VI－1

土留打込矢板の根入長解析

(株)ロック建設技術研究所 正会員　今井芳雄

§1. 打込矢板の回転による受働土圧

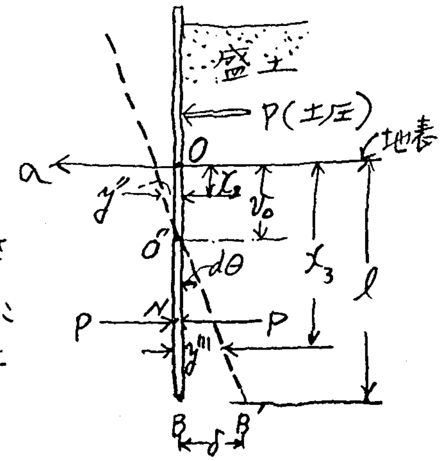


Figure: 1.1

根入長 l の矢板が盛土の主働圧 P をうける。この時矢板は微小角 $d\theta$ だけ地中の或点 O' を中心に回転する。従って相手の土に受働土圧を引きおこす。これを解析するため矢板の打込部の任意点 N (Figure: 1.1) に互に向き反対の大いさ P の力を加える。これら2力はその場で相殺する。然しこのうち盛土の土圧 P と向き反対の1力 P はこの土圧 P と偶力 moment を構成し矢板に作用する。残りの N 点の左向きの力 P は N 点において矢板を左に押す力として働く。偶力 moment は moment の原点を何処にとっても大きさは変らず等しい。然し偶力であるから これを構成する諸力については $\sum H=0$ である。

§2. 矢板根入部回転変位と受働応力 α

矢板の回転による土の反力 α はランキン受働土圧以内で、且つその点の変位 y の大きい程大であることは確かと思える。その関係をどう扱うかは色々あると思うが本論では比例常数を K とし $\alpha=K\cdot y$ とおくことにする。また この K は地表からの深さ x が大になる程土は締まり横抵抗も増すから ここでも深さ x に比例すると扱うことにする。比例常数を β とし $K=\beta\cdot x$ おく 矢板下端（尖端）の変位 $BB'=\delta$ (Figure: 1.1) とおけば 中間の変位 y', y'' は

$$y'=\frac{\delta}{l-v_0}(v_0-x_2),$$

$$y''=\frac{\delta}{l-v_0}(x_3-v_0)$$ となる。土の受ける応力 α', α'' は土の変位に比例すると扱ったから

$$\alpha'=K\cdot y'=\beta\cdot x_2\frac{\delta}{l-v_0}(v_0-x_2)=\frac{\delta}{l-v_0}\{-\beta x_2^2+v_0\beta x_2\}$$

Analysis of drived Length of Retaning Sheet Pile by Yosio Imai

$$\alpha''=K\cdot y''-\beta\cdot x_3\cdot\frac{d}{l-v_0}(x_3-v_0)=\frac{d}{l-v_0}\{\beta x_3^2-v_0\beta x_3\}$$

矢板の回転中心O''点では土の応力 $\alpha=0$ である。偶力momentをうけて(全も回転変位)矢板が $d\theta$ だけ微少回転するときこの回転から生ずる土の横抵抗応力 α', α'' は地表からの深さ x_2, x_3 の2次式で表されることがわかる。x_2, x_3 を1緒にして深さ x の2次式で表わされると云うことになる。

§3. αの分布2次曲線

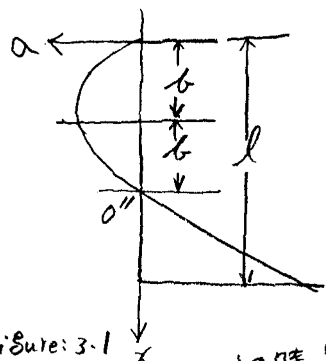


Figure: 3.1

地中の応力 α は深さ x の2次式で表わされることがわかったので横軸に α、縦軸に x 座標を定める。α は左方をnegative x は下方をpositiveとる

$\alpha=Ax^2+Bx+C_0$ とおく。地表 $x=0$ では土の横抵抗ないとくて $\alpha=0$ とおく

$\therefore\ \alpha=Ax^2+Bx$　　$x=0$ とき $\frac{d\alpha}{dx}=2A\times0+B$

この時 $\frac{d\alpha}{dx}$ = negativeだから係数Bはnegative.

$x=b$ のとき $\frac{d\alpha}{dx}=2Ab+B=0$ とおけば $A=\frac{-B}{2b}$ が得られる

$x=2b$ のとき $\alpha=\left(\frac{-B}{2b}\right)(2b)^2+B\cdot(2b)=0$ となる

α の分布曲線は頂点が $x=b$ のところにある

この α は偶力momentによって起されているとすれば $\Sigma H=0$ である

$$\therefore\Sigma H=\int_0^l\alpha\cdot dx=\int_0^l\left(\frac{-B}{2b}x^2+Bx\right)dx$$

$$=l^2B\left(\frac{-l}{6b}+\frac{1}{2}\right)=\text{とおく}\qquad\therefore\ b=\frac{1}{3}l$$

$\therefore\ A=\frac{-B}{2b}$ に代入して $A=\frac{-3B}{2l}$　　従って $\alpha=\frac{-3B}{2l}x^2+B\cdot x$ をうる。

次にこの偶力momentの大いさを考える。偶力momentはmomentの原点を何処にとっても値は変らない。そこで、地表の点Oにとればそのmoment Mは

$$M=\int_0^l(\alpha\cdot dx)\cdot x=\int_0^l\left(\frac{-3B}{2l}x^2+Bx\right)x\cdot dx=\frac{-3B}{2l}\int_0^l x^3dx+B\int_0^l x^2dx$$

$=B\left\{\frac{-1}{24}l^3\right\}$　∴ $B=(-)\frac{24M}{l^3}$　これを $\sigma=\frac{-3B}{2l}x^2+B\cdot x$ に代入すれば

$\sigma=\frac{-3}{2l}(-)\frac{24M}{l^3}+(-)\frac{24M}{l^3}x=\frac{36M}{l^4}x^2-\frac{24M}{l^3}x$ となる　このMは外力Pによって O''点(Figure: 3・1)に与えられたものである.

§4. 直力(Direct)とmomentによる土の応力の合成

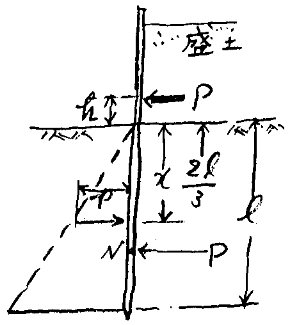


Figure: 4・1

盛土の土圧Pによって矢板根入部 l は $\frac{2}{3}l$ のN点を中心に回転することがわかった. そこでN点に残った1カPがN点に左方に向って作用力を及す. 従って矢板は受働土圧を引きおこす. 受働土圧は深さに従って直線分布をするから、任意の受働土圧 p は

$p=\frac{2P}{l^2}\cdot x$ となる　矢板根入から受ける土の応力は先の σ と今回の p の合力である. σ は negative にとったから符号を揃えて　合力 σ を σ_R とすれば

$\sigma_R=\sigma-p=\frac{36M}{l^4}x^2-\frac{24M}{l^3}x-\frac{2P}{l^2}\cdot x$. 矢根の安全を考えるとき σ_R の最大値が受働土圧以内でなければならぬ. 最大 σ_R の位置を求める.

$$\frac{d\sigma_R}{dx}=\frac{d\left\{\frac{36}{l^4}x^2-\frac{24M}{l^3}x-\frac{2P}{l^2}x\right\}}{dx}$$

$$=\frac{36}{l^4}\cdot 2x-\frac{24M}{l^3}-\frac{2P}{l^2}=0$$ とおいて x を求める

$$x=\frac{24M}{l^3}\times\frac{l^4}{36M\times 2}+\frac{2P}{l^2}\times\frac{l^4}{36M\times 2}=\frac{l}{3}+\frac{Pl^3}{36M}$$

$$\text{or}\quad =\frac{l}{3}+\frac{l^2}{36h+24l}\quad ;\ M=P\times\left(h+\frac{2}{3}l\right)$$

次に σ_R の式に maximum x を代入して σ_R を確定する

$$\text{maximum }\sigma_R=\frac{36M}{l^4}\left\{\frac{l}{3}+\frac{Pl^2}{36M}\right\}^2-\frac{24M}{l^3}\left\{\frac{l}{3}+\frac{Pl^2}{36M}\right\}-\frac{2P}{l^2}\left\{\frac{l}{3}+\frac{Pl^2}{36M}\right\}$$

$$=\frac{4M}{l^2}+\frac{2P}{3l}+\frac{P^2}{36M}-\frac{8M}{l^2}-\frac{2P}{3l}-\frac{2P}{3l}-\frac{P^2}{18M}$$

$$=\frac{-4M}{l^2}-\frac{2P}{3l}-\frac{P^2}{36M}\quad ;\ M=P\left(h+\frac{2}{3}l\right)$$ である

§5 矢板の根入長lの決定

maximum Q_R を生ずる点の受の受働土圧を p' とすれば矢板又は杭の受働土圧をおこす有効幅をDとしてランキン土圧を考えて

$$p'=\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}\,w\cdot D\times(\text{maximum } X)=\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}\cdot w\cdot D\left\{\frac{l}{3}+\frac{l^2}{36h+24l}\right\}$$

解析方程式として Q_R は negative に採っていたから

$$(-)\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}\cdot w\cdot D\left\{\frac{l}{3}+\frac{l}{36h+24l}\right\}=P\left\{\frac{-4h}{l^2}-\frac{10}{3l}-\frac{1}{36h+24l}\right\}$$ とおく.

ここで $l=\alpha\cdot h$ とおくと

$$(-)\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}\cdot w\cdot D\left\{\frac{1}{3}\alpha h+\frac{\alpha^2h^2}{36h+24\alpha h}\right\}=P\left\{\frac{-4h}{\alpha^2h^2}-\frac{10}{3\alpha h}-\frac{1}{36h+24\alpha h}\right\}$$

$\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}$ …ランキン受働圧係数, ϕ… 土の内部まさつ角, w…土の単位体積重量

D…受働圧有効幅

$$(-)\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}\cdot w\cdot D\,\frac{h^2}{P}=\frac{\frac{-4}{\alpha^2}-\frac{10}{3\alpha}-\frac{1}{36+24\alpha}}{\frac{1}{3}\alpha+\frac{\alpha^2}{36+24\alpha}}=\frac{-3(81\alpha^2+216\alpha+144)}{3\alpha^3(9\alpha+12)}=\frac{-(9\alpha+12)}{\alpha^3}$$

$\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}\,w\cdot D\cdot\frac{h^2}{P}\equiv Z$ とおけば $Z=\frac{9\alpha+12}{\alpha^3}$

∴ $Z\alpha^3-9\alpha-12=0$ の3次方程式の解が求むるαとなる

$l=\alpha\cdot h$ として根入長 l が求まる

§6. 計算例

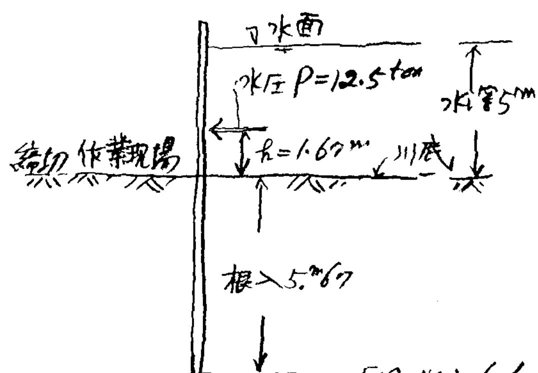


Figure: 6.1

水深5m, 土の単位体積重量 $\omega = 1.6\,t\cdot m^{-3}$

締切り矢板根入 l を求める (Figure: 6.1)

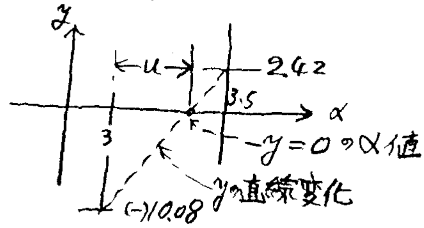
解 $Z \equiv \dfrac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}\,\omega.D.\dfrac{h^2}{P} = \dfrac{1+\sin\phi 30^\circ}{1-\sin\phi 30^\circ} \times 1.6\,t\cdot m^{-3} \times 1^m \times \dfrac{(1.67\,m)^2}{12.5\,ton}$

$= 3 \times 1.6 \times \dfrac{2.79}{12.5} = 1.071$

$y = Z\alpha^3 - 9\alpha - 12 = 1.071\alpha^3 - 9\alpha - 12 = \{\alpha^2 \times 1.071 - 9\}\alpha - 12$ とおいて

$\alpha = 3$ のとき　$y = (-)10.08$

$\alpha = 3.5$ のとき　$y = 2.42$



$u = (3.5-3) \times \dfrac{10.08}{10.08+2.42} = 0.4$

∴求むる方程式のαの根 $= 3 + 0.4 = 3.4$

$\alpha = 3.4$ のとき　$y = (-)0.51$ これを解として $l = \alpha\cdot h = 3.4 \times 1.67 = 5.68$ (答)

§7. 矢板下端B点における土応力と受働土圧

矢板下端B点の土の合成応力 σ_R は σ_R の式に $x = l$ とおけば

$$\sigma_R = \frac{36M}{l^4}l^2 - \frac{24M}{l^3}l - \frac{2P}{l} = \frac{12M}{l^2} - \frac{2P}{l}$$

ここでも $M = P(h + \frac{2}{3}l) = P(h + \frac{2}{3}\alpha h) = Ph(1 + \frac{2}{3}\alpha)$ であるから

$$\sigma_R = \frac{12}{l^2}Ph(1+\frac{2}{3}\alpha) - \frac{2P}{l} = \frac{12}{l^2}Ph + \frac{2Ph\alpha}{l^2} - \frac{2P\alpha h}{l^2} = \frac{2Ph(6+3\alpha)}{l^2}$$

ここで $\alpha\cdot h = l$,　l…矢板打込長,　P…矢板にかかる外力(主働土圧等)

矢板下端B点の受働土圧 $= \dfrac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}\,\omega.D.l$ (ランキン受働土圧)　これを分母とし分子に σ_R をとりその比を求める

$$比 = \frac{\dfrac{2Ph(6+3\alpha)}{l^2}}{\dfrac{(1+\sin\phi)\,\omega.D.l}{1-\sin\phi}} = \frac{2Ph(6+3\alpha)}{l^2} \times \frac{1-\sin\phi}{(1+\sin\phi)\,\omega.D.l}$$

$$= \frac{2Ph(6+3\alpha)(1-\sin\phi)}{l^3(1+\sin\phi)\cdot\omega.D}$$ (次頁へ)

前頁から $Lt = \frac{2Ph(6+3\alpha)(1-\sin\phi)}{\alpha^3 h^3 (1+\sin\phi)\cdot w\cdot D}$　ここで $\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}\cdot w\cdot D\cdot\frac{h^2}{P} \equiv Z = \frac{9\alpha+12}{\alpha^3}$ を

用いると $\frac{1}{\alpha^3} = \frac{(1+\sin\phi)\,w\cdot D\cdot h^2}{(1-\sin\phi)\,P\cdot(9\alpha+12)}$ となる. これを代入して

$$Lt = \frac{2Ph(6+3\alpha)(1-\sin\phi)}{h^3(1+\sin\phi)\cdot w\cdot D}\times\frac{(1+\sin\phi)\,w\cdot D\,h^2}{(1-\sin\phi)\,P(9\alpha+12)} = \frac{2(6+3\alpha)}{12+9\alpha} = \frac{12+6\alpha}{1+9\alpha} < 1$$

即ち矢板下端B点では回転と直動両応力の合応力Q点はその点の受働土圧以内であると云える. 矢板のすべての点でランキン受働圧を超えないと立証された。

§8. 結言.

矢板の根入長ℓも解析式は手間取ったが2次の項を欠く3次方程式でたやすく根が求められる. 又矢板下端も受働土圧を超えないことがわかった.
うまく利用されることを期待したい. (1990-10-5)