

I-5

パソコンによる

複合材料の有限要素解析について

北海道大学工学部

安念秀剛

北海道大学工学部

正 員

佐藤浩一

1. まえがき

複合材料は、「素材を隔てる明瞭な界面を有する少なくとも二つの化学的に異なった物質を組み合わせたもの」である。即ち、二種類以上の素材を組み合わせて、単一の材料にはなかった特性を生み出したものである。1940年代初め、アメリカでガラス繊維を不飽和ポリエステル樹脂で固める技術が開発され、のちに、この材料がGFRP (Glass Fiber Reinforced Plastics)と呼ばれるようになった。これが、近代的意味での複合材料の幕あけと言われている。さらにのちになって、GFRPと区別して、炭素繊維、アラミド繊維などをプラスチックと組み合わせたACM (Advanced Composite Material, 先端複合材料)と呼ばれる材料が、多数開発されている。

鋼は炭素の含有量や添加元素によっていろいろ特徴のあるものが作られているが、設計できる材料とは言われていない。一般的に、金属などで作られた材料(material)と構造(structure)は、かなり明確に区別されており、もともになるものが材料、それを切ったり曲げたりして形あるものにしたのが構造である。

一方、複合材料は、使用目的に対応し種々の素材を組み合わせ成形することができるので、非常に多種多様であり、設計できる材料と言われている。最近では、強度に加え、価格、重量、変形、形状などを加味した最適設計法の開発が行われ、より複雑な設計が可能となっている。また、かなり大きい構造まで一体として作られるので、材料と構造との区別は判然としない。そのため、材料設計と構造設計が複雑にからんだ形となっている。

土木材料としては、現在、コンクリート、鋼の使用が主流ではあるが、将来、複合材料が使用されることになるであろう。また、複合材料は構造物に対する部分的な使用から、主要材としての利用へと徐々に移り変わるであろう。

本報告は、有限要素法を用いて複合材料の構造強度解析を行うものである。複合材料は、力学的特質の異なるマトリックス相(母材)と分散相(強化材)の二つからなっているので、力学的特性を解析する上で二つの捉え方が考えられる。一つは、微視的な捉え方で、もう一つは巨視的な捉え方である。後者は、複合材料を使用した構造物を設計する場合、その荷重に対する変形などの挙動を解析するにあたって重要な捉え方である。異種材料の組合せ、材料の異方性を考慮しなければならないことが、等方性材料の解析との大きな違いである。そのため解析の工夫として、従来の有限要素法に、複合材料の特性を取り入れた剛性マトリックスを用いる。

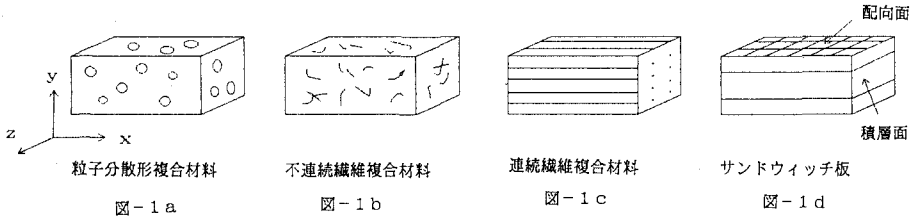
2. 解析手法

2.1 複合材料の特性

複合材料は、非常に多種多様であるが、その分散相の形状により大きく分類することができる。例えば、分散相が粒子状である「粒子分散形複合材料」(図-1a)、繊維状である「不連続繊維複合材料」(図1b)、「連続繊維複合材料」(図-1c)などがある。また、これらを組み合わせて接着し複合効果を狙った積層形複合材料(サンドウィッチ板)もある(図-1d)。

サンドウィッチ板のような積層形複合材料には、ガラス繊維などが配向された面（配向面）と、それが積層されてできた面（積層面）とがある（図-1d）。材料特性である、ヤング率 E 、ポアソン比 ν 、せん断弾性係数 G を配向方向および積層方向についてそれぞれ決めることができる。

本報告では、いろいろな複合材料の中から、材料が異方性であるサンドウィッチ板を選び出し解析する。



2. 2 複合材料の応力-歪関係

一般に、複合材料のような異方性を示す材料の応力-歪関係は、やや複雑ではあるが、基本的に等方性材料のものと同じである。サンドウィッチ板のような直交異方性材料の場合、材料特性である、ヤング率 E 、ポアソン比 ν などが各軸方向でそれぞれ異なっている。 $X-Y$ 平面における二次元平面応力問題と考えた場合の応力-歪関係を具体的に行列表示すれば、次式ようになる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_x}{E_x - E_y \nu_{xy}^2} & \frac{E_x \nu_{xy}}{E_x - E_y \nu_{xy}^2} & 0 \\ \frac{E_x \nu_{xy}}{E_x - E_y \nu_{xy}^2} & \frac{E_y}{E_x - E_y \nu_{xy}^2} & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

次に、積層形複合材料は、繊維の配向方向と、それを積層した方向によって材料特性が異なるので、繊維方向内の材料特性をそれぞれ E_1 、 ν_1 、 G_1 とし、積層方向の材料定数を E_2 、 ν_2 、 G_2 とする。上式において、 $E_x = E_1$ 、 $E_y = E_2$ 、 $\nu_{xy} = E_1 \nu_2 / E_2$ ($\nu_{yz} = \nu_2$)、 $G_{xy} = G_2$ とおくと、サンドウィッチ板の積層面を $X-Y$ 平面とした二次元平面応力問題としての応力-歪関係は次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1 E_2}{E_2 - E_1 \nu_2^2} & \frac{E_1 E_2 \nu_2}{E_2 - E_1 \nu_2^2} & 0 \\ \frac{E_1 E_2 \nu_2}{E_2 - E_1 \nu_2^2} & \frac{E_2^2}{E_2 - E_1 \nu_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & G_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

2. 3 複合材料の有限要素解析

前述の応力-歪関係を用いれば、異方性の材料、すなわち、ヤング率 E_1 、 E_2 とポアソン比 ν_1 、 ν_2 が $X-Y$ 方向によってそれぞれ違う材料の解析をすることが可能である。これは、マトリックス相（母材）と分散相（強化材）からなる複合材料を、内部の分散状態がある条件をみたして均質体であるとする巨視的な捉え方に基づいており、サンドウィッチ板のような複雑な材料も解析することができる。

3. 解析結果

図-2に示すとおり、材料Bを材料Aではさんだサンドウィッチ板の積層面（ $X-Y$ 平面）を、曲げ荷

重（４点載荷）に対する二次元平面応力問題として解析する。材料特性は、表－１に示すとおりである。要素分割図は、図－３に示すとおりである。材料ＡとＢとの境界面付近を詳しく調べるために、その付近の要素分割を細かくした。なお、対称性によりスパン１／２についてのみ解析する。節点数は１４３、要素数は２４０。載荷荷重は１．０ｋｇｆとする。図－４は、TYPE ３の変形図である。

表－１ 材料特性

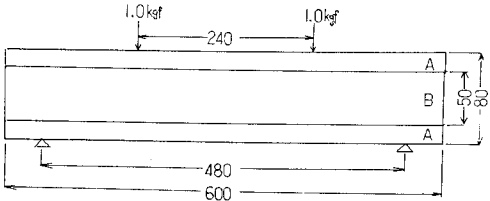
	材料	E_1 kgf/mm ²	E_2 kgf/mm ²	ν_1	ν_2
TYPE 1	A	21000.0	21000.0	0.3	0.3
	B	21000.0	21000.0	0.3	0.3
TYPE 2	A	21000.0	21000.0	0.3	0.3
	B	12800.0	12800.0	0.3	0.3
TYPE 3 (3 a)	A	21000.0	21000.0	0.3	0.3
	B	8300.0	8300.0	0.3	0.3
TYPE 3 b	A	21000.0	12800.0	0.3	0.3
	B	8300.0	3780.0	0.3	0.3
TYPE 3 c	A	21000.0	8300.0	0.3	0.3
	B	8300.0	1890.0	0.3	0.3

表－１のTYPE 1は、 $E_1 = E_2$ である単一材料である（ただし、材料ＡとＢとの材料特性は等しい）。TYPE 2、3は、 $E_1 = E_2$ であるサンドウィッチ板である（ただし、材料ＡとＢとの材料特性は異なる）。TYPE 3と3 aの材料特性は等しいとする。TYPE 3 b、3 cは、 $E_1 \neq E_2$ であるサンドウィッチ板である（ただし、材料ＡとＢとの材料特性は異なる）。

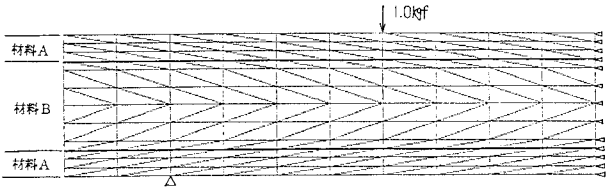
次に検討項目を示す。

TYPE 1、2、3においては、材料Ａのヤング率 E_1 、 E_2 両方を固定したまま、はさまれた材料Ｂのヤング率を、 $E_1 = E_2$ のまま小さくした場合の複合効果を調べる。また、TYPE 3 a、3 b、3 cにおいては、材料Ａ、Ｂ双方のヤング率 E_1 を固定したまま、 E_2 を小さくしてみる。

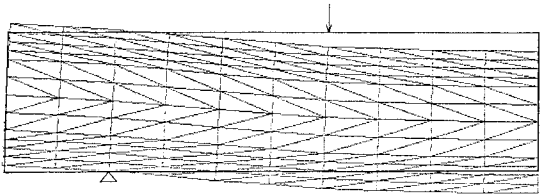
図５－８は、対称線に辺をもつ三角形要素の、応力および歪の分布である。



図－２ サンドウィッチ板の曲げ解析 単位：mm



図－３ サンドウィッチ板の要素分割図



図－４ サンドウィッチ板の変形状態

3. 1 TYPE 1、2、3について
応力分布（図－５）では、TYPE 2、3において、サンドウィッチ板による複合効果が現れているのがわかる。応力は、材料Ａに大きく発生しているが、材質の弱い材料ＢにおいてはTYPE 1に比べて極端に下がっている。また、材料Ａ、Ｂの境界線においてTYPE 2、3の応力は不連続となっている。

歪分布（図－６）では、TYPE 1から、TYPE 2、3になるにつれて、TYPE 1と比べて上下端の歪が大きくなっている。

3. 2 TYPE 3 a、3 b、3 cについて

応力分布（図－７）および歪分布（図－８）ともに、TYPE 1、2、3と同様の変化が、わずかがみられる。このことは、ヤング率 E_1 と E_2 との差が応力と歪に影響を及ぼしているものと思われる。

なお、剛性方程式の解法には「スカイライン法」を利用する。パソコンを利用して計算をする場合、計算時間が問題となるが、この「スカイライン法」を導入することにより計算時間は大幅に短縮される。

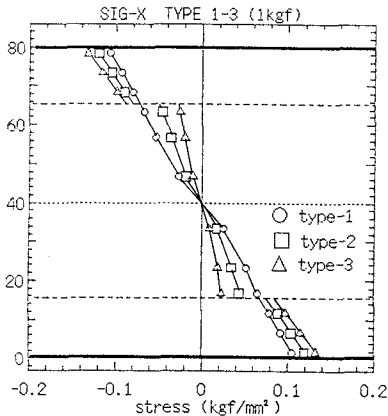


図-5 TYPE 1, 2, 3の応力分布 (σ_x)

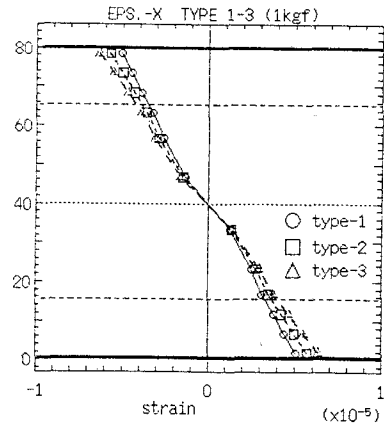


図-6 TYPE 1, 2, 3の歪分布 (ϵ_x)

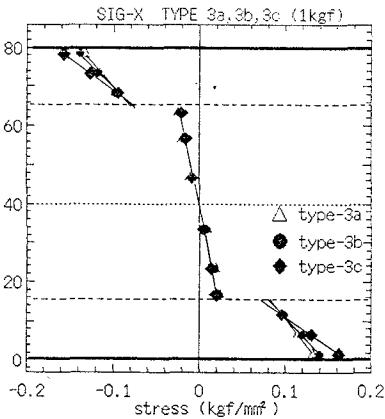


図-7 TYPE 3a, 3b, 3cの応力分布 (σ_x)

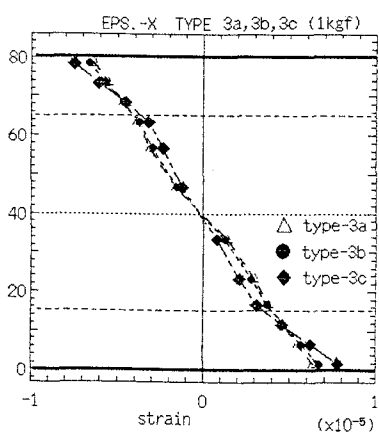


図-8 TYPE 3a, 3b, 3cの歪分布 (ϵ_x)

4. あとがき

本報告は、材料特性である、ヤング率 E とポアソン比 ν が、 $X-Y$ 方向によってそれぞれ異なる複合材料の構造解析を行ったものである。

図-5から8より、サンドウィッチ板の二次元平面応力問題の曲げ解析において複合効果が現れていることがわかる。

< 参 考 文 献 >

- 1) 座古 勝: "数値複合材料力学"、養賢堂(1989)。
- 2) 林 毅: "複合材料工学"、日科技連出版社(1971)。
- 3) 座古 勝、藤井太一: "複合材料の破壊と力学"、実教出版(1978)。
- 4) 福田 博、邊 吾一: "複合材料の力学的序説"、古今書院(1989)。
- 5) Stephen W. Tsai, H. Thomas Hahn: "複合材料の強度解析と設計入門"、日刊工業新聞社(1986)。
- 6) J. R. Vinson, R. L. Sierakowski: "複合材料の構造力学"、日刊工業新聞社(1987)。
- 7) 宮入 裕夫、池上 皓三、加藤 晴久、加部 和幸、後藤 卒土民、塩田 一路、安田 榮一: "複合材料の事典"、朝倉書店(1991)。