

I-7

三角形断面桁の構造特性

北海道大学工学部 正会員 荻澤憲吉

(要旨) 断面が三角形の桁の構造特性について、基本的な検討をした。

まず、同じ板厚、同じ中空断面積をもつ正方形断面と正三角形断面の桁が、曲げをうける場合とねじりをうける場合について解析し、変形と応力に関して比較して、構造特性について検討をおこなった。次に、いろいろな断面形状の三角形断面桁について、変形と応力の解析結果を示した。

1. はじめに

橋梁における閉じた断面の桁構造や、その床版における閉じたリブなどの形状には、箱形の断面や台形の断面が、いま、普通一般に多く用いられている。

これに対して、その他の多角形断面は、リブ断面に三角形断面が試みられたこと以外には、施工実績はほとんどない。それは、工場での生産・加工、継ぎ手や接合、溶接性や作業性の問題など、いくつかの理由によるものと思われる。しかし、それらの製作上の問題と経済的な観点だけで橋梁の桁の形式が決定されることによって、実用重視・標準化の傾向をもつ画一的で特色のない橋づくりがこれまで行われてきたことも否定できない。

都市における構造景観の面からも、橋の形式や桁の形状の選択、橋の裏側などの処理には、都市環境との調和を考慮した工夫・配慮が求められている。ただしそれは、構造を覆う冗材によるカバーや装飾によってではなくて、力学的に合理的な構造デザインであるべきである。

この報告では、橋桁の一つの可能性として、水平な上面を持つ逆三角形断面の桁を想定して、力学的な検討を行う。

ここでは、橋梁の(様々に補剛された)桁構造という具体的な構造としてより以前の、もっと原初的な検討を行うために、対象とする構造を、単に何枚かの板だけで組み立てられた基本的で単純な立体板構造として、その構造特性を明らかにすることを試みた。

2. 三角形断面と箱形断面の構造的比較

(2.1) 比較する三角形断面桁と箱形断面桁

三角形断面の桁構造の構造特性を、箱形断面の桁と比較することによって、明らかにすることを試みた。できるだけ基本的な構造とするために、比較する断面は、三角形断面では正三角形、箱形断面では正方形とした。

それらは、イメージでは、折り紙のように同じ大きさの一枚の板をそれぞれ3等分と4等分して折ることによって組み立てられる、正三角形断面と正方形断面の2種類の中空構造である(図1)。これらは、当然、同じ長さを持ち、同じ断面積をもつことになる。その板の長さ(スパンに相当)をL、展開された幅をBとする。

Structural Characteristics of the Girders with Triangular Cross-Section

by Noriyoshi NIRASAWA

それを桁として両端を単純支持とした。(板としての単純支持の境界条件は、面外方向にはたわみが拘束され回転は自由、面内方向には幅方向変位は拘束され、軸方向変位は自由である。)

このような桁の力学的挙動は、上載荷重による曲げ、偏載荷重によるねじり、水平方向からの外力による変形(たとえば空力学的特性が関係する風による振動)などがあるが、ここでは、このうち静的荷重による前者2項目について比較検討した。

曲げをうける場合の解析では、荷重は、断面の左右両側のウェブ位置に作用する同じ強度の分布線荷重(図2a)とした。荷重の分布形状は、板理論で解析する場合のもっともシンプルな荷重であるサイン分布荷重(スパン中央で最大になり、桁端部でゼロとなる分布荷重)とした。

ねじりをうける場合の解析では、荷重は、同じく断面の左右両側のウェブ位置に作用する同強度のサイン分布線荷重であるが、互いに逆向きに作用するもの(図2b)とし、結果として偶力を構成し桁にねじれを引き起こすものとした。

数値計算は、構成する個々の板を面内変形と面外変形をともに考慮した板理論で解析し、接合条件として接合辺に沿ってそれぞれ4種類の変位適合条件と応力の釣合条件を用いる折板理論を適用して行われた(図3)。計算の結果は、桁を構成する個々の板要素内部の応力分布と変位分布で得られた。

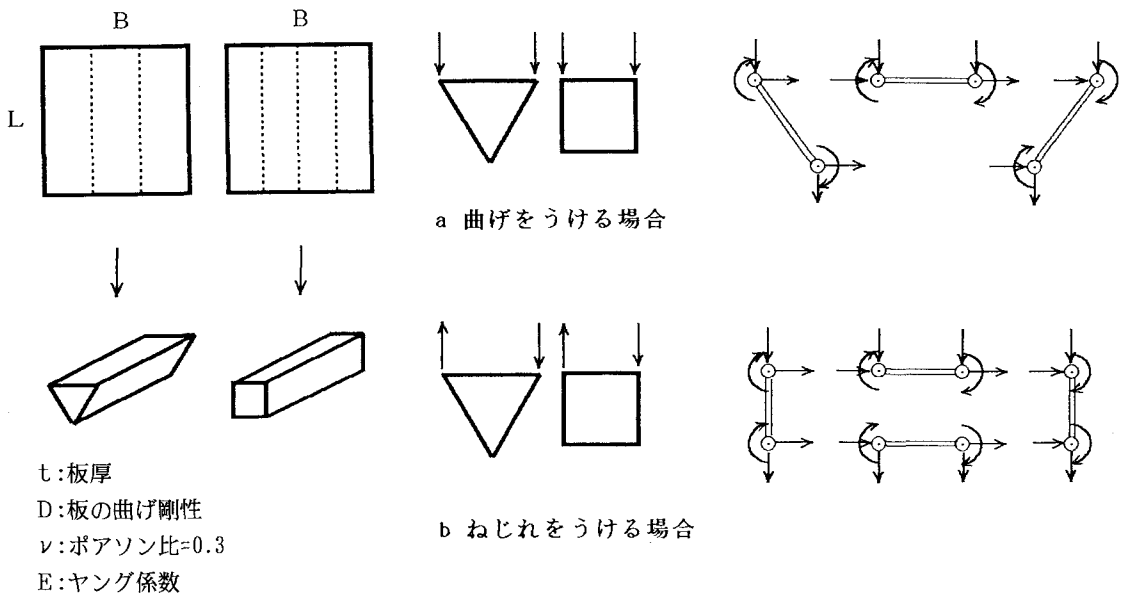


図1. 正三角形断面と正方形断面

図2. 作用荷重

図3. 折板理論における
変位および応力の接合条件

(2.2) 曲げをうける場合

左右対称荷重による曲げ変形の解析結果のうち、スパン中央断面におけるたわみ変形量 w_{max} 、および断面の上端と下端の桁軸方向の曲げ応力度 $-\sigma_{max}$ 、 $+\sigma_{max}$ に注目してまとめた結果を示す。

桁は、もとの板の幅B(図1)のとり方によって、細長い桁や太短い桁になるが、それぞれいくつかのケースについて解析して、正方形断面の数値結果に対する三角形断面の数値結果の比を示したのが、表1である。

B/L	$w_{\max}$	$-\sigma_{\max}$	$+\sigma_{\max}$
0.3	1.130	0.875	1.740
0.4	1.134	0.882	1.746
0.6	1.144	0.898	1.760
0.8	1.155	0.917	1.774
1.2	1.182	0.956	1.787

表1. 曲げをうける場合の変形量と応力度
 正方形断面の数値結果に対する三角形断面の数値結果の比
 板厚 $t = L/1000$

このように同じ断面積をもつ正方形断面と三角形断面とでは、(板幅に比べて板厚が薄い) 薄肉構造の場合、曲げ剛性の比は $9:8$ となって、三角形断面の方がやや小さい。したがって初等梁理論によれば、いまの場合、たわみ w の比は $9/8=1.125$ である。また曲げ応力度についても同じく梁理論によれば、 $-\sigma_{\max}$ の比は 0.866 、 $+\sigma_{\max}$ の比では 1.732 と計算される。表1の折板理論による解析結果は、それらの値とほぼ一致した値であると言える。

(2.3) ねじれをうける場合

左右逆対称荷重によるねじれ変形の解析結果として、図4にスパン中央における断面の変形図を示す。2つの断面とも、もとの板の幅 $B=0.6L$ 、板厚 $t=L/1000$ の場合で、逆対称荷重によるねじりモーメント T も同じ大きさ(スパン中央において BD/L^2 のサイン分布)となるように作用させた場合の結果である。

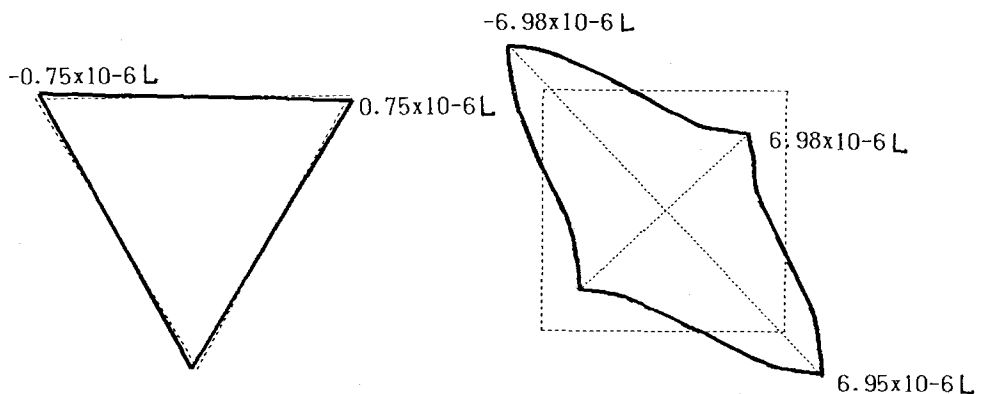


図4. ねじりをうける場合のスパン中央における断面の変形図
 T =スパン中央において BD/L^2 のサイン分布、 $B=0.6L$ 、 $t=L/1000$

まず変形について、ねじれ回転角を検討する。

図4の三角形断面のねじれ角は、 0.750×10^{-5} であった。一方の正方形断面のねじれ角は、変形前後の対角線の回転角度から計算すると、 0.432×10^{-5} である。

これより、その比は1.74となり三角形断面の方がねじれは大きい。

梁理論による中空薄肉構造のねじり剛性の比は、正方形断面に対して三角形断面は計算上では 16:27であるから、解析によるねじれ角比 1.74は ねじり剛性比の逆数 $27/16=1.69$ に近い値である。よって、これら2つの断面の梁全体としてのねじれ回転については梁理論から計算されるねじれ変形の比とほぼ一致していると言える。

ただし図4を見て明らかなように、ねじりによる断面の形状の歪み変形（いわゆる断面変形）は、三角形断面にはほとんど見られないのに、正方形断面ではきわめて大きい。この断面変形によって、板の幅方向には局所的な曲げが生じていて、とくに断面の隅角部に大きな曲げモーメントが発生することになる。

その局所曲げモーメントについて、解析結果を表2に示す。この表2は、表1と同じように、もとの板の幅Bのとり方を変えて、細長い桁から太短い桁までそれぞれのケースについて解析したもので、同じねじりモーメント（スパン中央において $B D / L^2$ のサイン分布）が作用したときの正方形断面桁と三角形断面桁の局所曲げモーメントの最大値を比較して示したものである。

この表における比較から、正方形断面に比べれば、三角形断面に生じる局所曲げモーメントはきわめて微小であることがわかる。

正方形断面桁のこの断面変形をおさえるためには、通常、配置されているように、桁の途中に剛な隔壁やダイアフラムが必要となるが、三角形断面ではそれらは不要であることがわかる。

B/L	三角形断面	正方形断面
0.3	0.506×10^{-5}	2.816×10^{-2}
0.4	0.383×10^{-5}	1.777×10^{-2}
0.5	0.309×10^{-5}	0.802×10^{-2}
0.6	0.261×10^{-5}	0.359×10^{-2}
0.8	0.202×10^{-5}	0.093×10^{-2}
1.0	0.167×10^{-5}	0.032×10^{-2}
1.2	0.144×10^{-5}	0.014×10^{-2}

表2．ねじりをうける場合の隅角部に生じる
局所曲げモーメント $M_{\max} / (D/L)$ の比較

3. 三角形断面の形状についての構造的検討

三角形断面は、その板要素一つ一つの板厚と、構成する3枚の板の板幅によって断面形状が決定される。いま板厚は同厚、断面は左右対称とすると、上部の水平床版と斜めの腹板の板幅によって、または、左右の腹板のなす角度（形成角度 θ ）によって形状が決まることになる。この形成角 θ をいろいろ変えると、縦に細長く尖った桁断面から、平たく偏平な桁断面まで形成できることになる（図5）。

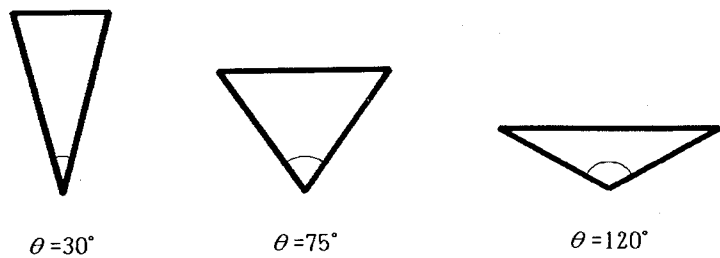


図5. さまざまな形成角 θ をもつ三角形断面

いま、前節2における考えと同じように、同じ長さ L 、同じ幅 B をもつ一枚の板から、それらの様々な形状の三角形断面を作ると、スパンと断面積が同じで形成角 θ だけが異なる三角形断面桁ができ、それらは異なった曲げ剛性やねじり剛性をもつ。

それらの桁についての曲げとねじりの解析結果を、表3と表4に示す。作用荷重は前節と同様にサイン分布荷重で、もとの板の幅 $B=0.6L$ 、板厚 $t=L/1000$ の場合において、形成角度 θ を 30° から 120° まで変えた計算結果である。

表3は曲げをうける場合である。荷重は両ウェブ上に作用する、スパン中央において強度 D/L^2 のサイン分布荷重である。解析結果として、スパン中央断面におけるたわみ変形量 w_{max} 、および断面の桁軸方向の曲げ応力度 $-\sigma_{max}$ 、 $+\sigma_{max}$ についてまとめている。これらは桁としての曲げ剛性が関係する値である。

θ	w_{max}/L	$-\sigma_{max}/E$	$+\sigma_{max}/E$
30°	0.068×10^{-5}	0.524×10^{-6}	0.790×10^{-6}
45°	0.087×10^{-5}	0.543×10^{-6}	0.936×10^{-6}
60°	0.116×10^{-5}	0.588×10^{-6}	1.126×10^{-6}
75°	0.160×10^{-5}	0.657×10^{-6}	1.370×10^{-6}
90°	0.228×10^{-5}	0.757×10^{-6}	1.691×10^{-6}
105°	0.343×10^{-5}	0.903×10^{-6}	2.131×10^{-6}
120°	0.556×10^{-5}	1.125×10^{-6}	2.772×10^{-6}

表3. 曲げをうける場合の三角形断面桁の変形と応力
 p =スパン中央において D/L^2 のサイン分布、 $B=0.6L$ 、 $t=L/1000$

表4はねじれをうける場合である。上床版の幅が異なっても、両ウェブ上の逆対称荷重によるねじりモーメントTは同じ大きさ（スパン中央において BD/L^2 のサイン分布）となるように作用させた。解析結果としては、スパン中央断面における床版隅角部に生じる局所曲げモーメント $M_{\max}$ と桁軸方向応力度 $\sigma_{\max}$ 、および桁端の断面内部のせん断応力度 $\tau_{\max}$ について一覧表とした。

θ	$M_{\max}/(D/L)$	$\sigma_{\max}/E$	$\tau_{\max}/E$
30°	0.958×10^{-5}	1.234×10^{-7}	0.620×10^{-6}
45°	0.444×10^{-5}	0.984×10^{-7}	0.529×10^{-6}
60°	0.261×10^{-5}	0.889×10^{-7}	0.509×10^{-6}
75°	0.175×10^{-5}	0.869×10^{-7}	0.526×10^{-6}
90°	0.128×10^{-5}	0.903×10^{-7}	0.572×10^{-6}
105°	0.100×10^{-5}	0.994×10^{-7}	0.653×10^{-6}
120°	0.083×10^{-5}	1.164×10^{-7}	0.789×10^{-6}

表4. ねじれをうける場合の三角形断面桁の変形と応力
T=スパン中央において BD/L^2 のサイン分布、 $B=0.6L$ 、 $t=L/1000$

4. おわりに

同じ板厚、同じ中空断面積をもつ正方形断面と正三角形断面の桁が、曲げをうける場合とねじりをうける場合について解析し、比較を行った結果、つぎのことがわかった。

- 1) 曲げをうける場合では、折板理論解析による比較結果は、初等梁理論による比較結果と、ほぼ一致した。
- 2) ねじれをうける場合では、梁全体としてのねじれ回転については梁理論から計算されるねじれ変形の比とほぼ一致した。
- 3) ただし、ねじれをうける場合、ねじりによる断面変形は、三角形断面にはほとんど見られないのに、正方形断面ではきわめて大きい。
- 4) 正方形断面に比べれば、三角形断面に生じる局所曲げモーメントはきわめて微小である。したがって、三角形断面では隔壁やダイヤフラムは必要としない。

さらに、三角形断面の、縦に細長く尖った桁断面から平たく偏平な桁断面までいろいろな断面形状の桁について、曲げとねじりをうける場合の変形と応力を解析した結果を表に示した。

これらの解析結果から、とくに三角形断面は、床版と腹板だけでその断面を保持できることに特長があることが明らかになった。さらにこの特長は、断面の隅角部における板の結合が剛でなく、曲げを伝達しないヒンジ結合としても、三角形断面構造が成り立つことを示唆するものであり、三角形を要素とするさらに大きな複雑な断面構造の可能性を与えるものであると考えられる。

(参考文献)

- 1) 荏澤憲吉:都市における高架橋梁群の構造景観について,土木学会北海道支部論文報告集,第47号,1991.2