

V-17

PC斜張橋のクリープ特性についての一考察†

ドービー建設工業(株) 正員 石黒 如
ドービー建設工業(株) 松井 敏二

1. まえがき

近年、我が国の橋梁分野においても景観が重視されるようになり、これに伴って、PC斜張橋の建設が飛躍的に増加してきた。しかし、PC斜張橋は、従来のプレストレストコンクリート橋と比べてはるかに高次の不静定構造である上に、コンクリート製の主桁・主塔と鋼製の斜材から成る複合構造でもあるため、設計においては、クリープおよび乾燥収縮による断面力移行量の解析が特に重要な問題となる。その中に含まれる具体的な要因を列挙すれば、以下の通りである。

- 1) 各断面力に対する遅れ弾性歪み係数の違い。
- 2) 部材間のフロー歪み係数の違い。
- 3) 部材間の乾燥収縮度の違い。
- 4) コンクリートの弾性係数の変化。
- 5) 鉄筋、PC鋼材による拘束。
- 6) 繰り返し起きる構造系の変化。

本論文では、これらを総合的に評価する手法として、鉄筋およびPC鋼材の拘束を考慮した変形法による段階的積分法についての算式をまとめ、これを用いてPC斜張橋について数例のクリープ解析を行い、結果を比較した。

2. 解析方法

時刻 t までを n 個の小さな時間間隔 Δt に分割し、各 Δt の部材の変形を $\{\delta\}_i$ とすれば、時刻 t から $t+\Delta t$ までに生じるコンクリートのクリープ変形量 $\{\Delta\delta_c\}$ は、次式で与えられる。但し、 Δt 間のフロー歪み係数を $\Delta\varphi_f$ 、遅れ弾性歪み係数を $\Delta\varphi_d$ 、乾燥収縮度を Δs とする。

$$\{\Delta\delta_c\} = \sum_{i=0}^{n-1} [D] \{\delta\}_i (\Delta\varphi_f + \Delta\varphi_{di}) + \{S\} \Delta s$$

ここで、部材の両端における断面力と変形は、図-1に示す向きを正とする。また、変位ベクトル $\{\delta\}$ および $[D]$ 、 $\{S\}$ は、以下に示す通り。

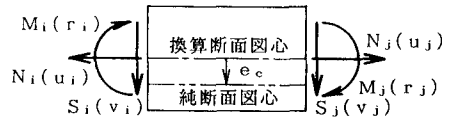


図-1

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} u_j \\ v_j \\ r_j \\ u_k \\ v_k \\ r_k \end{Bmatrix}, [D] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & e_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & e_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \{S\} = \begin{Bmatrix} l/2 \\ 0 \\ 0 \\ -l/2 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

クリープ移行量を変形法の初期歪み問題として解析することを前提に、このクリープ変形を拘束するために必要な固定端力を $\{\Delta F_{cya}\}$ とすれば、

† On the creep behaviour of cable stayed prestressed concrete bridges ; by Hitoshi ISHIGURO and Toshiji MATSUI.

$$\{ \Delta F_{cya} \} = - \sum_{i=0}^{n-1} [K_c] [D] \{ \delta \}_i (\Delta \varphi_f + \Delta \varphi_{di}) - [K_c] \{ S \} \Delta s$$

但し、これはコンクリートの純断面に対する力であり、 $[K_c]$ はコンクリート純断面についての部材剛性マトリックスを表わす。さらに、この拘束力を解放することによって鋼材換算断面に生じる等価節点力 $\{ \Delta F_{yo} \}$ は、次式で与えられる。

$$\{ \Delta F_{yo} \} = \sum_{i=0}^{n-1} [D]^T [K_c] [D] \{ \delta \}_i (\Delta \varphi_f + \Delta \varphi_{di}) + [D]^T [K_c] \{ S \} \Delta s$$

この等価節点力を全体構造系に作用させることによって、クリープ移行量の不静定分 $\{ F_{y1} \}$ が求められる。尚、 $[D]^T [K_c] [D]$ 、 $[D]^T [K_c] \{ S \}$ をまとめて表わせば、次の通り。

$$[D]^T [K_c] [D] = \begin{bmatrix} \frac{E_c A_c}{\ell} & 0 & \frac{E_c A_c e_c}{\ell} & -\frac{E_c A_c}{\ell} & 0 & -\frac{E_c A_c e_c}{\ell} \\ 0 & \frac{12E_c I_c}{\ell^3} & \frac{6E_c I_c}{\ell^2} & 0 & \frac{-12E_c I_c}{\ell^3} & \frac{6E_c I_c}{\ell^2} \\ \frac{E_c A_c e_c}{\ell} & \frac{6E_c I_c}{\ell^2} & \frac{4E_c I_c}{\ell} + \frac{E_c A_c e_c^2}{\ell} & -\frac{E_c A_c e_c}{\ell} & \frac{-6E_c I_c}{\ell^2} & \frac{2E_c I_c}{\ell} + \frac{-E_c A_c e_c^2}{\ell} \\ -\frac{E_c A_c}{\ell} & 0 & \frac{-E_c A_c e_c}{\ell} & \frac{E_c A_c}{\ell} & 0 & \frac{E_c A_c e_c}{\ell} \\ 0 & \frac{-12E_c I_c}{\ell^3} & \frac{-6E_c I_c}{\ell^2} & 0 & \frac{12E_c I_c}{\ell^3} & \frac{-6E_c I_c}{\ell^2} \\ \frac{-E_c A_c e_c}{\ell} & \frac{6E_c I_c}{\ell^2} & \frac{2E_c I_c}{\ell} + \frac{-E_c A_c e_c^2}{\ell} & \frac{E_c A_c e_c}{\ell} & \frac{-6E_c I_c}{\ell^2} & \frac{4E_c I_c}{\ell} + \frac{E_c A_c e_c^2}{\ell} \end{bmatrix}$$

$$[D]^T [K_c] \{ S \} = \begin{Bmatrix} E_c A_c \\ 0 \\ E_c A_c e_c \\ -E_c A_c \\ 0 \\ -E_c A_c e_c \end{Bmatrix}$$

ところが、各 Δt 間におけるコンクリート純断面に対する断面力の増分を $\{ \Delta F_c \}_i$ とすれば、

$$\{ \Delta F_c \}_i = [K_c] [D] \{ \delta \}_i$$

従って、固定端力および等価節点力は、次式によりコンクリート純断面に作用する断面力から求められる。但し、コンクリートの4週弾性係数 E_{28} に対して、 $E_c = K_e E_{28}$ とする。

$$\{ \Delta F_{cya} \} = -K_e \sum_{i=0}^{n-1} \{ F_c \}_i (\Delta \varphi_f + \Delta \varphi_{di}) - [K_c] \{ S \} \Delta s$$

$$\{ \Delta F_{yo} \} = K_e \sum_{i=0}^{n-1} [D]^T \{ F_c \}_i (\Delta \varphi_f + \Delta \varphi_{di}) + [D]^T [K_c] \{ S \} \Delta s$$

さらに、各 Δt 間の荷重による鋼材換算断面に対する断面力の増分を $\{ \Delta F_w \}_i$ で表わせば、次式が成り立つ。ここまでの計算を繰り返すことによって、クリープによる断面力移行量が求められる。

$$\{ \Delta F_c \}_i = \{ F_{cya} \}_i + [A] (\{ \Delta F_w \}_i + \{ \Delta F_{yo} \}_i + \{ \Delta F_{y1} \}_i)$$

但し、図-2のように、断面には鋼材を m 段配置する。また、断面力ベクトル $\{ F \}$ および $[A]$ は、

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} N_j \\ S_j \\ M_j \\ N_j \\ S_j \\ M_j \end{Bmatrix}, [A] = \begin{bmatrix} \alpha_c & 0 & \beta_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_c & 0 & \beta_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_c \end{bmatrix}$$

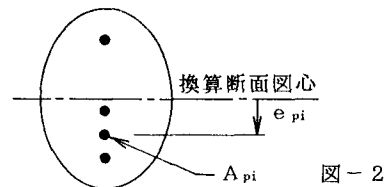


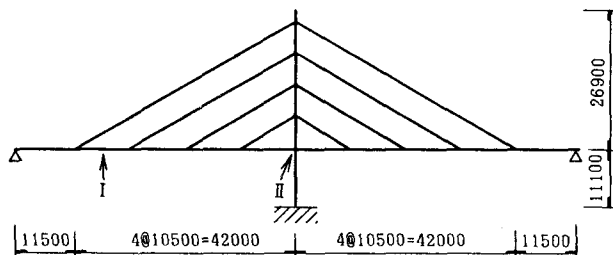
図-2

$$\alpha_c = \frac{A_c}{A}, \beta_c = \frac{A_c e_c}{I}, \gamma_c = \frac{I_c}{I}, n_i = \frac{E_{pi}}{E_c}, A = A_c + \sum_{i=1}^m n_i A_{pi}, I = I_c + A_c e_c + \sum_{i=1}^m n_i (I_{pi} + A_{pi} e_{pi})$$

3. 解析例

支保工上で一括施工した図-3のようなPC斜張橋について、前述の解析方法を用いてクリープ解析を行う。その際、表-2の各項目についての比較を行う。但し、段階的積分における時間間隔については、文献4)の検討結果に基づき、表-1に示す通りとする。

また、コンクリートの弾性係数、フロー歪み係数、遅れ弾性歪み係数、乾燥収縮度は、文献1), 2)による。



	log(t)	t	Δt	計算段階名
$\beta_f(10^3) = 0.380$ $\Delta \beta_f = 0.270$ $\Delta \beta_f = 0.025$ $\Delta \beta_f = 0.05$ $n_s = \Delta \beta_f / \Delta \beta_f$ $1/n_s = 0.053$	1.000 1.053 1.106 1.159 1.212	10 12 14 16 18	—	荷重載荷時 i = 1 CASE i = 2 CASE i = 3 CASE i = 4 CASE i = 5 CASE i = 6 CASE i = 7 CASE i = 8 CASE i = 9 CASE
$\beta_f(10^3) = 0.850$ $\Delta \beta_f = 0.470$ $\Delta \beta_f = 0.025$ $\Delta \beta_f = 0.05$ $n_s = \Delta \beta_f / \Delta \beta_f$ $1/n_s = 0.053$	2.000 2.053 2.106 2.159 2.212 2.265 2.318 2.371 2.424 2.477 2.530 2.583 2.636 2.689 2.742 2.795 2.848 2.901 2.954 3.007 3.060 3.113 3.166 3.219 3.272 3.325 3.378 3.431 3.484 3.537 3.590 3.643 3.696 3.749 3.802 3.855 3.908 3.961 4.014 4.067 4.120 4.173 4.226 4.279 4.332 4.385 4.438 4.491 4.544 4.597 4.650 4.703 4.756 4.809 4.862 4.915 4.968 5.021 5.074 5.127 5.180 5.233 5.286 5.339 5.392 5.445 5.498 5.551 5.604 5.657 5.710 5.763 5.816 5.869 5.922 5.975 6.028 6.081 6.134 6.187 6.240 6.293 6.346 6.399 6.452 6.505 6.558 6.611 6.664 6.717 6.770 6.823 6.876 6.929 6.982 7.035 7.088 7.141 7.194 7.247 7.300 7.353 7.406 7.459 7.512 7.565 7.618 7.671 7.724 7.777 7.830 7.883 7.936 7.989 8.042 8.095 8.148 8.201 8.254 8.307 8.360 8.413 8.466 8.519 8.572 8.625 8.678 8.731 8.784 8.837 8.890 8.943 8.996 9.049 9.102 9.155 9.208 9.261 9.314 9.367 9.420 9.473 9.526 9.579 9.632 9.685 9.738 9.791 9.844 9.897 9.950 10.003 10.056 10.109 10.162 10.215 10.268 10.321 10.374 10.427 10.480 10.533 10.586 10.639 10.692 10.745 10.798 10.851 10.904 10.957 11.010 11.063 11.116 11.169 11.222 11.275 11.328 11.381 11.434 11.487 11.540 11.593 11.646 11.699 11.752 11.805 11.858 11.911 11.964 12.017 12.070 12.123 12.176 12.229 12.282 12.335 12.388 12.441 12.494 12.547 12.600 12.653 12.706 12.759 12.812 12.865 12.918 12.971 13.024 13.077 13.130 13.183 13.236 13.289 13.342 13.395 13.448 13.501 13.554 13.607 13.660 13.713 13.766 13.819 13.872 13.925 13.978 14.031 14.084 14.137 14.190 14.243 14.296 14.349 14.402 14.455 14.508 14.561 14.614 14.667 14.720 14.773 14.826 14.879 14.932 14.985 15.038 15.091 15.144 15.197 15.250 15.303 15.356 15.409 15.462 15.515 15.568 15.621 15.674 15.727 15.780 15.833 15.886 15.939 15.992 16.045 16.098 16.151 16.204 16.257 16.310 16.363 16.416 16.469 16.522 16.575 16.628 16.681 16.734 16.787 16.840 16.893 16.946 17.000 17.053 17.106 17.159 17.212 17.265 17.318 17.371 17.424 17.477 17.530 17.583 17.636 17.689 17.742 17.795 17.848 17.901 17.954 18.007 18.060 18.113 18.166 18.219 18.272 18.325 18.378 18.431 18.484 18.537 18.590 18.643 18.696 18.749 18.802 18.855 18.908 18.961 19.014 19.067 19.120 19.173 19.226 19.279 19.332 19.385 19.438 19.491 19.544 19.597 19.650 19.703 19.756 19.809 19.862 19.915 19.968 20.021 20.074 20.127 20.180 20.233 20.286 20.339 20.392 20.445 20.498 20.551 20.604 20.657 20.710 20.763 20.816 20.869 20.922 20.975 21.028 21.081 21.134 21.187 21.240 21.293 21.346 21.399 21.452 21.505 21.558 21.611 21.664 21.717 21.770 21.823 21.876 21.929 21.982 22.035 22.088 22.141 22.194 22.247 22.300 22.353 22.406 22.459 22.512 22.565 22.618 22.671 22.724 22.777 22.830 22.883 22.936 22.989 23.042 23.095 23.148 23.201 23.254 23.307 23.360 23.413 23.466 23.519 23.572 23.625 23.678 23.731 23.784 23.837 23.890 23.943 24.000 24.053 24.106 24.159 24.212 24.265 24.318 24.371 24.424 24.477 24.530 24.583 24.636 24.689 24.742 24.795 24.848 24.901 24.954 25.007 25.060 25.113 25.166 25.219 25.272 25.325 25.378 25.431 25.484 25.537 25.590 25.643 25.696 25.749 25.802 25.855 25.908 25.961 26.014 26.067 26.120 26.173 26.226 26.279 26.332 26.385 26.438 26.491 26.544 26.597 26.650 26.703 26.756 26.809 26.862 26.915 26.968 27.021 27.074 27.127 27.180 27.233 27.286 27.339 27.392 27.445 27.498 27.551 27.604 27.657 27.710 27.763 27.816 27.869 27.922 27.975 28.028 28.081 28.134 28.187 28.240 28.293 28.346 28.399 28.452 28.505 28.558 28.611 28.664 28.717 28.770 28.823 28.876 28.929 28.982 29.035 29.088 29.141 29.194 29.247 29.300 29.353 29.406 29.459 29.512 29.565 29.618 29.671 29.724 29.777 29.830 29.883 29.936 29.989 30.042 30.095 30.148 30.201 30.254 30.307 30.360 30.413 30.466 30.519 30.572 30.625 30.678 30.731 30.784 30.837 30.890 30.943 31.000 31.053 31.106 31.159 31.212 31.265 31.318 31.371 31.424 31.477 31.530 31.583 31.636 31.689 31.742 31.795 31.848 31.901 31.954 32.007 32.060 32.113 32.166 32.219 32.272 32.325 32.378 32.431 32.484 32.537 32.590 32.643 32.696 32.749 32.802 32.855 32.908 32.961 33.014 33.067 33.120 33.173 33.226 33.279 33.332 33.385 33.438 33.491 33.544 33.597 33.650 33.703 33.756 33.809 33.862 33.915 33.968 34.021 34.074 34.127 34.180 34.233 34.286 34.339 34.392 34.445 34.498 34.551 34.604 34.657 34.710 34.763 34.816 34.869 34.922 34.975 35.028 35.081 35.134 35.187 35.240 35.293 35.346 35.399 35.452 35.505 35.558 35.611 35.664 35.717 35.770 35.823 35.876 35.929 35.982 36.035 36.088 36.141 36.194 36.247 36.300 36.353 36.406 36.459 36.512 36.565 36.618 36.671 36.724 36.777 36.830 36.883 36.936 36.989 37.042 37.095 37.148 37.201 37.254 37.307 37.360 37.413 37.466 37.519 37.572 37.625 37.678 37.731 37.784 37.837 37.890 37.943 38.000 38.053 38.106 38.159 38.212 38.265 38.318 38.371 38.424 38.477 38.530 38.583 38.636 38.689 38.742 38.795 38.848 38.901 38.954 39.007 39.060 39.113 39.166 39.219 39.272 39.325 39.378 39.431 39.484 39.537 39.590 39.643 39.696 39.749 39.802 39.855 39.908 39.961 40.014 40.067 40.120 40.173 40.226 40.279 40.332 40.385 40.438 40.491 40.544 40.597 40.650 40.703 40.756 40.809 40.862 40.915 40.968 41.021 41.074 41.127 41.180 41.233 41.286 41.339 41.392 41.445 41.498 41.551 41.604 41.657 41.710 41.763 41.816 41.869 41.922 41.975 42.028 42.081 42.134 42.187 42.240 42.293 42.346 42.399 42.452 42.505 42.558 42.611 42.664 42.717 42.770 42.823 42.876 42.929 42.982 43.035 43.088 43.141 43.194 43.247 43.300 43.353 43.406 43.459 43.512 43.565 43.618 43.671 43.724 43.777 43.830 43.883 43.936 43.989 44.042 44.095 44.148 44.201 44.254 44.307 44.360 44.413 44.466 44.519 44.572 44.625 44.678 44.731 44.784 44.837 44.890 44.943 45.000 45.053 45.106 45.159 45.212 45.265 45.318 45.371 45.424 45.477 45.530 45.583 45.636 45.689 45.742 45.795 45.848 45.901 45.954 46.007 46.060 46.113 46.166 46.219 46.272 46.325 46.378 46.431 46.484 46.537 46.590 46.643 46.696 46.749 46.802 46.855 46.908 46.961 47.014 47.067 47.120 47.173 47.226 47.279 47.332 47.385 47.438 47.491 47.544 47.597 47.650 47.703 47.756 47.809 47.862 47.915 47.968 48.021 48.074 48.127 48.180 48.233 48.286 48.339 48.392 48.445 48.498 48.551 48.604 48.657 48.710 48.763 48.816 48.869 48.922 48.975 49.028 49.081 49.134 49.187 49.240 49.293 49.346 49.399 49.452 49.505 49.558 49.611 49.664 49.717 49.770 49.823 49.876 49.929 50.000	100 113 126 140 153 166 180 193 206 220 233 246 260 273 286 300 313 326 340 353 366 380 393 406 420 433 446 460 473 486 500 513 526 540 553 566 580 593 606 620 633 646 660 673 686 700 713 726 740 753 766 780 793 806 820 833 846 860 873 886 900 913 926 940 953 966 980 993 1000	11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45 47 49 51 53 55 57 59 61 63 65 67 69 71 73 75 77 79 81 83 85 87 89 91 93 95 97 99 101	i = 10 CASE i = 11 CASE i = 12 CASE i = 13 CASE i = 14 CASE i = 15 CASE i = 16 CASE i = 17 CASE i = 18 CASE i = 19 CASE i = 20 CASE i = 21 CASE i = 22 CASE i = 23 CASE 設計荷重時

図-3 表-1

$$A_c = 1.9373m^2, y_c' = 0.318m, I_c = 0.1136m^4$$

$$A_p = 0.1052m^2, y_p' = 0.439m \quad (I \text{ 断面})$$

$$A_p = 0.0467m^2, y_p' = 0.096m \quad (II \text{ 断面})$$

$$A_s = 0.0089m^2, y_s' = 0.249m \quad (D-1)$$

$$A_s = 0.0271m^2, y_s' = 0.249m \quad (D-2)$$

構造	R-TYPE	桁と橋脚が剛結	斜材	S-2	$\phi 26(90/120) \times 2$	鋼材	D-1	PC + 一般の配筋
	F-TYPE	桁と橋脚が分離		S-4	$\phi 26(90/120) \times 4$		D-2	PC + 全鉄筋 D22
	—	—		S-6	$\phi 26(90/120) \times 6$		—	—

表-2

断面力比 (%)		M _p /M _w		応力度 (kg/cm ²)	Ⅰ上縁		Ⅰ下縁		Ⅱ上縁		Ⅱ下縁	
		Ⅰ	Ⅱ		D-1	D-2	D-1	D-2	D-1	D-2	D-1	D-2
R-TYPE	S-2	-61	-68	σ _{p2}	23	24	-38	-39	-23	-23	33	32
	S-4	-61	-60	σ _{cya} + σ _{p0}	-10	-21	-19	-20	-11	-19	1	-3
	S-6	-60	-54	σ _{p1}	5	7	-9	-12	1	2	-3	-4
F-TYPE	S-2	-53	39	σ _{p2}	23	24	-38	-39	-11	-10	14	14
	S-4	-56	20	σ _{cya} + σ _{p0}	-10	-21	-19	-20	-20	-30	1	-4
	S-6	-57	12	σ _{p1}	5	7	-9	-13	0	0	0	-1

表-3

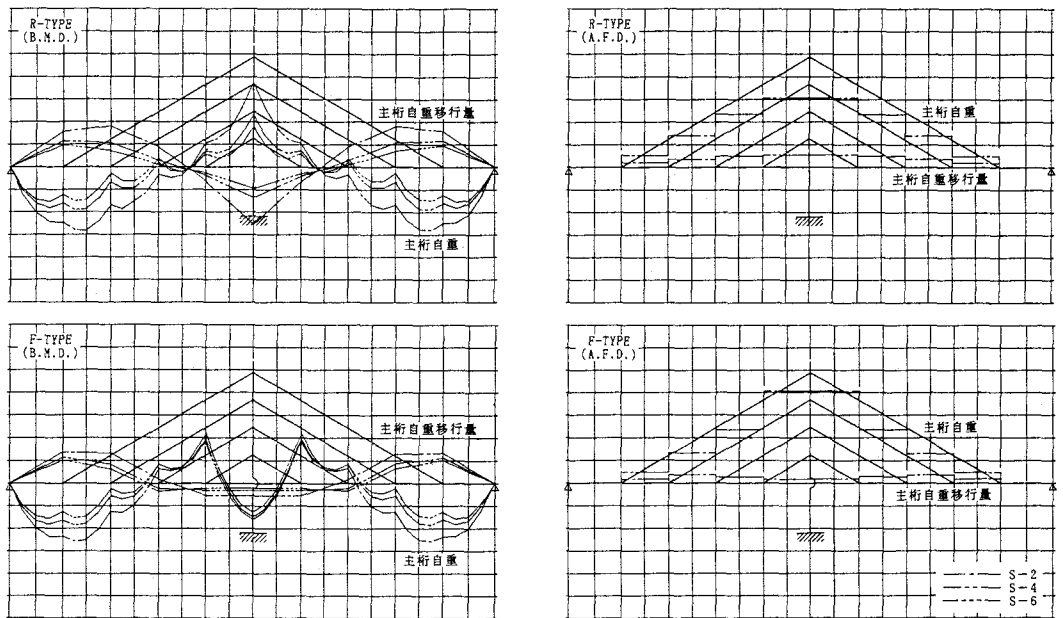


図-4

4. まとめ

解析結果は、表-3および図-4に示す通りである。これらから、PC斜張橋のクリープ特性について、次のことが言える。但し、3径間以上の場合については、さらに検討が必要である。

- 1) 主桁と橋脚を分離構造（フローティング）とした方が、剛結構造とした場合よりもクリープ移行量が小さくなる。しかし、斜材の剛性の変化が移行量に与える影響は逆に大きくなる。
- 2) 鋼材換算断面に作用するクリープ移行量の不静定分だけを見れば、曲げモーメントの移行量の方が軸力の移行量よりも大きく、本例題では荷重によるものの50%を越えている。
- 3) 主桁の剛性に比べて斜材の剛性が大きいほどクリープ移行量が小さく、また剛性の変化が移行量に与える影響も小さくなる。斜材の配置形状の違いについては、さらに検討が必要である。
- 4) 主桁鋼材量はクリープ移行量の不静定分にはあまり影響を与えないが、主桁鋼材量の増加に伴う移行量の静定分の増加は非常に顕著である。これは、コンクリートに対する引張応力の増加、或いはプレストレスの減少を意味しており、実際の設計では注意する必要がある。

5. 参考文献

- 1) 道路橋示方書・同解説(Ⅰ)(Ⅱ), 日本道路協会, 1990
- 2) コンクリート道路橋設計便覧, 日本道路協会, 1985
- 3) 小宮 正久; 酒井 一; 前田 晴人: 任意形コンクリート構造物のクリープ解析法に関する一提案, プレストレストコンクリート, Mar.1987
- 4) 石黒 如: 段階的積分法によるクリープ解析と時間間隔の影響について, 土木学会北海道支部論文集, 1990
- 5) Comité Euro-International du Béton: Structural Effects of Time-dependent Behaviour of Concrete, Georgi Publishing Company, Saint-Saphorin, Switzerland, 1984