

## 流域のスケール場と流出

北見工業大学工学部 正員 早川博

## 1.はじめに

降雨-流出の応答特性は、流域のスケールに強く影響される。もちろん、降雨の時空間分布や河道網などの流域の地形構造、地質・植生などの流域の被覆条件等の影響もあり、これらの相互の組合せによって流出現象が特徴付けられることになる。近年、国土数値情報などの整備に伴い、流域の標高メッシュデータや地質・土地利用などの情報が入手でき、レーダー雨量計による降雨の空間分布の観測が可能となっている。このような情報を積極的に利用した流出解析モデルが、最近、陸・小池・早川<sup>1)</sup>、吉野・吉谷・堀内<sup>2)</sup>らによって提案されている。両方とも分布定数系の流出モデルで、このモデルの特徴は流域をサブ流域に分割し、サブ流域も斜面と河道に分け各自に地形・流出パラメータを与えて、流出現象をより物理的に扱おうとするモデルである。しかし、実際には同定するパラメータ数が多くなり取扱いが煩雑になる他、流域をどの程度の流域スケールに分割して解析すべきかの明確な指標もないようである。

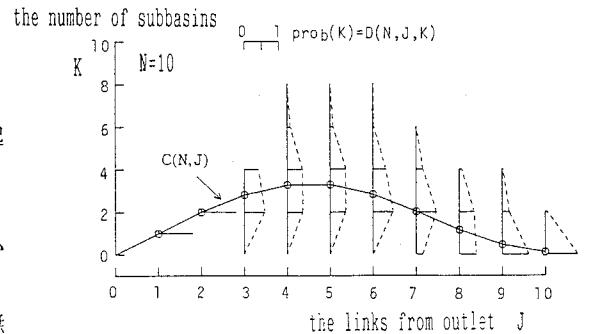
本研究は、同一流域において地形図の縮尺を変化させると一見河道が発生したり消滅したりして河道網構造が変化し、サブ流域のスケールや、流出パラメータも変化することに注目し、流出現象に及ぼす流域分割の影響を調べ、この結果を基に流出解析での適切な流域スケールの検討を目的としている。また、昨年度は河道網の分布特性を考慮した集水過程についての理論解析を主眼に報告している<sup>3)</sup>が、解析を容易にするためいくつかの制約を加えていた。そこで今回はシミュレーションによる解析によって、できるだけ制約条件を取り除いた上で、流出特性の検討を行った。

## 2. 流域の地形構造

流出現象に関する地形量の特性量としては、河道網パターン構造、各リンク長とそれに付随するサブ流域面積、河道勾配、斜面勾配等が挙げられる。仮に流域全体が均質であってもこれらはいずれも変動する量であり、この変動特性が流域の個性を示すことになる。前報<sup>3)</sup>では理論解析の都合上河道網パターン、リンク長、サブ流域面積の変動特性として与えた確率密度関数に若干の制約を加えていた。今回はシミュレーションによる解析を行うので、その制約を取り除くことができ、逆に理論解析では付加できなかった条件を与えることができる。以下では流域地形をどのようにシミュレーションするか、具体的に述べる。

## 2.1 河道網パターン

河道網の集水過程を議論する上で、マグニチュードNの河道網において河道末端からJ本リンクを遡った所に位置するリンク（サブ流域）の個数で表現すると都合がよく、その個数がK個となる生起確率としてD(N, J, K)を定義すると、図-1に示すような確率分布が得られた<sup>3)</sup>。この確率分布はマグニチュードNの全ての河道網パターンをもとに導かれたものであるが、河道末端からJ番目のリンクの上・下流に位置するJ-1, J+1番目のリンク数とは無関係にJ番目のリンク数Kの確率分布を定めていた。図-1 河道末端から遡ったリンク数の確率分布 D(N, J, K)



すなわち、河道末端から遡ったリンク数Jに関して互いに独立な分布である。また、河道網パターンは、次の条件を満たす必要がある。

条件1: 河道網の総リンク数は $2N-1$ 本である。

条件2: 河道末端からJ番目のリンク数Kの取り得る範囲は

$J-1$ 番目のリンク数MとJ番目から上流にあるリンクの総数Sによって定まる。 $0 \leq K \leq \min\{2M, S\}$

ところが  $D(N, J, K)$  の確率分布はJに関して独立であるので、 $D(N, J, K)$  を用いてこの条件を満たす河道網パターンをシミュレートすることが難しい。この条件を満たす条件付き確率分布を新たに定義する必要があるが、M, Sによって様々な組合せを考えられる。そこで図-2に示す河道網配列パターンを表-1のように河道末端からのリンク数の連で表した。表-1にはその生起確率も列記した。この表をJに関して縦方向に見ると前述の  $D(N, J, K)$  のリンク数の分布を示している。このリンク数の配列パターンは上記の条件を満足しているので、流量の計算ではこのリンク数の配列パターンを用い、それぞれの生起確率を考慮して流量の変動特性を調べることにする。シミュレーションには、この生起確率にしたがってリンク数の配列パターンを発生させるので、このリンク数の配列パターンの構造を調べる。

図-3に示すような河道網パターンを考え、j-1番目に位置するリンク数Mとj番目から上流にあるリンクの総数Sが与えられたとき、j番目のリンク数がKとなる確率分布  $F(S, M, K)$  が分かれば、リンク数の配列パターンの生起確率を求めることが出来る。この分布はマグニチュードNや河道末端から遡ったリンク数Jに関係なく次式で表される。

$$F(S, M, K) = \frac{(M+S)K}{M \cdot S} \binom{S}{(S-K)/2} \binom{M}{K/2} / \binom{M+S}{S/2} \quad \dots (1)$$

ここで ( ) は2項係数を意味し、S, Mは常に偶数である。リンク数の配列パターンの生起確率は  $P_c$ 、河道末端から1本遡る毎に各リンク数の生起確率  $F(S, M, K)$  を求め、最終的にこの各々の確率の積として得られる。一例として表-1のN=6のNo.3の1-2-2-4-2-0の配列パターンの生起確率  $P_c$  を求めてみると、

$$P_c = F(8, 2, 2) \cdot F(6, 2, 4) \cdot F(2, 4, 2) \\ = (2/3) \cdot (2/7) \cdot 1 = 4/21$$

となり、表-1と同じ結果になる。同じN=6の場合でNo.5とNo.6のリンク数の配列パターンは、河道網のパターンが異なっているにもかかわらず同じにパターンになるが、流量を算出する上で、今回計算に用いた洪水波形の伝播速度を一定と仮定する限りでは同じパターンと見なすことができる。したがって、これ以降の議論では河道網パターンをリンク数の配列

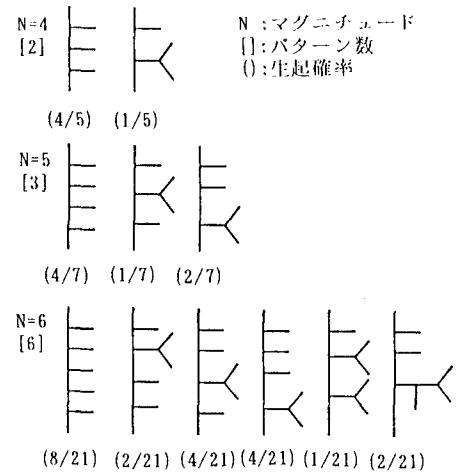


図-2 河道網パターンと生起確率

表-1 リンク数の配列パターン

N	No.	河道末端からのリンク数 J						生起確率 $P_c$
		J = 1	2	3	4	5	6	
4	1	1	2	2	2			4/5
	2	1	2	4	0			1/5
5	1	1	2	2	2	2		4/7
	2	1	2	2	4	0		1/7
	3	1	2	4	2	0		2/7
6	1	1	2	2	2	2	2	8/21
	2	1	2	2	2	4	0	2/21
	3	1	2	2	4	2	0	4/21
	4	1	2	4	2	2	0	4/21
	5	1	2	4	4	0	0	1/21
	6	1	2	4	4	0	0	2/21

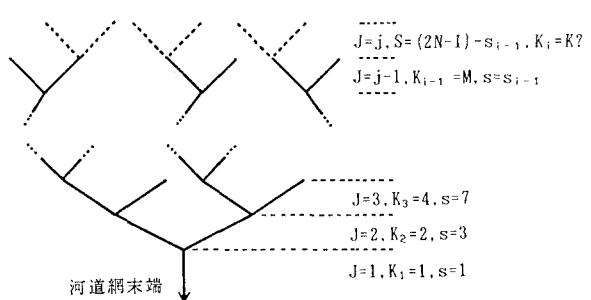


図-3 河道網パターンの模式図

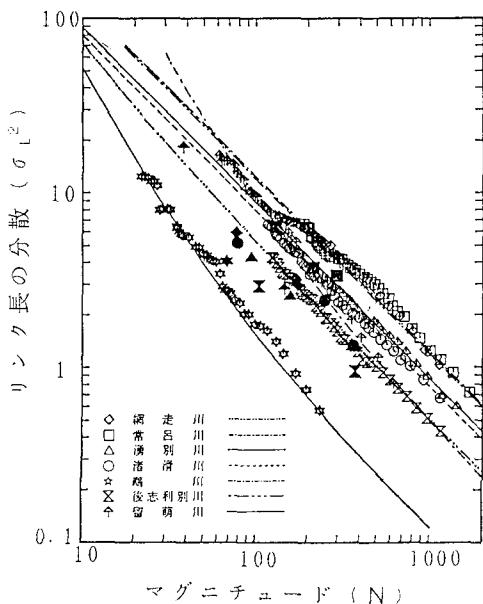


図-4 マグニチュードとリンク長の分散

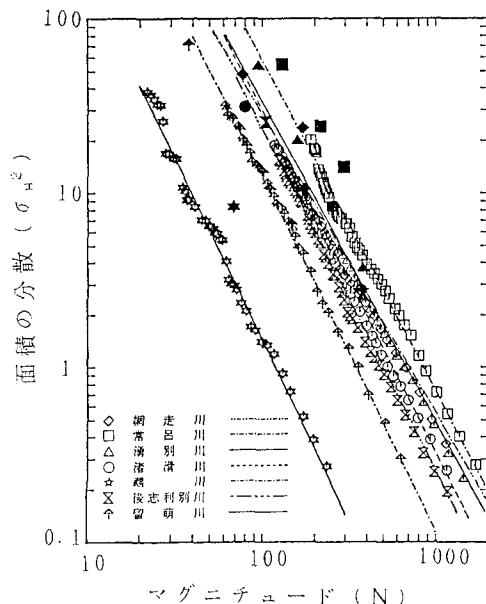


図-5 マグニチュードとサブ流域の面積の分散

パターンをもって特性量とする。

## 2・2 リンク長とサブ流域の面積

河道網のリンク長やサブ流域の面積は一般にガンマ分布や対数正規分布などの歪んだ分布をすることが知られている。同一流域においても、流域の分割数、すなわちマグニチュードの変化に応じてその分布形も変化すると考えられる。図-4,5はマグニチュードに対するリンク長とサブ流域の面積の分散について、北海道の7河川を対象に実測した結果で、2万5千、5万、20万分の1の地図を用いて計測した結果が黒印、国土数値情報を基に発生させた模擬河道を計測したのが白抜き印である。ただし、地図上の河道の定義は地形図の水線記号を採用している。模擬河道の方がやや分散が小さい傾向があるが、概ねマグニチュードの変化に対して両者は同様の傾向は示している。この分散の変動は流域によって異なっており、これがその流域の特徴を表していると言える。図中の線群はリンク長、サブ流域面積の分散とマグニチュードの関係を理論的に誘導した次式を記入したものである。

$$\sigma_{N_1}^2 = \sigma_N^2 \left( \frac{2N-1}{2N_1-1} \right) \left\{ 1 + \left( \frac{2N-1}{2N_1-1} - 1 \right) \gamma \right\} \quad \cdots (2)$$

この式はあるマグニチュードNにおける分散(リンク長、面積等)が既知であれば、任意のマグニチュードN<sub>1</sub>に対する分散を表す関係式で、パラメータγは平均的な相関係数を意味している。このγは各流域毎に異なるが、実測値の変動をうまく表現している。今回のシミュレーションには平均的なγを用い、サブ流域の面積はγ=0.7、リンク長はγ=0.0とした。図-6,7は、本研究の解析対象とした流域面積が150km<sup>2</sup>程度の実測結果に適用したもので、マグニチュードに対する分散の変動の傾向を良く表現している。一方、リンク長、サブ流域面積の期待値はマグニチュードと流域面積から推定できる<sup>4)</sup>。したがって、リンク長、サブ流域の確率分布をガンマ分布とすると、この分布のパラメータが期待値と分散から決定できることから、リンク長、サブ流域面積各々のシミュレーションにはこの様にして求めたパラメータのガンマ分布を用いた。さらに、サブ流域面積にはその総和が流域面積となる条件を付加している。

## 2.3 その他の特性量

今回の流量の計算では、サブ流域からの流出量がサブ流域から河道末端まで到達する時間が必要であり、

それには河道末端までの河道長が必要となる。本来ならば上で求めたリンク数の配列パターンとリンク長から求めるべきであるが、リンク数の配列パターンだけではリンクの接続状態まで正確に把握できないので、ここでは河道末端から遡ったリンク数だけ発生させたリンク長の和を河道長とした。この点は今後の課題である。そのほか、斜面勾配や河道勾配などの3次元的な形状特性や被覆条態や土層厚さなどの変動も考える必要があるが、これも今後の課題としたい。

### 3. 流出モデル

本研究で用いた流出モデルは斜面系にはKinematic Wave法を、河道系には河道の貯留効果を無視し、斜面からの流出波形が伝播や合流によって変形することなく一定速度で流下し、河道網パターンに応じてそれらを線形重ね合わせることで流量を合成するモデルを採用した。本研究の目的がサブ流域の適切なスケール場を調べることにあり、地形構造を取り入れることのできる定数分布系のモデルである。

斜面系に用いたKinematic Wave法の基礎式は次式で表される。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r_e \quad \cdots (3)$$

$$q = \alpha h^m \quad \cdots (4)$$

ここに、 $h$ は水深、 $q$ は斜面の単位幅当りの流量、 $r_e$ は有効雨量、 $t$ は時間、 $x$ は流下方向距離を示す。また、斜面長 $\ell$ はサブ流域を矩形と仮定して求めた。斜面上の流れがManning則に従う場合には、 $\alpha$ と $m$ は、 $\alpha = \sqrt{\sin \theta} / n, m=5/3$ となる。ここに、 $m$ と $\alpha$ は斜面定数、 $\sin \theta$ は斜面勾配、 $n$ は等価粗度である。斜面定数 $\alpha$ は斜面勾配と等価粗度によって各サブ流域毎に変動する量であるが、ここでは山地流域の一般的な斜面勾配( $\theta=10^\circ$ )と等価粗度( $n=0.15$ )を与えた。いま、降雨波形として矩形波を仮定すると理論的に斜面の流量を求めることができる<sup>5)</sup>。

一方、河道系に適用した、斜面からの流出波形を河道末端までの河道長の伝達時間だけ遅らせて線形重ね合わせるこのモデルは、すでに小葉竹ら<sup>6)</sup>によって洪水波がKinematic Waveとして特性づけられる比較的急峻な中小流域に、十分適用できるとしている。

また、当初、サブ流域において斜面からの流出量が河道に流入してサブ流域の出口に達する時間を無視できていたが、サブ流域の河道長が長い場合には出口に達する時間遅れを無視することができないことが解り、この遅れを考えることにした。さらに斜面の到達時間 $t_d$ と降雨の継続時間 $t_r$ の関係によって流出

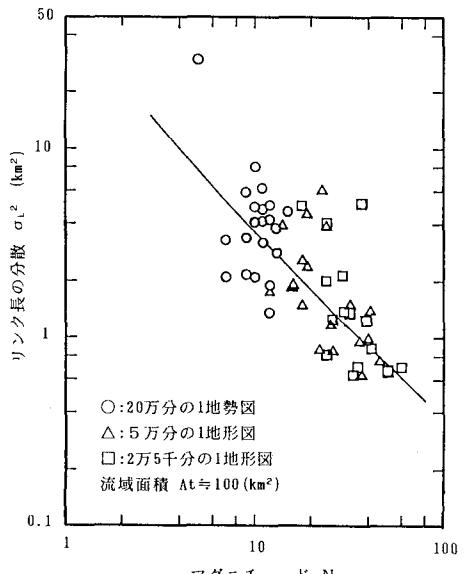


図-6 マンニチュードとリンク長の分散

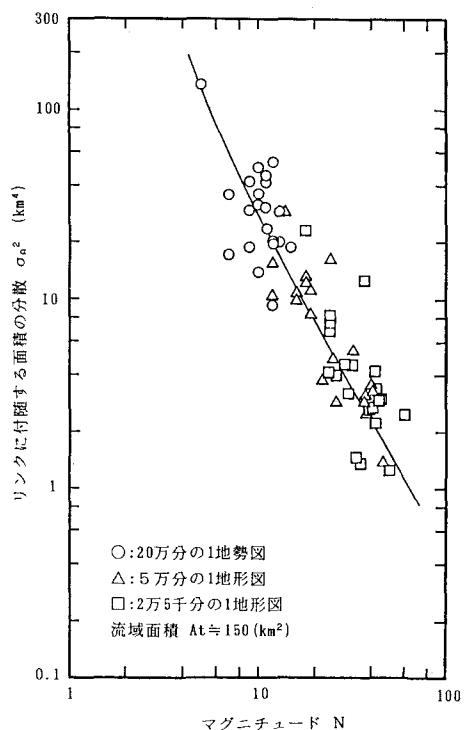


図-7 マンニチュードとサブ流域の面積の分散

ハイドログラフの形状が影響されるので、流域を細かく分割した場合にはこの影響が無視できないと考えられる。

以上の流出モデルを前節で述べたシミュレーションによって発生させた流域に適用してハイドログラフを計算する。これを今回は1000回繰り返し行い、ハイドログラフの変動特性から流域の分割がもたらす流出特性への影響を調べた。ただし、表-2に示すように河道網パターン数は、マグニチュードが大きくなるにしたがい、幾何級数的に増加するので、マグニチュードが大きい場合には河道網パターン数に比較して1000回のシミュレーション回数では不十分と考えられるが、検証した結果では答えが極端に異なることはないようである。

#### 4. 流出特性と流域のスケール

今回の解析は、流域面積 $A_t=150 (\text{km}^2)$ の流域に、降雨強度 $r_p=20 (\text{mm}/\text{hr})$ の矩形降雨を降雨継続時間 $t_r=2, 5, 10 (\text{hr})$ 降らせた場合、流域を細分化することによる河道網の構造、サブ流域のリンク長、面積、斜面長の変動が流出特性にどのように影響するかを調べた。各サブ流域からの流出量の伝播速度は $V=2 (\text{m}/\text{s})$ と一定速度とした。また、マグニチュード $N$ の流域は $2N-1$ のサブ流域に分割されることになるので、マグニチュードは同一流域における流域の細分化の指標とみなすことができる。したがって、マグニチュードを介して流域スケールと流出特性を考えることにする。

図-8, 9, 10はマグニチュードに対する流量の平均流量と流量の分散の変動を、継続時間 $t_r$ 毎に示している。平均流量は、 $N$ が大きくなるにしたがい流量の立ち上がりが早く、減水も同様である。これは $N$ が大きくなると流域が細分化され、サブ流域の斜面長も短くなるので、降雨に対する流出の応答が早まるためである。逆にサブ流域の河道での遅れを考慮しているため、 $N$ が小さくサブ流域が大きい場合に流出が遅れる傾向がみられる。一方、流量の分散は流量の立ち上がりと減水期にピークが現れる。すなわち、この時間付近のハイドログラフに河道網の影響が顕著に現れると考えることが出来る。 $t_r=5, 10 (\text{hr})$ の場合は、降雨の継続時間 $t_r$ がほとんどのサブ流域の斜面の到達時間 $t_c$ よりも大きいので、流量ピークの変動が小さい。一方、 $t_r=2 (\text{hr})$ の場合、 $N$ が小さいときに $t_c > t_r$ となる確率が多くなり、ピークの変動が大きくなることがわかる。

次に、図-11は流量の分散の最大値をマグニチュードに関して整理したものである。分散の最大値は $N=3$ から $N=5$ ではやや減少して、それ以降は $N$ が増加するにつれて分散の最大値も増加し、 $N=50$ から増加が鈍る傾向がみられる。 $N=3$ の河道網パターン

表-2 河道網のパターン数

マグニチュード $N$	パターン数
5	3
10	98
20	293,547
30	$1.4068 \times 10^9$
50	$5.1501 \times 10^{16}$

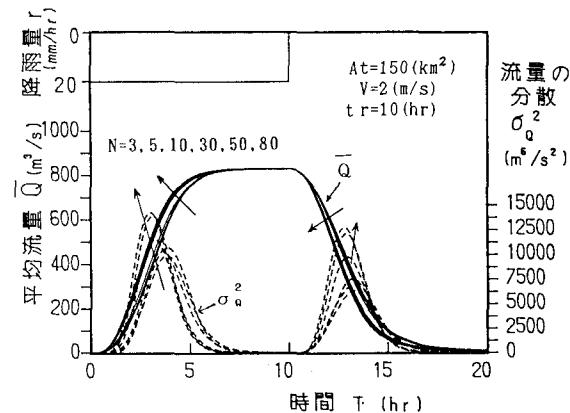


図-8 マグニチュードと平均流量および流量の分散  
(降雨継続時間 $t_r=10 (\text{hr})$ )

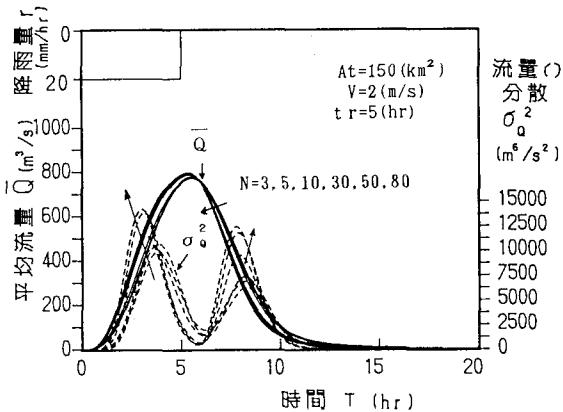


図-9 マグニチュードと平均流量および流量の分散  
(降雨継続時間 $t_r=5 (\text{hr})$ )

は1通りしかなくリンク長、サブ流域面積の変動による分散が流量の分散を支配している。河道網のパターンはNの増加につれパターン数が増加するためにパターンの分散は大きくなるが、逆にリンク長、サブ流域面積の分散が減少するので、N=5で流量の分散が極小となる。それを越えると河道網パターンの分散が卓越するために流量の分散は増加していくと考えられる。

## 5. まとめ

今回の流量の変動特性とマグニチュードの関係から、マグニチュードがN=5の河道網、すなわち流域を10個程度に分割すると流量の変動が小さく、流出解析において河道網パターンを意識しなくても良いことがわかる。また、流域をそれ以上に分割した場合には、河道網パターンを考慮しないと、分散のピーク時刻付近で極端に異なったハイドログラフを計算してしまう可能性が高く、流出解析をする上で注意する必要のあることがわかった。

以上の結果は、流域規模の異なる流域についても普遍的に成立することなのか、また降雨波形の影響などとも併せて今後さらに検討する予定である。

最後に、本研究を行うにあたり、北海道大学工学部藤田陸博教授に研究全般にわたって貴重な助言を頂いた。ここに記して感謝の意を表します。

## 【参考文献】

- 1) 陸・小池・早川:分布型水文情報に対応する流出モデルの開発, 土木学会論文集, 第411号/II-12, 1989.
- 2) 吉野・吉谷・堀内:分布型流出モデルの開発と実流域への適用, 土木技術資料, Vol.32, No.10, 1990.
- 3) 早川・藤田:河道網の分布特性を考慮した集水過程に関する研究, 土木学会北海道支部論文報告集, 第46号, 1990.
- 4) 館谷・藤田:河道網特性と貯留関数法に関する研究, 水文・水資源学会誌, Vol.2, No.2, 1989.
- 5) Eagleson, P. S.: Dynamic Hydrology, McGraw-Hill Book Company, 1970.
- 6) 小葉竹・石原:タンクモデルおよび集中面積図を利用した洪水流出モデルの総合化, 土木学会論文報告集, Vol.337, 1983.

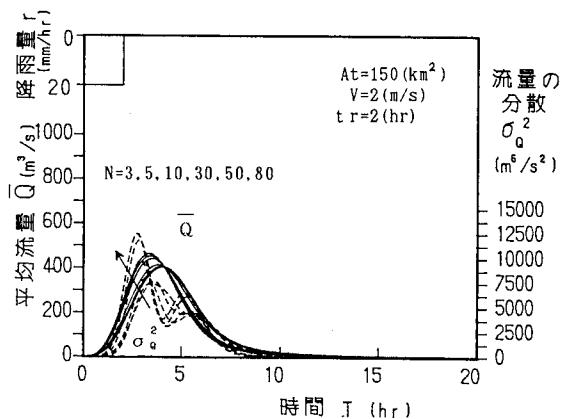


図-10 マグニチュードと平均流量および流量の分散  
(降雨継続時間 $t_r = 2$  (hr))

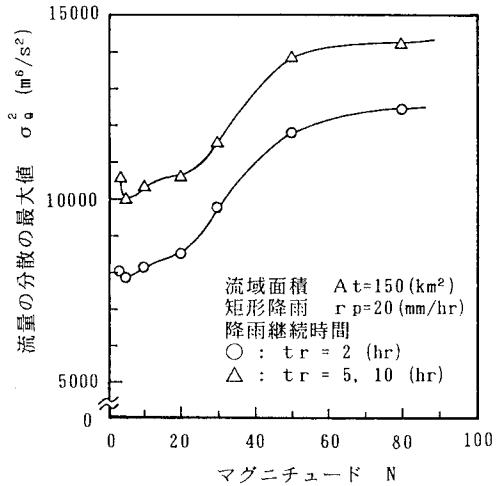


図-11 マグニチュードと流量の分散の最大値