

I-4

RBSMによる鋼床版横リブの
弾塑性解析について

北海道大学工学部 学生員 武田 智吉
北海道大学工学部 正員 佐藤 浩一

1. ま え が き

有限要素法は、構造解析の手法として最も一般的に用いられるものの一つである。また、近年、構造解析に対する利用以外にも、流体解析や地盤の応力解析など幅広い分野において利用されている。

最近では塑性力学の進歩にともない構造体の非線形挙動を扱った構造設計が行われるようになってきている。そうした流れの中で「非線形の壁は、連続体仮説の力学の枠内で”破壊”ないし”崩壊”という不連続現象を扱おうという点にある」、という考えから川井^{1),2)}により提案されたのが、不連続性の概念をとり入れた”剛体-バネモデル(Rigid-Bodies-Spring-Model, 略してRBSM)”である。

最近、我が国において本州四国連絡橋をはじめとして長大橋の鋼床版の縦リブに閉じ断面リブ(Uリブ)の採用が増加しつつある。閉じ断面リブは開き断面リブに比較して、ねじり剛性が高く横分配が期待できる等さまざまな優れた特長を有している。しかし、一般に閉じ断面リブを用いる場合、縦リブの支点となる横リブに切り欠きを設け、縦リブを貫通させることにより製作性を向上させている。そのため横リブの腹板に応力集中が生じることが知られている。また、デッキプレートと横リブ腹板上縁間に作用する水平せん断力による二次応力も、応力集中の原因となっている。これらについては、弾性域において実橋供試体の実験、および部分供試体の実験と有限要素解析がなされている^{8),9)}。

本報告は、鋼床版横リブのUリブ、Vリブの切り欠き形状による応力集中の違いについて、有限要素法と剛体-バネモデルにより以下に示す3タイプの部分供試体について弾塑性解析を行い、計算結果の比較検討により剛体-バネモデルの適用についての考察を行うものである。

2. 解 析 方 法

2-1. 剛体-バネモデルの剛性マトリックス

解析においては、有限要素法で用いられる三角形面内変形平面要素を用いた。その場合の自由度は、有限要素法では各節点(X,Y)方向の(2自由度×3)の6自由度であり、それに対し、剛体-バネモデルでは、便宜上、設定位置を重心点とし、一要素について(X,Y)方向の平行変位と剛体回転角の3自由度となり、バネに関する要素数が2であるため、要素間の一境界辺上に設定したバネについては6自由度である(図-1)。応力は有限要素法の場合が要素内に(σ_x , σ_y , τ_{xy})のテンソル量を考えるのに対して、剛体-バネモデルの場合は、要素境界辺上で(σ_n , τ)のベクトル量を考える(図-2)。従って、要素剛性マトリックスは各要素境界辺毎に作成し、(6×6)のマトリックスになる。そして、2要素間の境界辺上に分布して

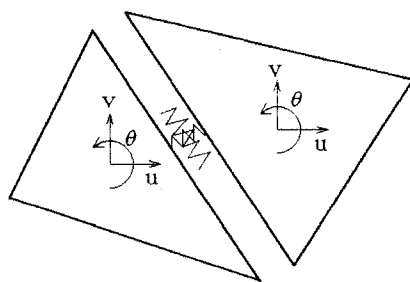


図-1 自由度とその設定位置

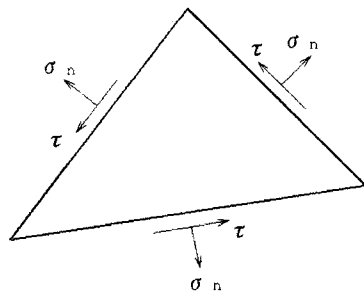


図-2 応力と表面力

いるバネをバネ要素と考え、ここに蓄積するエネルギーを評価することにより誘導する^{1), 2), 3)}。

各重心に関する仮想剛体変位を u^* 、要素重心に作用する外力を F とすれば、外力のなす仮想仕事は次のようになる。

$$W_0 = (u^*)^T \cdot F \quad (1)$$

$$u^* = (u_1 \ v_1 \ \theta_1 ; u_2 \ v_2 \ \theta_2)^T$$

$$F = (X_1 \ Y_1 \ M_1 ; X_2 \ Y_2 \ M_2)^T$$

また要素境界辺上の表面力のなす仮想仕事は、仮想相対変位を δ^* として、

$$\begin{aligned} W_1 &= \int (\delta^*)^T \cdot \sigma \, ds = \int (\delta^*)^T D \cdot \sigma \, ds \\ &= (u^*)^T \int (B^T \cdot D \cdot B) \, ds \, u \\ &(\because \delta^* = B \cdot u^*) \end{aligned} \quad (2)$$

のように表すことができる。仮想仕事の原理と式(1)、(2)より次の関係が得られる。

$$W_0 = W_1$$

$$\text{即ち、} (u^*)^T \cdot F = (u^*)^T \int (B \cdot D \cdot B) \, ds \, u \quad (3)$$

ここで、仮想変位 u^* は任意であるから、最終的に式(3)は次のように変形される。

$$F = \int (B^T \cdot D \cdot B) \, ds \, u = K \cdot u \quad (4)$$

結局、式(4)における $[K]$ がバネ剛性マトリックスとなる。このサイズは前述の (6×6) となる。

2-2. 非線形解析法

非線形解析法を大きく分類すると 1) 荷重増分法 2) 反復法 3) 混合法 の三つになるが^{1), 2)}、本解析では、①破壊、崩壊の進展を追跡したい、②最終的な変位や応力ではなく応力集中に注目した、ということから 1) 荷重増分法を用いた。そのアルゴリズムは、以下の通りである。

- 1) 荷重増分段階において最初に塑性化したバネと弾性状態のバネについてそれぞれの要素剛性マトリックスを求め、全体剛性マトリックスを組み立てる。
- 2) 与えられた荷重に対して 1) で求めた剛性マトリックスを解き、増分表面力を求める。この結果得られる表面力を前回の表面力に加え合わせ、その表面力の全てが降伏強度以下になる荷重増分率を求める。
- 3) この荷重増分率を増分表面力にかけ、前回の表面力に加え合わせることで、この段階の表面力とする。
- 4) 以上の操作を指定荷重まで繰り返す。

なお、有限要素法による解析においても同様に 1) 荷重増分法(山田の方法⁴⁾)を用いた。

2-3. 降伏条件、材料

本解析で仮定した材料定数を、表-1に示す。

剛体バネ-モデルの場合はバネ要素が降伏するとその境界辺ですべりが生じると考えるため降伏条件は $C (= \tau_y)$ を用いる。

また、 ϕ は内部摩擦角であり、Mohr-Coulombの降伏条件により判定する場合に用いた。有限要素解析の場合は歪硬化を考慮したが、剛体バネ-モデルの場合は完全弾塑性体と仮定した。

表-1 材料定数

	ヤング率 (Kgf/cm ²)	ポアソン比	降伏応力 (Kgf/cm ²)		
			σ_y	$C \ (\tau_y)$	ϕ
RBSM	2,100,000	0.3	/	1400	30
FEM	2,100,000	0.3	2400	/	/

3. 解析結果

3-1. 部分供試体

部分供試体は、実橋の横リブ腹板の一部を取り出した形のもので、

TYPE-1: 通常多く使用されているＵリブの切り欠き形状、

TYPE-2: Ｕ型リブを用いた場合の応力集中の緩和を目的とした切り欠き形状、

TYPE-3: Ｖ型リブを用いて応力集中の緩和を目的とした切り欠き形状、

の３タイプである。その節点数、要素数等については表－２に示す。ここで、同様の要素分割にも関わらず要素数が違うのは、剛体－バネモデルが境界条件の処理のための要素を必要とする²⁾ためである。

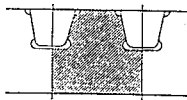
3-2. 変形図

図－３～１１に、３タイプの形状および要素分割を示す。ここで、破線は変形前の状態であり、実線は、変形後のイメージを示したものである。変形の様子からも、節点変位の連続性が成り立つ有限要素法と、剛体としての要素自身が変形しない剛体－バネモデルとの考え方の違いは明らかである。

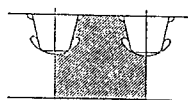
表－２ 節点数、要素数 (FEM・RBSM)

	節点数	要素数	バネ要素数
TYPE-1	(68 ・ 68)	(97 ・ 103)	(/ ・ 133)
TYPE-2	(62 ・ 62)	(85 ・ 91)	(/ ・ 115)
TYPE-3	(66 ・ 66)	(95 ・ 101)	(/ ・ 131)

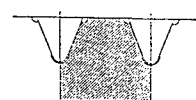
要素分割においては、文献８より応力集中を考慮し切り欠き周辺部を細かくする事により、その他の部分は、応力が小さいので要素が大きくても影響がない事が判っている。有限要素法との比較のため、剛体－バネモデルについても同様の分割を採用した。



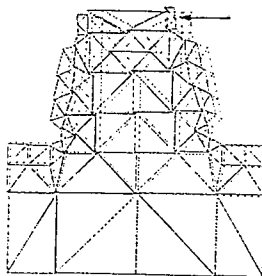
図－３



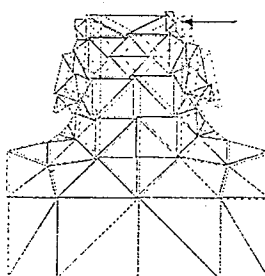
図－４



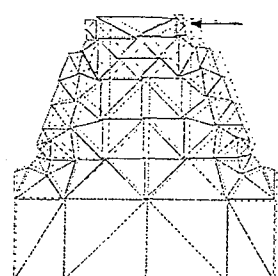
図－５



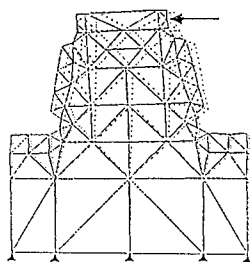
図－６



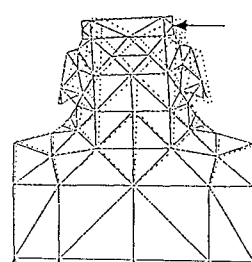
図－７



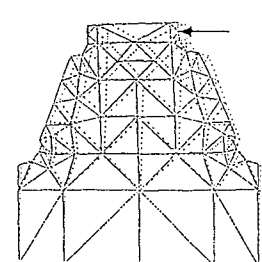
図－８



図－９



図－１０



図－１１

3-3. 荷重-変位曲線

次に荷重-変位曲線を示す。解析の上では 30tonまで載荷し、載荷点の変位に着目した。TYPE-1 を例にとり塑性要素の発生とすべり線の発生をたどってみる(図-12)。図の●は剛体-バネモデル、○は有限要素法による解析値である。グラフは縦軸が荷重(kg)、横軸が載荷点変位(cm)である。全てのステップを表示する事は不可能なので、step 1, step 5, step10を示すことにする。すべり線の発生とほぼ同じ荷重ですべり線を境界線とする要素が降伏していく様子が判る。また、極限解析を目的とした剛体-バネモデル

による解析値が有限要素法による解析値と非常によく一致するのが判る。

図-13はTYPE-2の荷重-変位曲線であり、◆は剛体-バネモデル、◇は有限要素法による解析値である。

図-14は同様にTYPE-3の荷重-変位曲線、▲が剛体-バネモデル、△が有限要素法による解析値である。

図-15は剛体-バネモデルによる3タイプの比較であり、図-16は有限要素法による比較である。

勾配は、TYPE-1と比較しTYPE-2が緩やかであるが、塑性域の発生はTYPE-1が最も小さい荷重で起こる。

なお、以上の図は全て同じスケールで描いたものである。

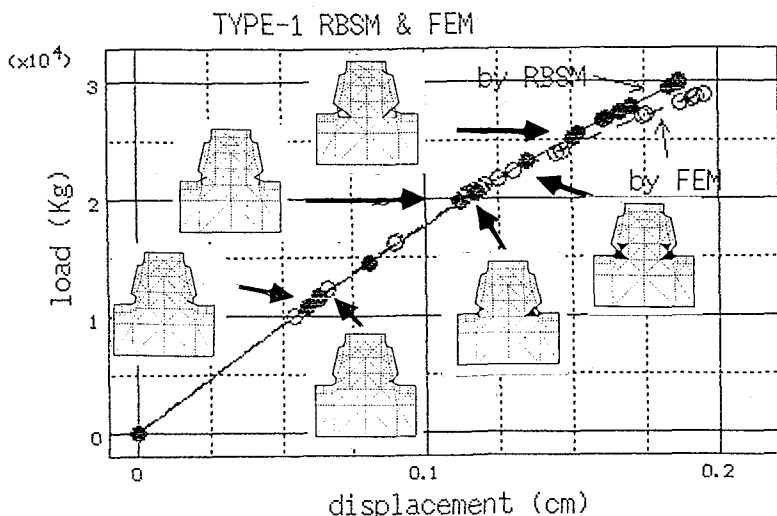


図-12

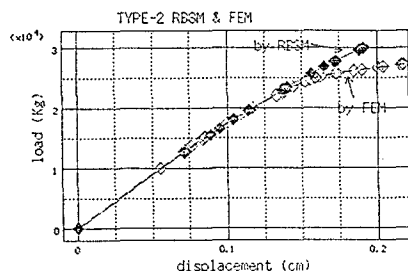


図-13

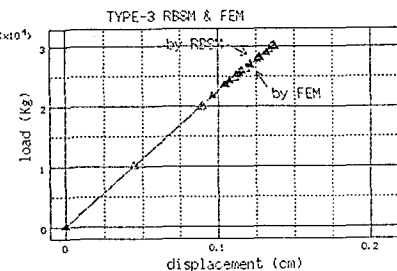


図-14

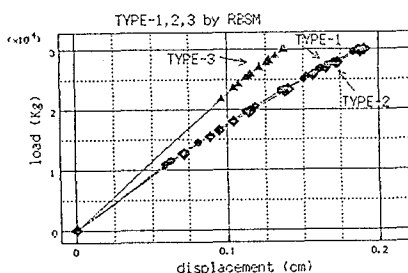


図-15

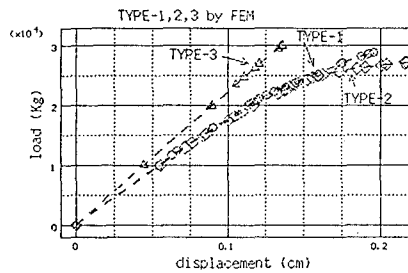


図-16

3.4 応力分布

次に応力集中について比較するために荷重 20ton 時の応力分布図を示す。図-17, 19, 21 は、剛体-バネモデルのバネの応力分布で縦軸は応力、横軸はバネ要素の番号である。図-18, 20, 22 は、有限要素法の要素の応力分布であり、横軸は要素番号である。図の要素番号 50 番前後の山の高い（谷の低い）ところが切り欠き部付近で応力が集中していることを表している。また 100 番前後は載荷点付近の要素であるため、応力が集中している。

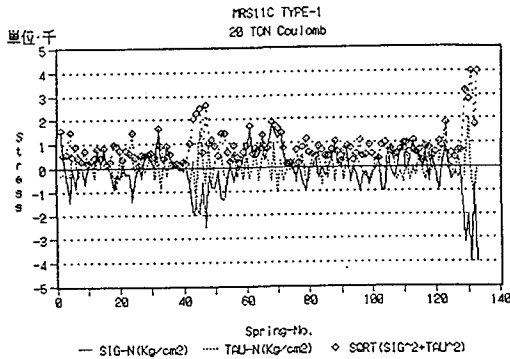


図-17

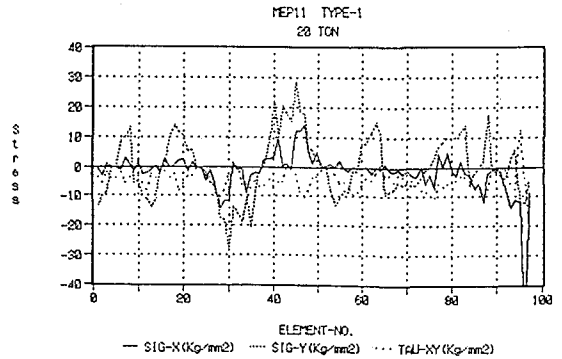


図-18

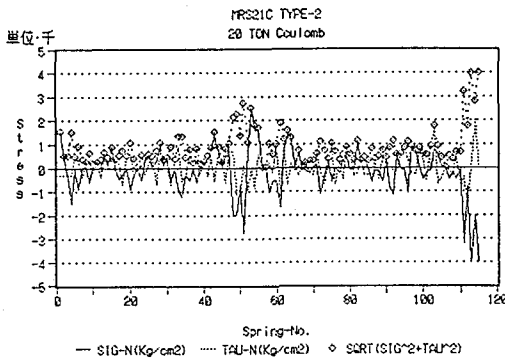


図-19

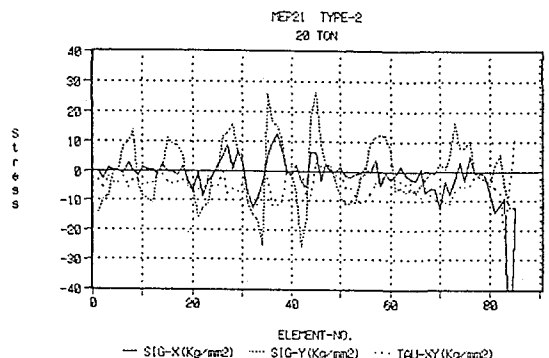


図-20

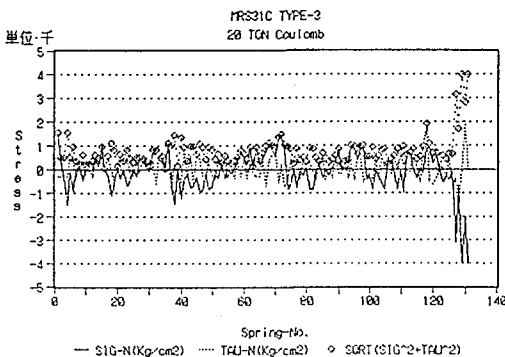


図-21

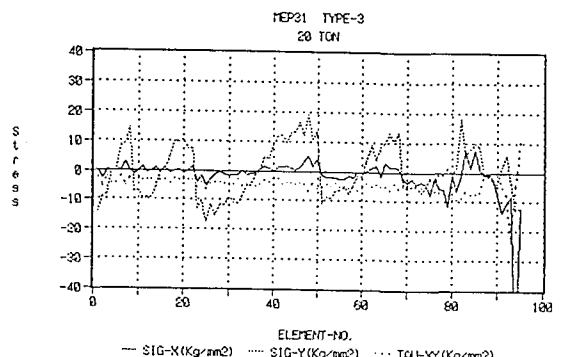


図-22

図-23に応力分布について剛体-バネモデルによる20ton時の解析結果を3タイプで比較した図を示す。縦軸は $\sqrt{(\sigma^2 + \tau^2)}$ 、横軸はバネ要素の番号である。

バネ要素の番号にずれはあるが、載荷点付近、切り欠き部付近に応力が集中しているのが判る。山の高さ(谷の低さ)からTYPE-1、TYPE-2と比較して、TYPE-3の応力が集中していないことが判る。

なお、パソコンを用いるにあたり、メモリーの制限があるため、連立一次方程式の解法には、バンドマトリックス法とスカイライン法を用いた。計算は、PC-386VRを用い、MS-FORTRAN ver.4.10で、倍精度で行った。

4. あ と が き

本研究で得られた結果は次の通りである。

- 1) 荷重-変位曲線に関しては、図-12～16に示したように、剛体バネモデルと有限要素法による解析結果は非常によく一致している。
- 2) 応力分布に関しては、図-17～22に示したように、切り欠き部付近に応力が集中している様子が両解析結果から判る。なお、文献8では弾性域における実験値と有限要素解析値が良く一致していることを確認している。
- 3) 荷重-変位曲線、応力分布よりTYPE-3(Vリブ)はTYPE-1、TYPE-2より有利な形状と思われる。
- 4) 連立一次方程式の解法にはバンドマトリックス法とスカイライン法を用いた。その結果メモリーの節約、演算速度のうえでスカイライン法が非常に有利であった。
- 5) この種の解析には、有限要素解析が一般的に行われているが、本報告での剛体-バネモデルも十分適用できることが判った。

<参考文献>

- 1) 川井 忠彦: "離散化極限解析法概論"、培風館(1991)
- 2) 川井 忠彦・竹内 則雄: "離散化極限解析プログラミング"、培風館(1990)
- 3) 竹内 則雄: "地盤力学における離散化極限解析"、培風館(1991)
- 4) 山田 嘉昭: "塑性・粘弾性"、培風館(1980)
- 5) 山田 嘉昭: "マトリックス法材料力学"、培風館(1980)
- 6) 三好 俊郎: "有限要素法-構造要素の変形・破壊挙動の解析-"、実教出版(1976)
- 7) 三好 俊郎: "MS-FORTRANによる有限/境界要素解析プログラミング"、サイエンス社(1985)
- 8) 村田 勝弘・浮橋 秀明・渡辺 昇・佐藤 浩一・佐藤 昌哉: "V型リブをもつ鋼床版横リブの応力解析と実験"、土木学会北海道支部論文集、第45号、pp.61-66 (1989)
- 9) 村田 勝弘・渡辺 昇・佐藤 浩一・佐藤 昌哉: "鋼床版横リブのスカーラップ近傍の応力分布の実験と解析法"、第18回日本道路会議論文集、pp.882-883 (1989)

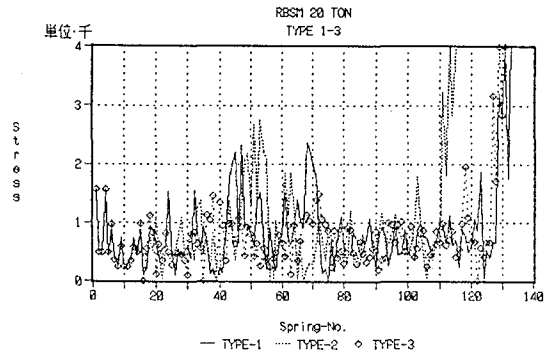


図-23