

II-59

需要水量変動の分布形を仮定した
配水管網状態推定法

北海道大学工学部 正員 船水尚行

" 正員 高桑哲男

1. はじめに

配水コントロールまたは配水管網の拡張設計にあたっては、配水管網の状態推定、すなわち、時刻的、場所的需要水量分布や管路能力の推定法が必要となる。各節点の圧力を測定し、各管路の粗度に関する係数と各節点の需要水量を推定する管網状態推定法の開発においては、各節点で成立する流量の連続の式と各管路で成り立つ流量式のみでは未知数の数に比較して式の本数が不足するため¹⁾、未知量を推定するための照査指標が必要となる。筆者らは既報において、需要水量変動の統計的性質に注目し、照査指標として需要水量変動の対称性¹⁾、相関性^{2), 3)}をとりあげ、それぞれの照査指標の有効性について検討を行った。しかし、推定対象管網の特性、特に水の需要構造に応じて状態推定に用いる照査指標を選定することから、各種の照査指標についてその適用性について検討しておく必要がある。

そこで、本論文では照査指標として「需要水量の変動は正規分布に従う」という仮定をとりあげ、この指標による未知量推定の可能性と推定精度について検討する。

2. 推定法

ここで状態推定しようとする管網は

- (1) 節点水圧は管網解析法で算出されるエネルギー一位に等しく、かつ、すべての節点で既知である。
- (2) 流出水量の総和は既知であり、これにより配水基地に接続する管路の管路係数が既知となる。
- (3) 流量式における損失水頭の指数は既知である。

を満足するものとする。

本研究では照査指標の「需要水量の変動は正規分布に従う」という仮定を定量化するために、次式の正規分布への適合度 t を用いる。

$$t = \sum_{i=1}^K (f_{0,i} - f_{1,i})^2 / f_{1,i} \quad \text{-----} \quad (1)$$

ここで、 $f_{0,i}$ はクラス i の実度数、 $f_{1,i}$ はクラス i の理論度数、 K はクラス分けの総数である。この適合度 t は統計の分野で標本データの確率密度関数が理論的な確率密度関数にどの程度適合するか検定する際に用いられるものであり、自由度 $K-3$ の χ^2 分布に従う⁴⁾。本推定法では需要水量の変動が正規分布に最も近くなるような管路係数の値を推定するので、式(1)の t を最小化して管路係数を求めることになる。

次に、式(1)の計算に必要な需要水量の度数分布 $f_{0,i}$ の計算法を示す。図-1のように管網の一部をとりだし、注目する節点を I_0 、上流の節点を I_{-1} 、下流の節点を I_j ($j=1, 2, \dots, n$) とする。また、これらの節点に接続する管路を図のように定める。図-1において既知の量は管路0の管路係数 S_0 と M 組の

State Estimation of a Water Distribution Network using a Probability Density Function of the Water Consumption Variation

by Naoyuki FUNAMIZU and Tetsuo TAKAKUWA

表－1 直径，需要水量の平均，分散

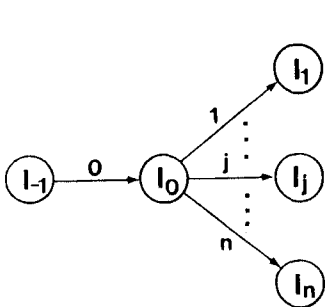
管 節 点	直径 (m)	$\bar{P}$ (m^3/s)	σ_P^2 (m^3/s) ²
1	1.5	-	-
2	1.2	0.5	0.05
3	1.0	0.2	0.01
4	0.65	0.7	0.05
5	1.0	0.4	0.03
6	0.8	0.2	0.01
7	0.6	0.6	0.06
8	0.4	0.3	0.02
9	0.8	0.4	0.03
10	0.75	0.5	0.05
11	0.6	0.2	0.01
12	0.75	0.7	0.07
13	0.6	0.4	0.03
14	0.6	-	-
15	0.4	-	-
16	0.5	-	-
17	0.6	-	-
18	0.5	-	-

表－2 節点間の相関係数

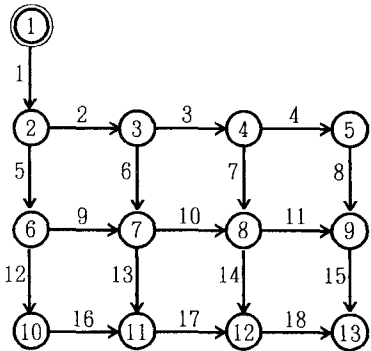
	節 点												
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
2	1.0	0.5	0.2	0.1	0.7	0.2	0.1	0.0	0.2	0.1	0.0	0.0	
3		1.0	0.6	0.3	0.1	0.5	0.2	0.1	0.1	0.0	0.0	0.0	
4			1.0	0.6	0.1	0.3	0.7	0.4	0.1	0.1	0.1	0.0	
5				1.0	0.1	0.2	0.3	0.7	0.1	0.1	0.1	0.0	
6					1.0	0.7	0.3	0.1	0.7	0.3	0.1	0.1	
7						1.0	0.6	0.3	0.2	0.6	0.3	0.1	
8							1.0	0.5	0.1	0.3	0.6	0.3	
9								1.0	0.2	0.3	0.3	0.6	
10									1.0	0.5	0.3	0.1	
11										1.0	0.7	0.3	
12											1.0	0.6	
13												1.0	

表－3 需要水量の変動データ

データ名	DATA1	DATA2	DATA3	DATA4
t	0.2～0.4	1.5～1.8	5 ～7	15～25



図－1 節点と接続管路



図－2 計算対象管網

各節点エネルギー位のデータであり，被推定量は管路係数 S_j ($j=1, 2, \dots, n$)と節点需要水量 P_0 である。
節点需要水量 P_0 は節点 I_0 における水量の連続条件および各管路の流量式より

$$P_0 = S_0 |E_{I_1} - E_{I_0}| (E_{I_1} - E_{I_0})^{a-1} - \sum_{j=1}^n S_j |E_{I_0} - E_{I_j}| (E_{I_0} - E_{I_j})^{a-1} \dots\dots\dots (2)$$

と表現される。ここで E は各節点のエネルギー位，指数 a は流量式に固有の値である。各管路の管路係数 S_j ($j=1, 2, \dots, n$)の値を仮定すると， M 組の測定値 ($E_{I_1, k}, E_{I_2, k}, \dots, E_{I_n, k}, \dots, E_{I_n, k}$) ($k=1, 2, \dots, M$)と S_0 の値を式(2)に代入することにより， M 個の節点需要水量 $P_{0, k}$ ($k=1, 2, \dots, M$)が計算され，度数分布を求めることができる。ただし，度数分布は $P_{0, k}$ の値を平均値 $\bar{P}_0$ ，標準偏差 σ_P によって基準化したものについて求めることとする。

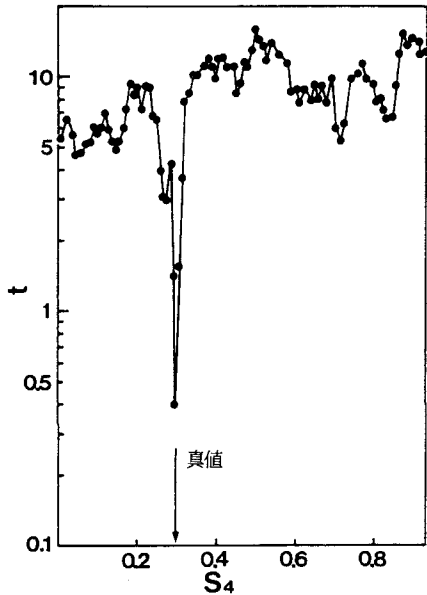


図-3 管路係数値と t の関係-1 (節点④)

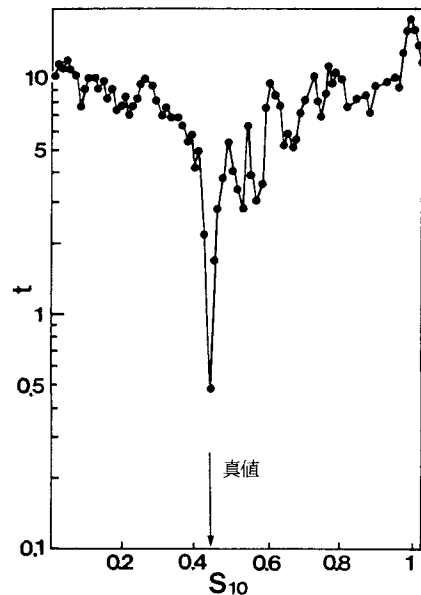


図-4 管路係数値と t の関係-2 (節点⑦)

3. モデル計算による推定法の適用性の検討

3-1 データの作成方法

(1)モデル管網

計算対象管網を図-2に示す。配水基地は節点①であり、エネルギー位を40m一定とした。各管路の長さはすべて1000mとし、直径を表-1のように定めた。各管路における流量と損失水頭の関係はヘーゼン・ウィリアムズ式で表現されるとき、流速係数はすべて $C_{11}=140$ とした。

(2)需要水量データ

配水基地以外の節点における需要水量は12次元正規乱数を用いた。表-1に各節点需要水量の平均値、分散を示す。乱数の発生では需要水量変動の節点間相関を隣接節点間で高く、その他の節点間で低くなるように設定した。表-2に設定した節点間の相関係数の値を示す。

以上のように発生させた乱数に修正を加えて、各節点の需要水量変動の分布形を変化させ、正規分布との適合度が異なる4組のデータを作成した。表-3に各組の正規分布との適合度 t の値を示す。なお、表-3の t の値は総ランク数を22として求めた。

(3)エネルギー位データ

前項で用意した需要水量の変動データに対して管網解析を行い、各節点のエネルギー位を計算した。この値を状態推定における測定データとした。

3-2 本推定法の適用可能性の検討

本法による管路係数の推定可能性を検討するために、需要水量変動の分布が最も正規分布に近い表-3のData 1を用いた場合を対象に、管路係数が真値のとき式(1)の t が最小となるか検討する。

はじめに、図-2の管網の節点④に注目した場合を示す。この場合、管路3の管路係数は既知であり、管路4、7の管路係数 S_4 、 S_7 を推定することになる。 t と S_4 、 S_7 の関係を図示すると煩雑となるので、ここでは S_4 の各値における t の最小値を S_7 に関する1次元探索により求め、図-3に示す。な

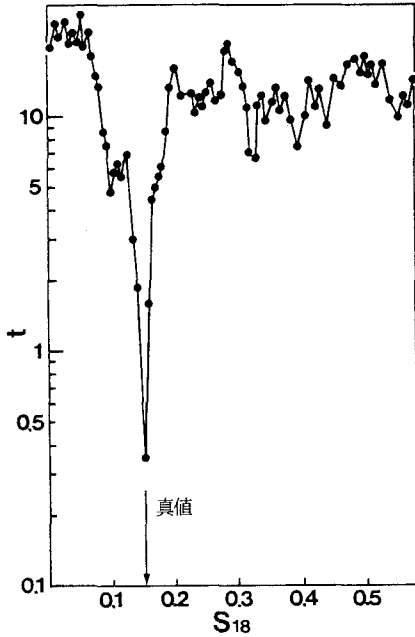


図-5 管路係数値と t の関係-3 (節点⑫)

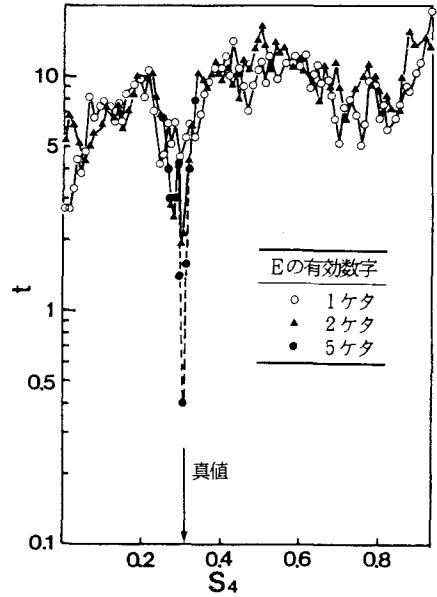


図-6 管路係数値と t の関係-4
(Eの有効数字の影響 節点④)

お, t の計算において総ランク数を22とした。同様に, 節点⑦, ⑫に注目した場合の結果をそれぞれ図-4, 5に示す。これらの結果より, 管路係数が真値のとき t が最小となっており, 需要水量変動の分布が正規分布に従う場合には管路係数の推定が可能であることがわかる。

また, t と被推定管路係数の関係は多峰的挙動を示していることから, t の最小化のための計算には注意を要することがわかる。すなわち, Newton法や多次元探索法等は関数の単峰性を前提としているため, 局所的な極小値で収束し, 計算の初期値によって推定値が異なることが予想される。このため, 予想される管路係数の値の全領域を網羅するように多くの初期値を設定し, 逐次最小化の計算を進めることが必要となる。

3-3 推定誤差に関する検討

式(2)からわかるように, 本推定法は隣接節点間のエネルギー位の差を計算に用いるため, エネルギー位測定上の誤差, すなわち, エネルギー位の有効数字が推定精度に影響する。また, 本推定法の基本的仮定である「需要水量の変動は正規分布に従う」の適否, すなわち実際の需要水量分布の正規分布への適合度も推定精度に影響する。以下ではこの主要な二つの要因が管路係数の推定に与える影響について検討する。

(1) エネルギー位の測定精度の影響

3-2節と同じデータを用い, 各節点のエネルギー位が有効数字を小数点以下(a)5ケタ (10^{-5} m), (b)2ケタ (10^{-2} m), (c)1ケタ (10^{-1} m) の3とおりの場合について計算を行った。得られた結果を図-6~8に示す。これらの結果より, エネルギー位の測定精度が 10^{-2} m以上であれば管路係数が推定可能であることがわかる。

(2) 実需要水量分布の正規分布への適合度の影響

正規分布への適合度の異なるData 1~Data 4の4種類の需要水量のデータにより求めたエネルギー位の

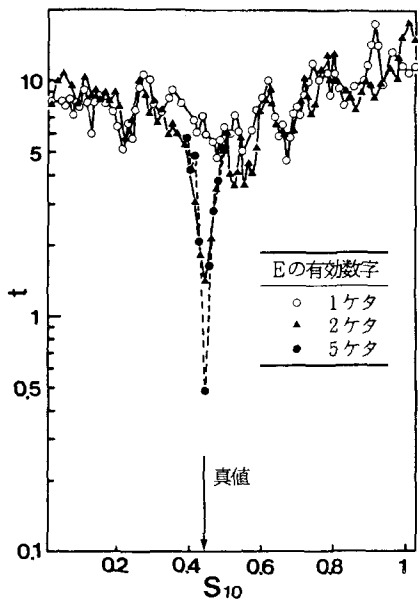


図-7 管路係数値と t の関係-5
(E の有効数字の影響 節点⑦)

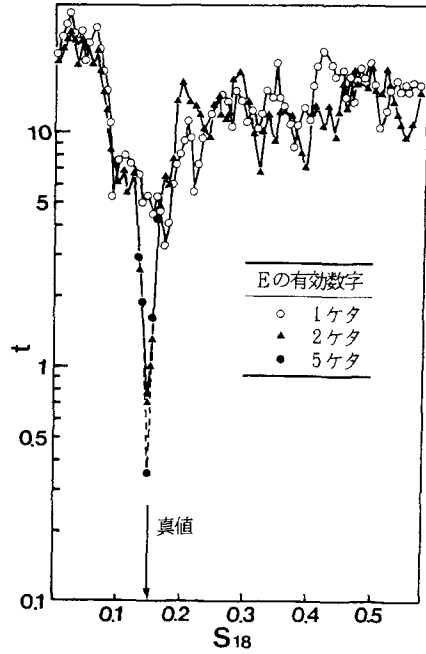


図-8 管路係数値と t の関係-6
(E の有効数字の影響 節点⑫)

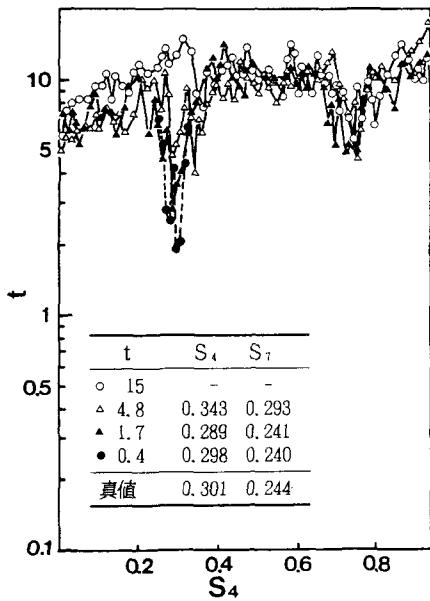


図-9 管路係数値と t の関係-7
(実分布の正規分布への適合度の影響 節点④)

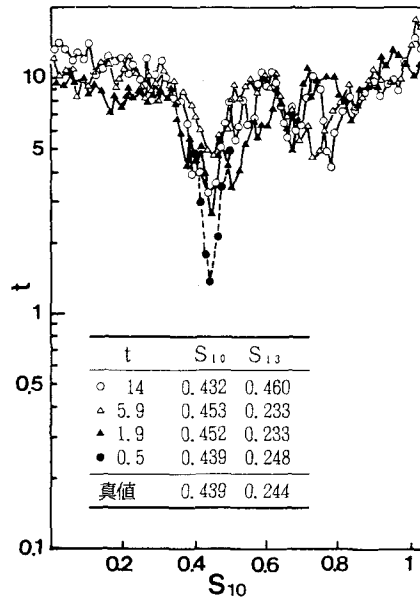


図-10 管路係数値と t の関係-8
(実分布の正規分布への適合度の影響 節点⑦)

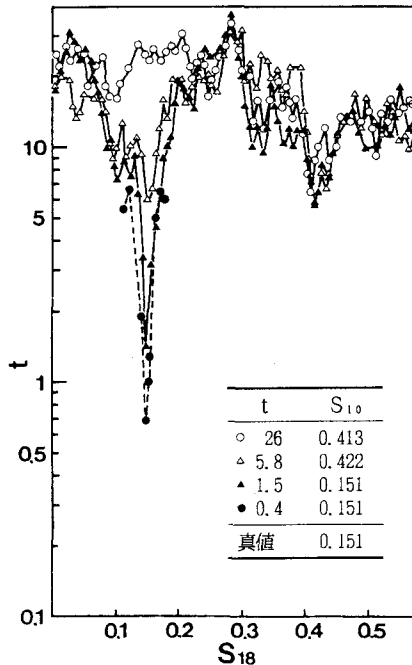


図-1.11 管路係数値と t の関係-9
(実分布の正規分布への適合度の影響 節点⑫)

データを用いて推定を行った結果を図-9～11に示す。なお、計算ではエネルギー位の有効数字を小数点以下2ケタとした。これらの結果より、実際の需要水量変動の分布が正規分布への適合度 t の値が2以下程度であれば管路係数を推定できることがわかる。

4. まとめ

管網の状態推定における照査指標として「需要水量の変動は正規分布に従う」を用いる推定法について検討した。得られた結果をまとめると以下のようになる。

- (1)実際の需要水量の変動が正規分布と一致する理想的な場合には本方法によって管路係数を推定できることを示した。
- (2)エネルギー位データの精度と実需要水量変動分布の正規分布への適合度が推定結果に与える影響について検討し、本計算例ではエネルギー位の測定精度がcmのオーダーの場合、正規分布への適合度 t が2程度以下で推定が可能であった。
- (3)管路係数の推定過程において正規分布への適合度 t と管路係数の関係は多峰的挙動を示した。このため、 t の最小化の計算には可能な管路係数値の全領域を逐次計算する方法が必要となる。

〔参考文献〕

- (1)高桑哲男，船水尚行；流出水量の対称性を利用した配水管網状態推定法，第26回衛生工学研究討論会講演集，1990.1
- (2)船水尚行，高桑哲男；統計量を用いた樹枝状管網の状態推定，北海道大学工学部研究報告，148号，1989,10
- (3)高桑哲男，船水尚行；流出水量変動の相関性を利用した配水管網状態推定法，第41回全国水道研究発表会講演集，1990.5
- (4)得丸英勝ら；統計工学ハンドブック，培風館，1987