

II-39

流出予測における種々の
FUZZY推論手法の比較

北海道大学工学部 正 員 藤田睦博

北海道大学大学院 学生員 朱 木蘭

北海道開発局 正 員 橋本識秀

1 はじめに

あいまいな量を有効に取り扱えるFUZZY理論は、現在多くの分野でその応用研究がなされている。本研究は様々なFUZZY推論手法を実流域に適用し、推論結果、計算時間などを比較、検討したものである。

2 基礎理論¹⁾

流出系のシステム方程式として、式(1)を考える。

$$\Delta Q(t) = f \{R(t-1), \Delta Q(t-1)\} \quad \text{ただし: } \Delta Q(t-1) = Q(t-1) - Q(t-2) \quad (1)$$

$R(t)$ 、 $Q(t)$ はそれぞれ時刻 t の観測降雨量、流量である。FUZZY理論では、これらの量をFUZZY量として扱うので、図-1のようなそれぞれのメンバー関数 $M_{R(t)}$ 、 $M_{\Delta Q(t)}$ を導入する。図-1の DR 、 DQ は、それぞれ観測降雨量、流量変化量のあいまいさを示している。式(1)の関数形 f を未知としても、式(1)をFUZZY理論の条件付き命題として、以下のように表示できる。

条件付き命題:

IF { $(t-1)$ 時刻の雨量} IS $M_{R(t)}$ AND { $(t-1)$ 時刻の流量変化量} IS $M_{\Delta Q(t-1)}$ THEN { t 時刻の流量変化量} IS $M_{\Delta Q(t)}$

この命題は時刻ごとに変化するので、 t の関数として P_t と置くことができる。したがって、 t 時刻までに P_1 、 P_2 、...
 P_t の条件付き命題が得られる。これらの情報を合成して、時刻 t の時点での全体の「あいまい関係」を Π_t として、式(2)のように表す。

$$\Pi_t = P_1 \vee P_2 \vee \dots \vee P_t = \Pi_{t-1} \vee P_t \quad (2)$$

ここで、 $\vee$ は和演算(MAX演算)を示す。又、過去の水文資料がある場合(例えば、昨年の洪水資料)、前回の洪水の終了時刻に得られる Π_t を Π_{t_0} と表し、これまでの出水の経験として、今回の予測計算の際の初期値とすることができる。本論文では、 $\Pi_{t_0} \neq 0$ の時 Π_t に「 $'$ 」を付けて、式(2)と区別している。

$$\Pi'_t = \Pi_{t_0} \vee \Pi_{t-1} \vee P_t \quad (3)$$

ところが、上述した文章的な命題 P_t はどのように定式化するかにいくつかの手法が提案されている。表-1はこれの7種類を示している。この表-1にあるAを $M_{R(t)}$ に、Bを $M_{\Delta Q(t-1)}$ に、Cを $M_{\Delta Q(t)}$ に替えると上述した P_t の定義式になる。次に、リードタイムが1時刻の流量変化量を推論することを考えてみよう。本研究で、FUZZY合成と呼ばれる次式(4)を用いて、流出変化量の予測メンバー関数を得る。

$$M_{\Delta Q(t+1)} = \Pi_t \diamond M_{R(t)} \diamond M_{\Delta Q(t)} \quad (4)$$

ここに、演算 $\diamond$ はFUZZY合成(Composition)を意味している。

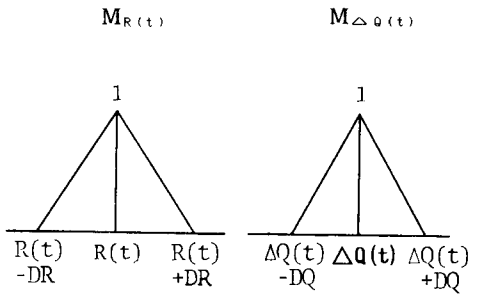


図-1 $R(t)$ と $\Delta Q(t)$ のメンバー関数

しかし、FUZZY合成にもまた、種々の手法が提案されており、本研究で、Max-Logical Product, Max-Algebraic Product, Max-Bounded Product, Max-Drastic productの4通りの手法を採用した。。それぞれのProductの定義は表一2に示されている。

したがって、これらを組合せた7*4通りのFUZZY推論手法について考える。表一3の1A, 1B・・・7B, 7C, 7Dは推論手法の組合せ方を示している。

表一 条件付き命題の定義式 (Typical translating rules)		
定義式	二次元の条件付き命題： IF X IS A THEN Y IS B	三次元の条件付き命題： IF X IS A AND Y IS B THEN Z IS C
(1)	$P=1\wedge(1-A+B)$	$P=1\wedge(1-P_1+C)$ $P_1=1\wedge(1-A+B)$
(2)	$P=(A\wedge B)\vee(1-A)$	$P=(P_1\wedge C)\vee(1-P_1)$ $P_1=(A\wedge B)\vee(1-A)$
(3)	$P=A\wedge B$	$P=P_1\wedge C$ $P_1=A\wedge B$
(4)	$P=\begin{cases} 1 & (A\leq B) \\ 0 & (A>B) \end{cases}$	$P=\begin{cases} 1 & (P_1\leq C) \\ 0 & (P_1>C) \end{cases}$ $P_1=\begin{cases} 1 & (A\leq B) \\ 0 & (A>B) \end{cases}$
(5)	$P=\begin{cases} 1 & (A\leq B) \\ B & (A>B) \end{cases}$	$P=\begin{cases} 1 & (P_1\leq C) \\ C & (P_1>C) \end{cases}$ $P_1=\begin{cases} 1 & (A\leq B) \\ B & (A>B) \end{cases}$
(6)	$P=(1-A)\vee B$	$P=(1-P_1)\vee C$ $P_1=(1-A)\vee B$
(7)	$P=\begin{cases} 1 & (A\leq B) \\ B/A & (A>B) \end{cases}$	$P=\begin{cases} 1 & (P_1\leq C) \\ C/P_1 & (P_1>C) \end{cases}$ $P_1=\begin{cases} 1 & (A\leq B) \\ B/A & (A>B) \end{cases}$

表一2 種々のProductの定義：

	名称と使った記号	定義式
A	Logical Product $\wedge$	$A\wedge B=\text{Min}\{A,B\}$
B	Algebraic Product $\cdot$	$A\cdot B=AB$
C	Bounded Product $\odot$	$A\odot B=0\vee(A+B-1)$
D	Drastic Product Δ	$A\Delta B=\begin{cases} B & A=1 \\ 0 & A,B<1 \end{cases}$

表一3 種々のfuzzy推論手法：

合成方法 定義式	A: (MAX- $\wedge$)	B: (MAX- $\cdot$)	C: (MAX- $\odot$)	D: (MAX- Δ)
1	1A	1B	1C	1D
2	2A	2B	2C	2D
3	3A	3B	3C	3D
4	4A	4B	4C	4D
5	5A	5B	5C	5D
6	6A	6B	6C	6D
7	7A	7B	7C	7D

3 実流域における計算例とその考察

上述した28通りの予測計算結果を比較するために、神流川流域1949.8.30日の洪水を対象に、リードタイムが1時間の計算をした。計算条件は、図一1のDR=4 (mm/hr), DQ=0.6 (mm/hr)とし、過去の洪水資料が無いものとした(本論文では、以後、これを $\Pi_{t_0}=0$ と呼ぶ)。図一2では、式(4)によって得られた予測されたメンバーシップ関数 $M_{\Delta Q}(t+1)$ を示している。スペースの関係上、3Aと5Aの23~44時刻の場合のみを示す。図中の数字は、予測時刻(t+1)である。もし、ある時刻のメンバーシップ関数の値が全て0であれば、その時刻の予測が不可能であることを意味する。図によると、得られたメンバーシップ関数形は命題の定義と合成方法により異なっている。表一1の1、4、5、6、7の命題定義の場合は理論的に予測されたメンバーシップ関数の最大グレートは

常に1になるが、定義2、3の場合は時刻によりその最大値が変化している。具体的な予測流量を求めるには、メンバーシップ関数 $M_{\Delta Q}(t+1)$ の重心を採用した。この値を $\hat{Q}(t+1)$ とおくと、 $(t+1)$ 時刻の予測量は式(5)で与えられる。

$$\hat{Q}(t+1)=Q(t)+\Delta\hat{Q}(t+1) \quad (5)$$

図-3、4、5、6は式(5)の値と実測値を比較したものである。

本論文の計算結果から、以下の結論が得られる。

(1) 1-7種類の定式化についての比較

同じ計算条件下で、表-1の3番目の定義式の場合、予測不可能な時刻がほかの定義式の場合よりも多く、減水部の予測も過小気味である。4番目の定義式では、予測不可能な時刻は他の場合に比較して多くはないが、減水部はやはり過小に予測している。

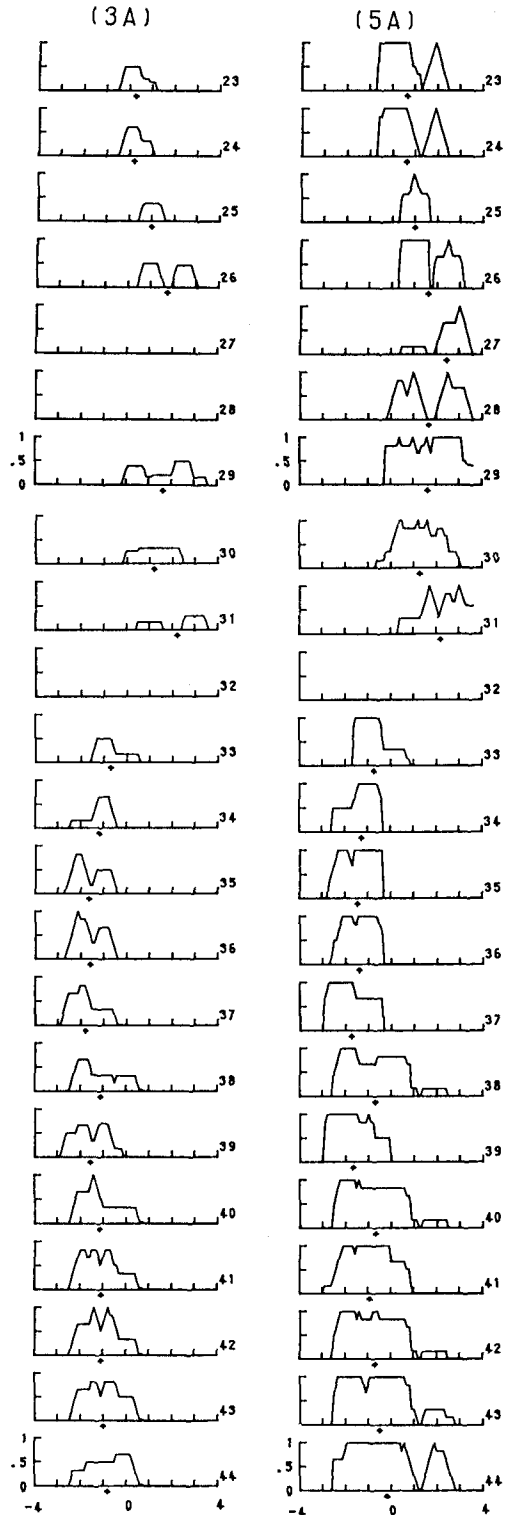
(図-3、4参照) $DR=4(\text{mm/hr})$, $DQ=0.6(\text{mm/hr})$ の条件では、全ケースにつき、 $t=20$, 32 時刻で予測不可能である。3番目の定義の場合、例えば、3Aでは、15, 16, 27, 28時刻も予測不可能である。予測計算が不可能ということは、これまで経験してきた降雨量と流出量の組合せでは予測できないことを意味し、これをさけるためには、 DR , DQ の値を大きくするか、後に示すように過去の洪水の経験も利用($\Pi_t \neq 0$)することが考えられる。2、3番目の定義式の場合、先に述べたように予測されたメンバーシップ関数 $M_{\Delta Q}(t+1)$ の最大グレードが時刻により変化するので、図-3では最大グレードを次表-6のように区分して予測値を示している。

表-6

記号	最大グレードの範囲
■	0.8-1.0
●	0.6-0.8
▲	0.4-0.6
○	0.2-0.4
×	0.0-0.2

図-3より明かなように、一般に、出水の上昇部では最大グレードの値が低く、減水部では大きな値をとっている。すなわち、予測値の信頼度を最大グレードで評価できる可能性がある。そのほか、1, 2, 5~7の定義式による予測結果に優劣をつけがたい。

図-2



スペースの
関係で、1A
、2A、5A、6A及
び7Aの計算
結果のみが
図-4に示
されている
が。実際は、
1B、2B、5B、6
Bと7B；1C、
2C、5C、6Cと
7C；1D、2D、
5D、6Dと7Dの
計算もした。
それぞれの
結果にも優
劣はつけが
たいが、A、
B、C、D
間には相異
が認められ
た。

一方、図-
3、4から
も分かるよ
うに、予測
結果に優劣
を付けがた
い1、2、5
～7の定義
式は3、4
の定義式よ
り、よく予測できる。

(2) A、B、C、D四種類のFUZZY合成方法についての比較

図-5は、表-1の3番目の定義式を用いて、合成方法A、B、C、Dを比較したものである。A、B、C、Dの順に予測不可能な時刻が多くなっておる。また、3番目以外のどの定義式についても、減水部における流出に対して、Aの合成方法よりB、C、Dを用いた計

図-3

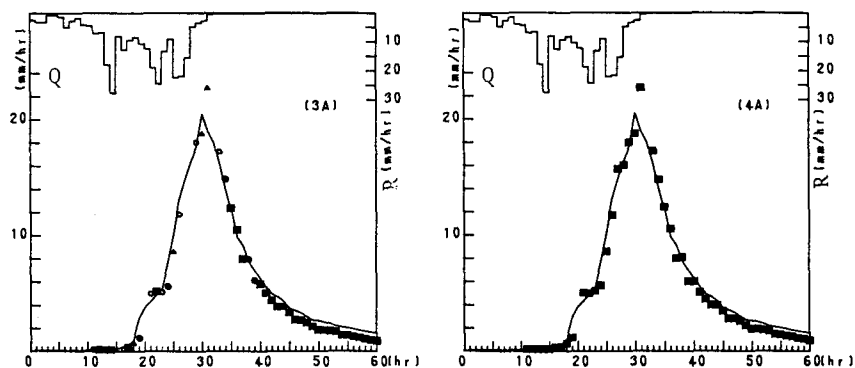
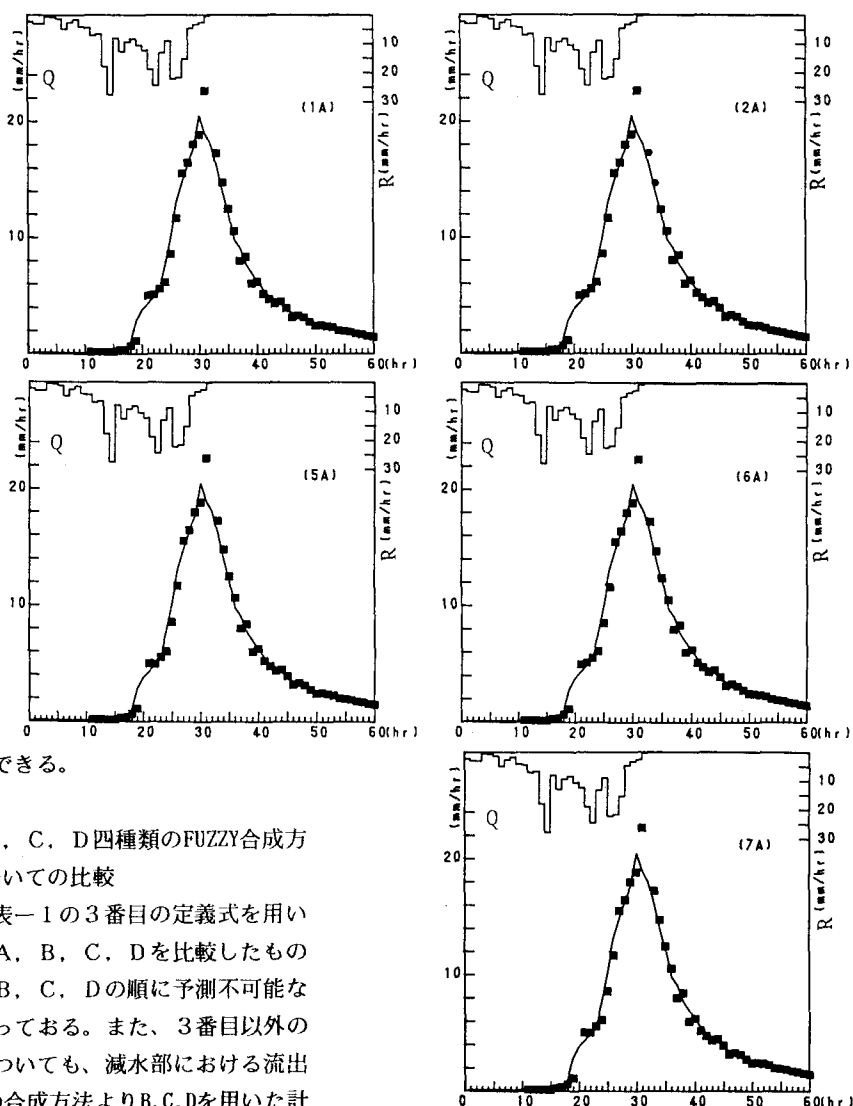
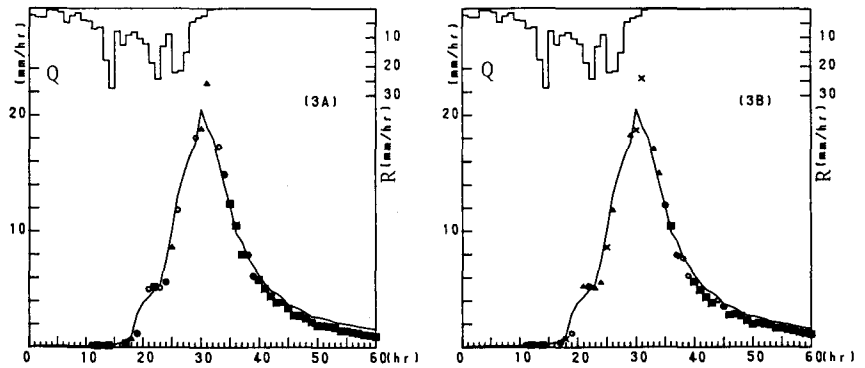


図-4



算結果は”振動”している。この傾向を示すために、1番目の定義式を用いた計算結果1A、1B、1C、1Dを図-6に示している。したがって、A-D四種類のFUZZY合成方法の中にAの合成方法が最も流出予測に適当である。

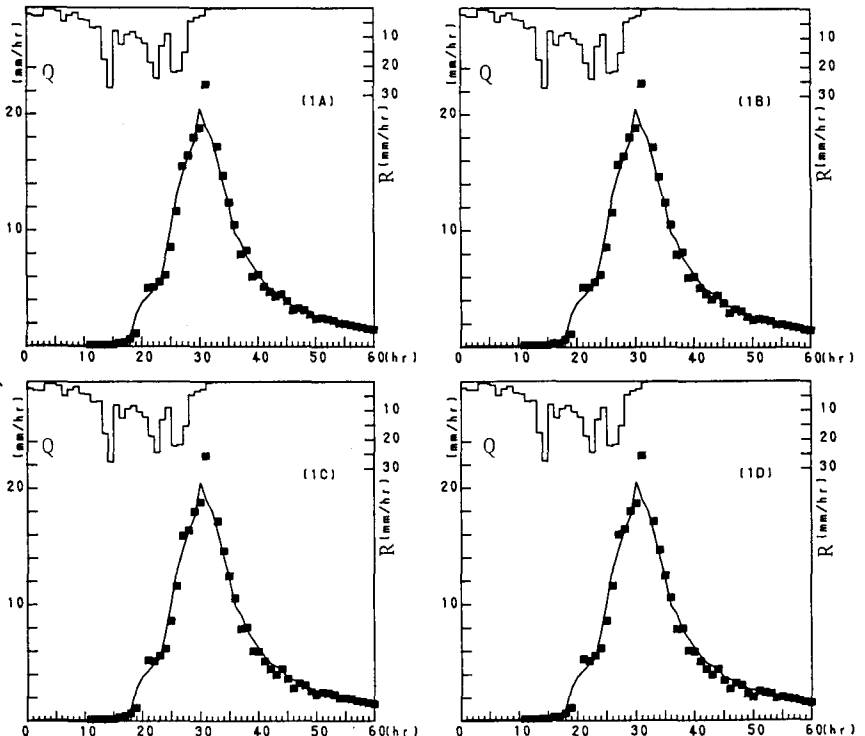
図-5



(3) 予測の計算時間の比較

実際に予測をしようとすると、その予測のための計算時間も重要な要素となる。本研究では、現場の事務所でも設置されているパーソナルコンピュータを用いた予測を念頭においている。表-4は、1949.8.30の洪水予測28通りの計算時間を示している。この表からわかるように、最も計算時間が少ないのは4、5番目の定義式である。

図-6



(4) $\Pi_{t_0} = 0$ と $\Pi_{t_0} \neq 0$ の比較

1949.8.30の洪水資料を過去の経験（計算終了時の Π_t を Π_{t_0} と置く）とし、1950.8.2の洪水の予測計算を行った。上述の(2)を参照して、合成方法としてAを採用し、1A, 2A, 3A, 4A, 5A, 6A, 7Aの場合を計算した。また、DR, DQともに前と同じ値を用いた。ここでは、 $\Pi_{t_0} = 0$ とした場合（1949.8.30の洪水

の経験なし)も計算し、 $\Pi_{t_0} \neq 0$ の結果と比較した。計算結果は1949.8.30の洪水と同じように、1～7の定義式の中で、3番目の定義式の場合は、予測不可能な時刻はほかの定義式より多く、減水部の予測は4番目と同じに過小気味である。1, 2, 5～7番目の場合は、計算結果はほとんど同じに見られているが、3, 4番目の定義式より、よく予測できた。(スペースの関係で、これらの計算結果を省略)、計算時間も表-5に示すように、最も少ないのは4, 5番目の定義式である。その他、図-7に示されているように、同じの計算条件下で、初期値を使った計算結果は使わなかったのより、当然ながら、良好な予測結果が得られており、 $\Pi_{t_0} = 0$ の時予測不可能な時刻でも $\Pi_{t_0} \neq 0$ の場合予測が可能となっている。しかし、表-5に示すように、 $\Pi_{t_0} \neq 0$ の時、計算時間は増大している。

最後に、結論として、上述したことから分かるように、予測精度、計算時間などを考慮すると、最も流出予測に適応するFUZZY推論手法は5 Aである。

参考文献

- 1) Fujita, M., and Hayakawa, H.: An Application of Fuzzy Inference to Runoff Prediction, Proceedings of Pacific International Seminar on Water Resources System, 1989

表-4 計算時間(ただし、計算期間: 53時間; 使ったコンピュータの機種: NEC PC-98XL)

手法	1	2	3	4	5	6	7
A	42分15秒	55分53秒	36分10秒	23分11秒	24分11秒	33分6秒	34分14秒
B	42分28秒	56分47秒	37分30秒	23分2秒	23分50秒	33分16秒	34分7秒
C	41分47秒	56分10秒	36分38秒	23分7秒	23分58秒	32分53秒	33分38秒
D	41分47秒	56分11秒	36分36秒	23分4秒	24分3秒	33分51秒	33分19秒

表-5 計算時間(ただし、計算期間: 51時間)

手法	1 A	2 A	3 A	4 A	5 A	6 A	7 A
$\Pi_{t_0} = 0$	33分17秒	45分21秒	29分38秒	17分49秒	18分2秒	33分8秒	27分22秒
$\Pi_{t_0} \neq 0$	57分7秒	83分0秒	61分1秒	28分15秒	32分36秒	46分23秒	47分47秒

