

2. 曲線格子桁の弾塑性解析

2-1. 薄肉部材要素の剛性マトリックス

図1のようなX軸対称断面(薄肉I形断面)に面外荷重が作用し、かつ曲率面内の荷重がない場合、曲率面外への変形を、せん断中心軸の変位で表現した曲線格子桁の基礎微分方程式は、次のように与えられる³⁾。

$$\left(EJ_y + \frac{EJ_w}{R^2} \right) \frac{d^4 u_x}{d\varphi^4} - GJ \frac{d^2 u_x}{d\varphi^2} - \frac{EJ_w}{R^2} \frac{d^4 R_s \theta_z}{d\varphi^4} + (GJ_t + EJ_y) \frac{d^2 R_s \theta_z}{d\varphi^2} = R_s^2 q_x - R_s^2 \frac{dm_y}{d\varphi} \quad (1a)$$

$$- \frac{EJ_w}{R^2} \frac{d^4 u_x}{d\varphi^4} + (GJ_t + EJ_y) \frac{d^2 u_x}{d\varphi^2} + \frac{EJ_w}{R^2} \frac{d^4 R_s \theta_z}{d\varphi^4} - GJ \frac{d^2 R_s \theta_z}{d\varphi^2} + EJ_y R_s \theta_z = R_s^2 m_z \quad (1b)$$

ここで、 u_x は垂直変位、 θ_z はねじり角、 EJ_y 、 GJ_t 、 EJ_w はそれぞれ桁の曲げ剛性、ねじり剛性、曲げねじり剛性、 R は曲率半径、 q_x 、 m_y 、 m_z は外部荷重である。

図1のような薄肉曲線桁の任意構成部材の両端1、j(それぞれ $\varphi=0$ 、 $\varphi=\beta$ とする)における節点変位は積分定数 $C_1 \sim C_8$ を用いて表される。これをマトリックス表示すると次のようになる。

$$U = AC \quad (2)$$

ここで、

$$U = \{ u_{x1}, u'_{x1}, \theta_{z1}, \theta_{w1}, u_{xj}, u'_{xj}, \theta_{zj}, \theta_{wj} \}^T$$

u_x は垂直変位、 u'_x はたわみ角、 θ_z はねじり角、 θ_w はねじり率を表す。

$$C = \{ C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8 \}^T$$

A は8行8列の係数マトリックスである。

同様に、薄肉曲線部材要素の両端1、jにおける節点力を積分定数を用いてマトリックス表示すると

$$F = BC \quad (3)$$

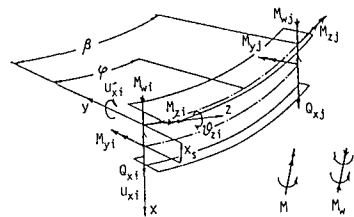


図1 薄肉曲線部材要素

On Plastic Collapse Load of Curved Grillage Beams with Lateral Bracings

by Toshirou HAYASIKAWA, Hideyuki HIRASAWA and Masanori AWATA

ここで、

$$\mathbf{F} = \{Q_{xi}, M_{yi}, M_{zi}, M_{wi}, Q_{xj}, M_{yj}, M_{zj}, M_{wj}\}^T$$

Q_x はせん断力、 M_y は曲げモーメント、 M_z はねじりモーメント、 M_w は曲げねじりモーメントを表す。

$\mathbf{B}$ は8行8列の係数マトリックスである。

ゆえに式(2)、(3)より積分定数 $\mathbf{C}$ を消去すると

$$\mathbf{F} = \mathbf{B} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{U} \quad (4)$$

である。ここで、 $\mathbf{K} = \mathbf{B} \mathbf{A}^{-1}$ とおくと、最終的な剛性方程式が

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \mathbf{U} \quad (5)$$

となる。この正方マトリックス $\mathbf{K}$ が求める薄肉曲線部材の剛性マトリックスである。

次に薄肉曲線格子桁の弾塑性解析を行うために、横桁・横構に対応する薄肉直線部材の剛性マトリックスが必要となる。その剛性マトリックスの誘導は前述の曲線部材要素の場合と全く同様の方法で行うことができるので、ここでは省略する。

2-2. 降伏条件式

本論文で使用する降伏条件式は、渡辺ら¹⁾が行った研究より次式を使用する。

$$m^2 + t^2 + w^2 = 1 \quad (6)$$

ここで、

$$m = M_y / M_{yp}, \quad t = T_s / T_{sp}, \quad w = M_w / M_{wp}$$

添え字 p は全塑性状態における断面力の値を意味している。また、 T_s はSt. Venantの純ねじりモーメントである。

2-3. 部材端の境界条件による剛性マトリックスの修正

部材端の境界条件が異なると、つまり塑性ヒンジが部材端に発生すると式(5)は修正されなければならない。例えば図2の(a)の3)のように左端(i 端)に塑性ヒンジが発生し、右端(j 端)がまだ剛結されている状態について考えてみよう。この場合、塑性ヒンジを有する部材1端では曲げ、ねじり、および曲げねじり変形に対して自由に變形し得る状態となり、以後の外部荷重の増加に対して、塑性ヒンジ部は曲げモーメント M_{yi} 、ねじりモーメント M_{zi} 、および曲げねじりモーメント M_{wi} に抵抗できなくなる。つまり

$$M_{yi} = 0, \quad M_{zi} = 0, \quad M_{wi} = 0$$

となり、 i 端に塑性ヒンジをもつ節点力 $\mathbf{F}$ は次のようになる。

$$\mathbf{F} = \{Q_{xi}, 0, 0, 0, Q_{xj}, M_{yj}, M_{zj}, M_{wj}\}^T$$

次に、式(5)の剛性マトリックス $\mathbf{K}$ を分割マトリックス表示すると

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{F}_\alpha \\ \mathbf{F}_\beta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\alpha\alpha} & \mathbf{K}_{\alpha\beta} \\ \mathbf{K}_{\beta\alpha} & \mathbf{K}_{\beta\beta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_\alpha \\ \mathbf{U}_\beta \end{Bmatrix} \quad (7)$$

ここで、

$$\mathbf{F}_\alpha = \{Q_{xi}, Q_{xj}, M_{yj}, M_{zj}, M_{wj}\}^T, \quad \mathbf{F}_\beta = \{0, 0, 0\}^T$$

$$\mathbf{U}_\alpha = \{u_{xi}, u_{xj}, U'_{xi}, \vartheta_{xi}, \vartheta_{xj}\}^T, \quad \mathbf{U}_\beta = \{u'_{xi}, \vartheta_{xi}, \vartheta_{wi}\}^T$$

である。 $\mathbf{F}_\beta = 0$ であるから、式(7)の行列式を変形すると次式をえる。

$$\mathbf{F}_\alpha = (\mathbf{K}_{\alpha\alpha} - \mathbf{K}_{\alpha\beta} \mathbf{K}_{\beta\beta}^{-1} \mathbf{K}_{\beta\alpha}) \mathbf{U}_\alpha = \mathbf{K}_i \mathbf{U}_\alpha \quad (8)$$

この $\mathbf{K}_i$ は5×5の正方対称マトリックスであり、左端に塑性ヒンジを有する薄肉曲線部材の修正された剛性マトリックスである。さらに、右端あるいは両端に塑性ヒンジが発生した場合や、横桁あるいは横構に塑性ヒンジが発生した場合も同様の手順で修正することができる。

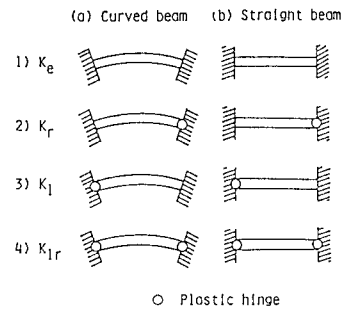


図2 塑性ヒンジの位置

3. 数値計算結果

3-1. 数値計算例

図3に示すような3本主桁・5本横桁で構成された曲線格子桁を基にして、横構を用いない場合と横構を用いる場合について塑性崩壊機構および終局崩壊荷重をそれぞれ算定し、外桁載荷・中桁載荷・内桁載荷について比較検討を行った。また、横構の配置の仕方に着目してハウ型・プラット型・ラチス型の3通りについてそれぞれ比較検討を行った。さらに、横構の断面寸法の違いによってどの程度塑性耐荷力に寄与するかを調べるために、断面寸法を4通り仮定してそれぞれについても比較検討を行った。なお、図3の形状寸法を表1に示す。ここで Φ は中心角、 R は曲率半径、 λ は主桁間隔である。主桁・横桁に用いた部材は図4に示したH形鋼で、その断面寸法は表2の通りである。主桁と横桁とのせん断中心を一致させるために主桁と横桁とは同一寸法にした。また、横構に用いた部材は図5に示した等辺山形鋼で、その断面寸法は表3の通りである。

表2 主桁・横桁部材の断面寸法

H (cm)	B (cm)	tx (cm)	ty (cm)
10.0	5.0	0.5	0.7

表3 横構部材の断面寸法

	b (cm)	tz (cm)
A	0.5	0.05
B	1.0	0.10
C	2.0	0.20
D	3.0	0.30

3-2. 終局崩壊荷重

右の表4、5、6は、横構のない場合と横構をⅠ・Ⅱ・Ⅲの3通りに配置した場合の終局崩壊荷重を4通りの横構断面寸法について比較したものであり、載荷状態を外桁載荷・中桁載荷・内桁載荷の3つの場合に分けてまとめたものである。なお、3通りの横構の配置の仕方は次のようになる。

Ⅰ ハウ型

Ⅱ プラット型

Ⅲ ラチス型

右の表によると、横構の配置の仕方についてはTypeⅢがいずれの断面寸法や載荷状態においてもTypeⅠ・Ⅱより終局崩壊荷重が大きいことが分かる。また、TypeⅠとTypeⅡにおいてはそれほど大きな差は認められず、耐荷力の

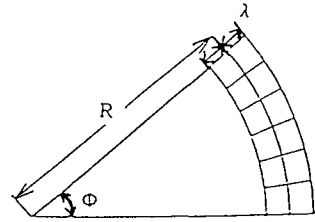


図3 曲線格子桁

表1 形状寸法

Φ (度)	R (m)	λ (m)
40.0	3.3	0.3

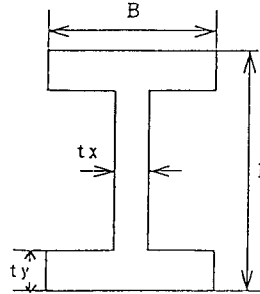


図4 H形鋼

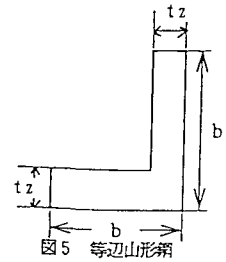


図5 等辺山形鋼

表4 外桁載荷時の終局崩壊荷重 (t)

	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ
A	3.7607	3.7599	3.8351
B	4.0060	4.0030	4.3337
C	4.8959	4.8930	5.4370
D	5.5573	5.4905	6.6153
横構なし	3.6750		

表5 中桁載荷時の終局崩壊荷重 (t)

	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ
A	6.3728	6.3825	6.4395
B	6.7140	6.7033	7.2484
C	8.1986	8.0478	8.7947
D	8.8512	8.8227	9.8933
横構なし	6.2449		

表6 内桁載荷時の終局崩壊荷重 (t)

	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ
A	6.4694	6.4741	6.6015
B	6.8821	6.8945	7.4133
C	8.2232	8.2056	9.0408
D	9.1874	9.1099	10.288
横構なし	6.3152		

値に違いはないといえる。

横構の断面寸法については、Type A→B→C→Dの順に終局崩壊荷重が大きくなった。これは、断面寸法が大きくなるほど全塑性曲げモーメント・全塑性ねじりモーメントが大きくなるので当然の結果と言える。

載荷状態については、いずれの場合においても横構を配置することにより終局崩壊荷重が増しているが、特に外桁載荷の場合にその傾向が大きい。これはねじりに対して横構が有効に作用しているものと考えられる。

3-3. 横構の配置による影響

図6はハウ型の横構を有する曲線格子桁 (Type I) に集中荷重 P が中桁中央点に作用した時の P と、最大鉛直たわみを生ずる外桁中央点における鉛直たわみを δ とした時の、横構のない場合と断面寸法の違う4通り横構のある場合との P と δ との関係を表したグラフである。図中の p_1 は横構のない場合の最初に塑性ヒンジが発生する荷重であり、 p_2 は横構のない場合の終局崩壊荷重である。図7はType IIの、図8はType IIIの中桁中央点に荷重 P が作用した時の外桁中央点に着目した $P-\delta$ 曲線である。

右の図によると横構の断面寸法が大きい場合ほど終局崩壊荷重が増すことが分かる。塑性ヒンジ発生点に着目すると、その点のところでグラフが折れ曲がる場合とほぼ直線の上に乗っている場合とがある。前者は主として主桁・横桁に発生した塑性ヒンジであり、後者は横構に発生した塑性ヒンジである。このことから、曲線格子桁全体の剛性の低下は主桁・横桁の塑性ヒンジ化が原因であり、横構の塑性ヒンジはそれほど影響していないと言える。また、横構がある場合にも横構がない場合より小さい荷重で最初の塑性ヒンジが発生しているものがあるが、これは断面諸元が小さいほど塑性ヒンジになり易いことを示す。

3-4. 塑性崩壊機構

図9、10、11、12は中桁載荷の、横構のない場合とType I・II・IIIの横構を配置した場合の曲線格子桁の塑性崩壊機構と降伏条

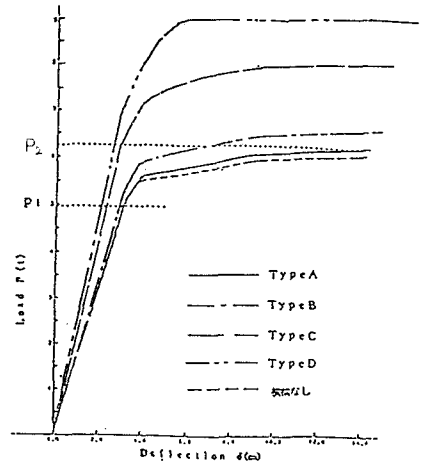


図6 P- δ 曲線 (Type I)

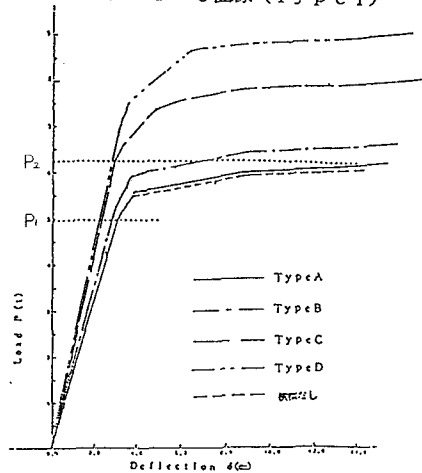


図7 P- δ 曲線 (Type II)

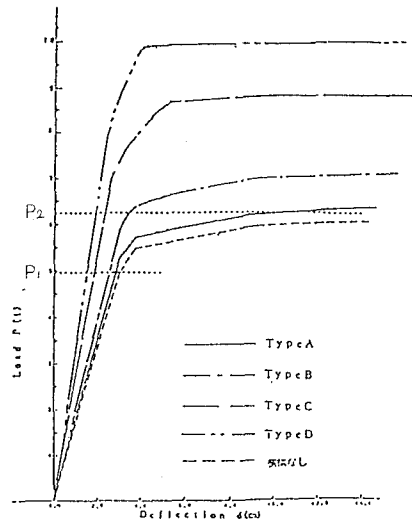


図8 P- δ 曲線 (Type III)

件式の相間曲線における塑性ヒンジの発達状況を示している。塑性ヒンジの数があまりに多くなり、図が複雑になるため、次の3通りに分けて考察する。ここで、横構の部材寸法はType Bである。

ア) 1番目 ~ 4番目の塑性ヒンジの発達過程

イ) 5番目 ~ 11番目の塑性ヒンジの発達過程

ウ) 12番目以後の塑性ヒンジの発達過程

図9~12によると、主桁に生じる塑性ヒンジは曲げモーメントと曲げねじりモーメントが連成した状態で塑性化している。横桁はほとんど曲げねじりモーメントのみで塑性化している。また、横構はほとんど曲げモーメントのみで塑性化している。いずれの場合においてもSt. Venantの純ねじりモーメントの影響は小さいことが分かる。

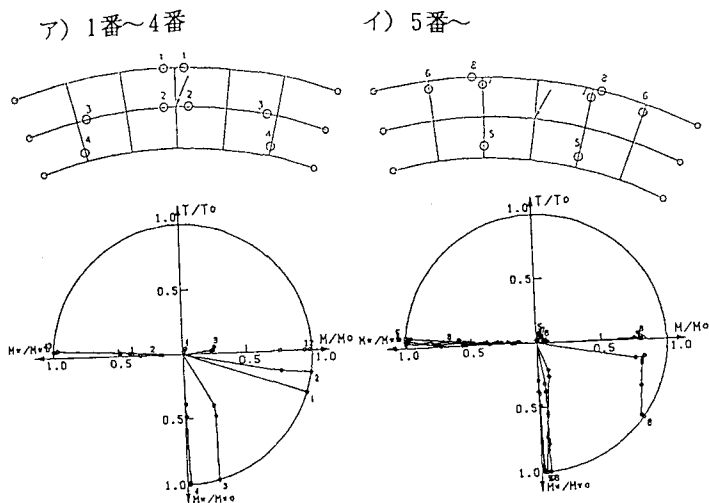


図9 塑性崩壊機構と塑性ヒンジの発達過程(横構なし)

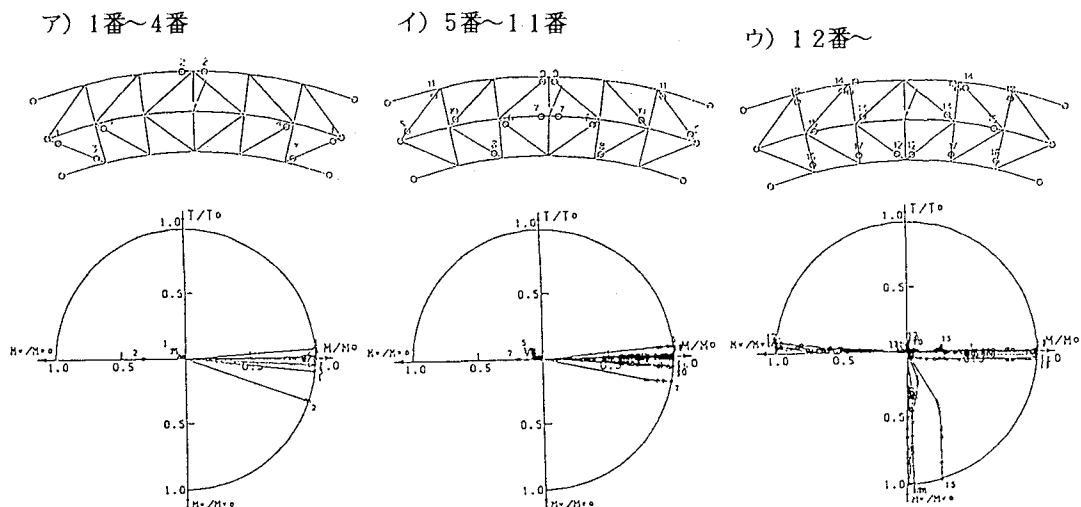


図10 塑性崩壊機構と塑性ヒンジの発達過程 (Type I)

塑性崩壊機構について見ると、まず外側の横構に最初に塑性ヒンジが発生し易い。この傾向は断面寸法が小さいほど顕著になる。しかし、どの場合においても横桁に塑性ヒンジは発生しにくい。

ア) 1番～4番

イ) 5番～11番

ウ) 12番～

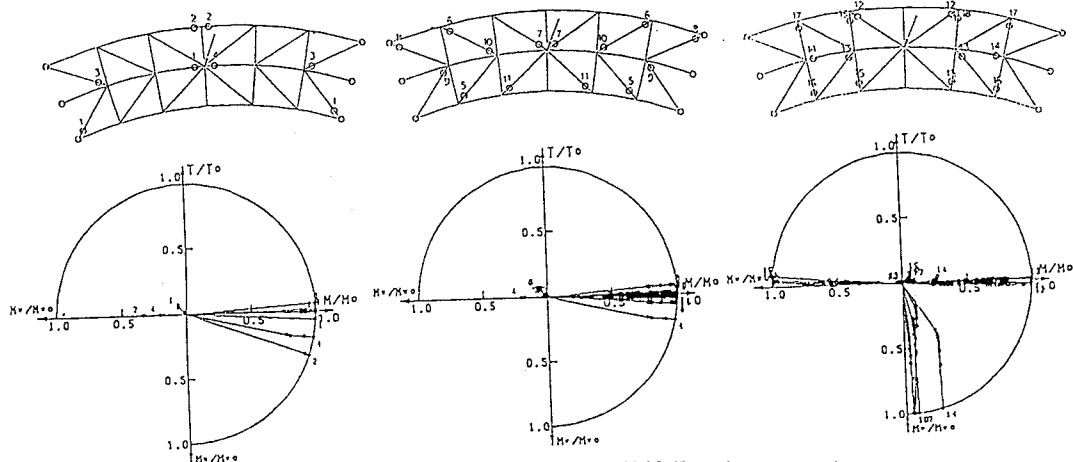


図11 塑性崩壊機構と塑性ヒンジの発達過程 (Type II)

ア) 1番～4番

イ) 5番～11番

ウ) 12番～

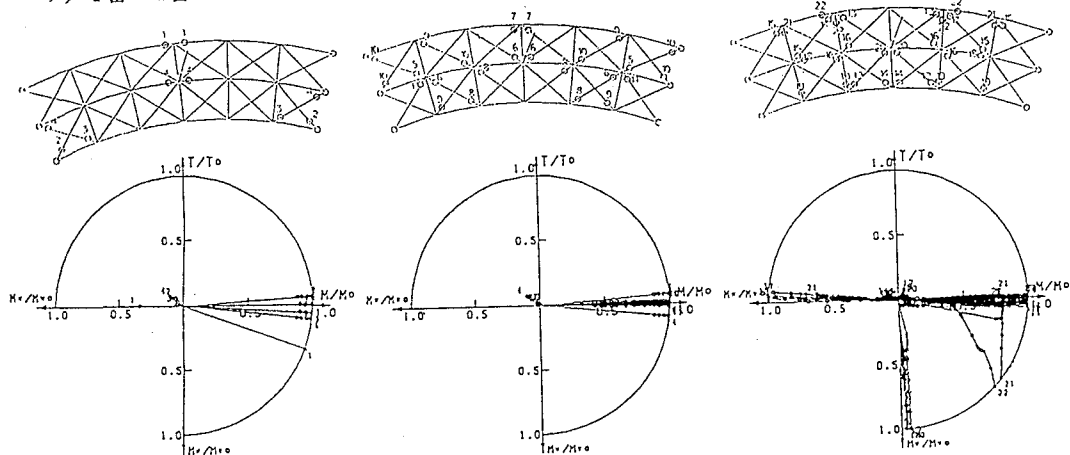


図12 塑性崩壊機構と塑性ヒンジの発達過程 (Type III)

4. あとがき

本研究は、曲線格子桁の塑性耐荷力に与える横構の影響について数値計算を行った。横構の組み方による差異はあまり見られず、ややラチス型の配置が塑性耐荷力を高めることが分かった。また、外桁載荷の場合には、横構が有効に作用し、終局崩壊荷重が大きくなることが分かった。一般的に、横構は曲線格子桁の塑性耐荷力を大きくする傾向にあると考えられる。

<参考文献>

- 1) 渡辺 昇・林川 俊郎・岡田 泰三：薄肉I形断面をもつ曲線格子桁の弾塑性解析に関する研究、北海道大学工学部研究報告、第126号、pp.1～14、1985。
- 2) 尾下 里治：横構を有する並列I桁曲線橋の解析、土木学会論文報告集、第324号、pp.9～20、1982。
- 3) 渡辺 昇・稼農 知徳・藤井 裕司：曲げねじれ剛性をもった曲線桁橋の剛性マトリックス法による解析、土木学会論文報告集、第218号、pp.1～8、1973。