

II-38

砂礫河川の粒度分布構成における
粉砕・摩耗効果

北海道大学工学部 正 員 山田 正

北海道大学大学院 学生員 大前智敬

1. はじめに

砂礫河川の流下方向における縦断粒径分布の特性変化は、大きく選択分級作用および粉砕・摩耗作用の二つの要因によって説明されてきた。従来より河床材料の粒度分布とその流下方向への変化特性を説明するいくつかの理論が提案されているが、そのなかには個々の研究者が考えている河床材料が1m程度のものから数cm程度あるいは数mmのものまでであり、空間スケールにしても10km程度のものから数100kmのオーダーの流下方向の距離スケールでの変化特性を考えているものがあり、必ずしも同じ現象スケールで議論していない場合があり未だ十分明らかになっていない点があるように思われる。

このような観点から本研究は河床材料の粒度分布の形成と流下方向への変化過程に及ぼす選択分級および粉砕・摩耗の効果について、現地観測と資料収集および理論解析を行った。現地観測では年間を通して流量が一番大きくなる融雪期間に礫を河川中に設置し、礫の粉砕・摩耗量を測定している。次に粉砕・摩耗および選択分級の両作用を考慮した河床材料の粒度分布に関する理論式を導入し、これを数値計算することにより粒度分布の形成と流下方向への変化に与える特性量とその効果が検討されている。さらに河川縦断形状の長期変化を予測するにあたって河床高に関する新しい基礎式を導入し、これを数値計算することにより河床変動に及ぼす水理・水文諸量の果たす役割についても検討を行った。

2. 観測概要

2.1 観測方法

本研究では粒度分布の形成に関する基本的な資料収集を行う目的で、融雪期間中の礫の重量減少に関する野外実験を行った。実験では石狩川水系白水川を対象とし、ここに重量測定をあらかじめした礫を多数設置し、洪水後の重量測定を行い摩耗量を算出している。白水川は主流路長6.7km、流域面積12.89km²、平均勾配1/20の山地河川である。礫は上下流で400m離れた2箇所に設置した。観測方法では川辺の礫を50個サンプリングし、ペンキを塗布した後、その重量を測定した。その後1989年11月13日に設置し、1990年7月20日に回収するまでの北海道で年間を通して一番流量が大きくなる期間中、礫を川の中に放置しておいた。

2.2 観測結果

融雪終了後の礫の回収率はおよそ80%であった。回収時の礫の状況は以下のものである。礫が発見された場所は、(1)ステップ・プールのプール部、(2)大きな礫に寄り沿うように礫の上流側の部分、(3)大きな粒径の礫の間などであった。そのほか、(4)回収した礫は河床土砂の中にもぐり込んではおらず河床表面に存在していた。(5)礫が動いた距離の範囲は、大きな粒径の礫も小さな粒径の礫もほぼ等分布で、およそ50~80mであった。中にはほとんど動いていない礫もあれば、400~500m動いた礫もあった。(6)礫に塗ったペンキは礫の角の部分が剥げており、丸い礫は剥げ方は少なかった、などである。

図-1はもとの礫の重量 M に対する回収後の重量 M' の減少率を示している。この図より重量減少率は粒径の大小でみると、小さな粒径の礫の方が大きな粒径の礫に比べて減少率は多少大きな傾向をみせるものの大きな差はなく、ほぼ0.3%程度の一定値を示している。測定時の礫の状態から判断すると、角ばっている礫の

Effects of abrasion and selective sorting on formation of particle size distribution in gravel rivers. By Tadashi YAMADA and Satoyuki OOMAE

方が重量の減少が大きく、丸みを帯びた礫はあまり変化がなかった。図中に示す粒径は比重を2.6として重量より計算した換算粒径である。

図-2は設置期間中の計測されたハイドログラフである。図中の破線は平均流速公式としてHe y式の射流に対する式と限界掃流力の公式を用い、そのときの流量で移動しうる最大の粒径を示したものである。この図および回収時の礫の存在状況より、大粒径の礫の移動する期間は比較的短く、一方小粒径のものは移動期間は長いものの上述のように遮蔽効果を受けて停止しやすい。既述のように粒径の大小や形状の違いによる移動距離の差の少ないことや、重量減少率の粒径による差の少ないことなどは、このような砂礫の移動特性に起因しているものと考えられる。

3. 粒度特性に関する解析

本節では選択分級および粉砕・摩耗の両効果を考慮した粒度分布の形成とその流下方向変化を理論的に考察する。ここで粉砕・摩耗過程の数学的表現においては粉体工学の考え方を、これに分級の効果を粒径別に移流速度が異なるとして表現する方程式を新たに提案する。

3.1 粒度特性を表す基礎式

選択分級作用および粉砕・摩耗作用を表す基礎式は質量の保存を考えると以下ようになる。

$$\frac{\partial f(r, x, t)}{\partial t} + c(r) \frac{\partial f(r, x, t)}{\partial x} = -f(r, x, t)S(r) + \int_r^{r_{\max}} f(p, x, t)S(p)C(r, p)dp \quad (1)$$

ここに t は時間、 x は流下距離を示す。 $f(r)dr$ は掃流砂および浮遊砂として河道を流下移動している砂礫のうち、粒径として $r \sim r+dr$ の間に存在する割合である。左辺第2項は粒径 r の砂礫の移流速度である。右辺第1項は単位時間に粒径 r のものが粉砕して、 r より小さいものが生成する割合を示し、 $S(r)$ は単位時間当りの粒径 r の粉砕される割合である。また右辺第2項は単位時間に粒径 r より大きい粒径 p のものが粉砕されて $r \sim r+dr$ になる割合の積算を示し、 $C(r, p)$ は $p \geq r$ で p がこわれて $r \sim r+dr$ になる遷移確率である。なお $c(r)$ 、 $S(r)$ および $C(r, p)$ の特性量は本来未知数である $f(r, x, t)$ の関数であり、かつ時間的には非定常なものであり、本質的には非定常の係数を持つ非線形微積分移流（拡散）方程式で表現されるものであろうが、本研究では取扱いの簡便さと上式の解の基本的な特性を検討する目的から上記のように線形微積分方程式として取り扱う。

3.2 数値計算の方法と解析結果

粉砕・摩耗作用は $S(r)$ と $C(r, p)$ の二つの関数を、また分級作用は粒径別移流速度 $c(r)$ を定義するこ

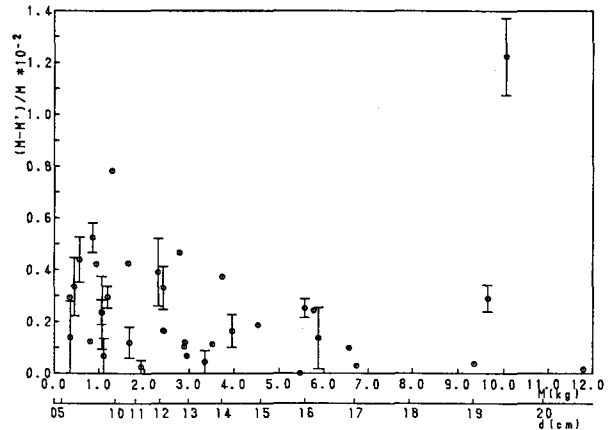


図-1 礫の重量減少率

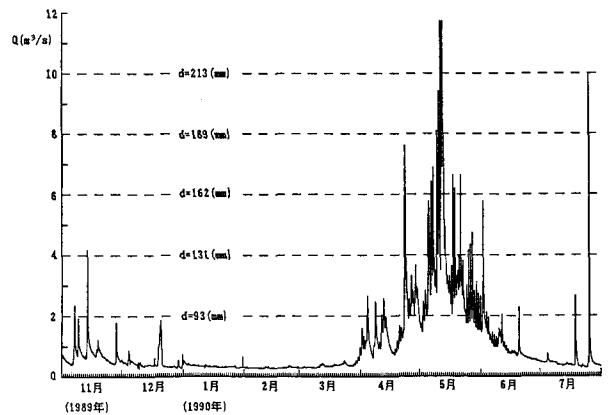


図-2 設置期間中のハイドログラフ

とにより記述することができる。特性量 $c(r)$ 、 $S(r)$ の関数形としてそれぞれ(2)、(3)式、 $C(r,p)$ の関数形としては3通りのものを考え(4-A)、(4-B)および(4-C)式を採用した。

$$c(r) = v_0 \exp(-\alpha r) \quad (2)$$

$$S(r) = k \left(\frac{r}{r_{\max}} \right)^n \quad (3)$$

$$C(r,p) = m \left(\frac{r}{p} \right)^m \frac{1}{r} \quad (4-A)$$

$$C(r,p) = \frac{1}{p} \frac{1}{B(q,s)} \left(\frac{r}{p} \right)^{q-1} \left(1 - \frac{r}{p} \right)^{s-1} \quad (4-B)$$

$$C(r,p) = \frac{1}{p} \frac{1}{B(q_1, s_1) + B(q_2, s_2) + bB(q_3, s_3)} \left\{ \left(\frac{r}{p} \right)^{q_1-1} \left(1 - \frac{r}{p} \right)^{s_1-1} + \left(\frac{r}{p} \right)^{q_2-1} \left(1 - \frac{r}{p} \right)^{s_2-1} + b \left(\frac{r}{p} \right)^{q_3-1} \left(1 - \frac{r}{p} \right)^{s_3-1} \right\} \quad (4-C)$$

ここでは粒径別移流速度 $c(r)$ を一定値として選択分級作用がなく、粉砕・摩耗のみの効果を考えた場合と、粒径によって移流速度を変えて選択分級と粉砕・摩耗作用を同時に考慮にいたした場合の2通りの結果を比較している。いくつかの粉砕・摩耗の形態を考え $C(r,p)$ の形状として3つの式(4-A、B、C)に対応する図-3-A、B、C

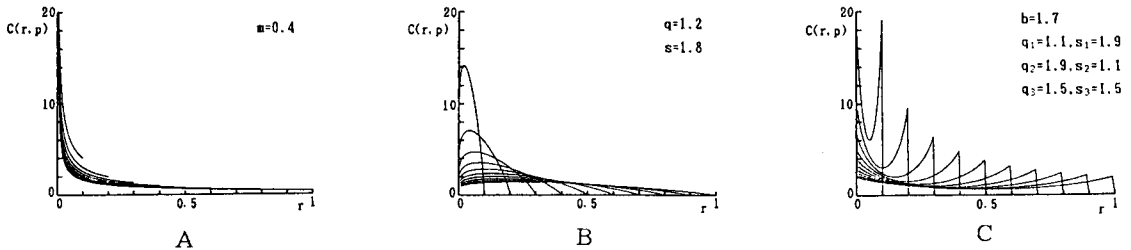


図-3 粒子の粉砕・摩耗遷移確率 $C(r,p)$ の例

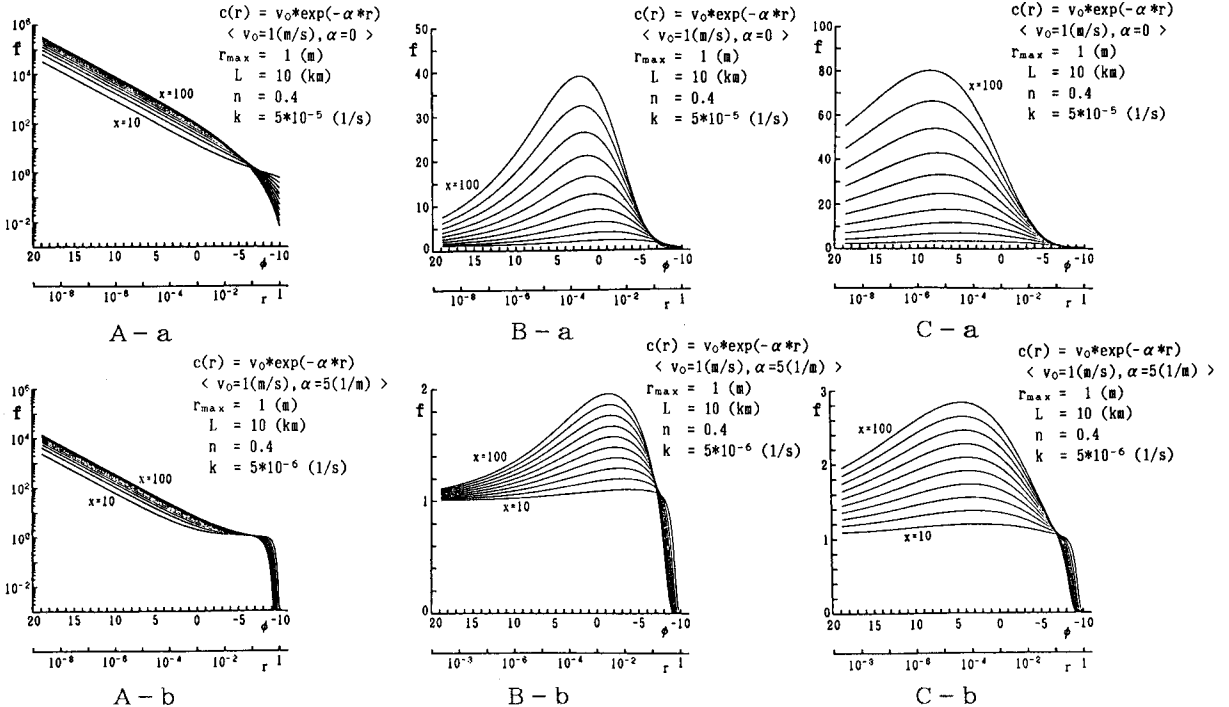


図-4 流下距離 x をパラメータとして表した粒度分布 $f(r)$

の三つの場合を考えた。第一は礫が完全粉碎をおこし、大礫がこなごなに粉碎し非常に小さい粒径になる割合が大きい場合(図-3-A、式4-A)、第二は大礫が壊れて中間の小礫になる割合が大きい場合(図-3-B、式4-B)、第三に礫が摩耗されほぼ同径のものが残ると共に非常に小さい粒径のものが生産される場合(図-3-C、式4-C)である。ところで地質による岩石の物理的風化作用の相違は虫明⁽⁷⁾によって定性的にまとめられている。これを参考にしつつ上記の3つの式形を解釈すると、図-3-Aは花崗岩、頁岩、砂岩などにあたる。図-3-Bは石英斑岩などであり、図-3-Cは石灰岩、安山岩、玄武岩などにあたる。以下では(1)式を基にして数値計算を行った。上流端の境界条件は全ての粒径に対して $f(r, x=0, t)=1$ とし、初期条件として $f(r, x, t=0)=0$ の比較的簡単な場合を取り扱っている。

粒度分布が定常に達したときの結果が図-4に示されている。縦軸は各粒径における質量分率、横軸は粒径である。これらの図より以下のことがわかる。(1)A-a、A-bは粒径の小さい方に向かって単調に増加しているが、B-a、B-bやC-a、C-bはある粒径においてピークを持つ。(2)B-aとC-a、B-bとC-bを比べると分布形状は似ているが、C-a、C-bの方が細かい粒径の割合が大きく、ピークは粒径の小さい方へ移る。(3)流下距離 x の値が大きくなるにつれて、粒度分布のピーク値が粒径の小さい方へ移っていくのがわかる。(4)粒径別に移動速度が違う場合、大きい粒径は速度が遅いため、ある断面(x の値)を通過するまでに粉碎されてしまい、大きな粒径の値は粒径別移流速度が全ての粒径につき一定の場合よりかなり小さくなっていく。(5)粒径別に移動速度が違う場合、一定速度の場合に比べて f の値は小さい。

以上のように、遷移確率 $C(r, p)$ の形状の相違によって、粒度分布 $f(r)$ の形状は大きく異なっていることがわかる。

4. 河川の縦断面形に関する解析

河川の縦断面形状は一つの洪水期間中といえども流量、流砂量の変化によりが細かに変動する。ここではそのような細かな変動を議論するのではなく、数10回の洪水の間に河川の縦断面の平均的な形状がどのようにして決定されるかを検討した。この中では流砂の連続条件より長期間の河床高変化を表す基礎式を導入し検討を行っている。

4.1 基礎式の導入

河床高 z の基礎式は流砂の連続条件および擬似等流の仮定より得られる流量、流砂量の関係式より、

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{B(1-\lambda)} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ -Q \frac{K}{s\phi} \frac{\partial z}{\partial x} \right\} = \frac{1}{B} q_{Be} \quad (5)$$

となる。ここに z は基準水平面からの河床高、 B は掃流幅、 Q は流量、 λ は空隙容積の全容積に対する割合、 q_{Be} は単位幅、単位時間当りの横流砂量、 s は砂粒の水中重量、 ϕ は流速係数、 K は一般に u_{xc}/u_* および有効掃流力を表す関数を用いてあるがここでは一定値として扱う。次に、Ferguson, C. が提唱した河幅に関する経験式 $B=4.88Q^{0.5}$ ($m, m^3/s$) および河道長 L と流域面積 A の間のHackの法則 $L=0.475A^{0.6}$ (m, m^2) を用い、流量、幅を一般的な形として次のようにおく。

$$Q = \alpha(t) (x+x_0)^m \quad (6)$$

$$B = \beta(t) (x+x_0)^{m^e} \quad (7)$$

ここに x_0 は山地部の長さである。横流砂量として $q_{Be} = -C_e q_e (K/s\phi) (\partial z / \partial x)$ とおく。ここに q_e は横流入量 C_e は横流砂量に関する係数である。また $q_e = dq/dx$ であるから横流砂量は、

$$q_{Be} = -C_e \frac{mK\alpha(t)}{(x+x_0)^{(1-m)}s\phi} \frac{\partial z}{\partial x} \quad (8)$$

となる。よって(6)、(7)式および(8)式を(5)式に代入して、

$$\frac{\partial z}{\partial t} - \{p_T(t) - C_e m(1-\lambda)\} \frac{\gamma(t)}{(x+x_0)^{(1-p)}} \frac{\partial z}{\partial x} = (x+x_0)^p \gamma(t) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad (9)$$

を得る。ここに $p=m(1-l)$ 、 $\gamma(t)=\alpha(t) \cdot K/(\beta(t) \cdot (1-\lambda)s\phi)$ である。ここでFerguson, C. が提唱した関係式とHackの法則を用いて γ と流量 $Q(m^3/s)$ 、流域面積 $A(m^2)$ の関係を表すと、

$$\gamma(t)=\frac{K}{2.318(1-\lambda)s\phi} \frac{Q^{0.5}}{A^{0.6m(1-l)}} \tag{10}$$

となる。次に河床高 z および流量に関する関数 γ の変動成分をそれぞれ長期成分 $\tilde{\gamma}$ と短期成分 γ' に分ける。さらに変動成分の平均をとる。ここで $\langle z' \rangle = 0$ 、 $\langle \gamma' \rangle = 0$ を考慮し $\langle \gamma' z' \rangle$ に関しては $-D(\partial \tilde{z} / \partial x)$ なる仮定を用いると(9)式は

$$\frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} = \{p - C_e m(1-\lambda)\} \frac{\tilde{\gamma}}{(x+x_0)^{(1-p)}} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial x} + \left[(x+x_0)^p \tilde{\gamma} - \{p - C_e m(1-\lambda)\} \frac{D}{(x+x_0)^{(1-p)}} \right] \frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial x^2} - (x+x_0)^p D \frac{\partial^3 \tilde{z}}{\partial x^3} \tag{11}$$

となる。ここに D は拡散係数である。

4.2 解析結果

(11)式は長期期間の河床高 $\tilde{z}$ の変化を表す基礎式である。この式を基にして数値解析を行った。図-5は計算の結果得られた河床の縦断面形状である。縦軸は河床高 $\tilde{z}(m)$ 、横軸は上流からの距離 $x(km)$ である。そして10年毎の形状を表示した。

境界条件としては最上流端および最下流端を固定したものをを用いている。図-5-A、B、C、Dより以下のことがわかる。(1)AとBを比較して、用いた拡散係数 D の値の範囲では縦断面形状は変化しない。よって(10)式において散

乱項は河床高 $\tilde{z}$ に影響しない。(2)BとCを比較してパラメータが同じであれば初期条件の形

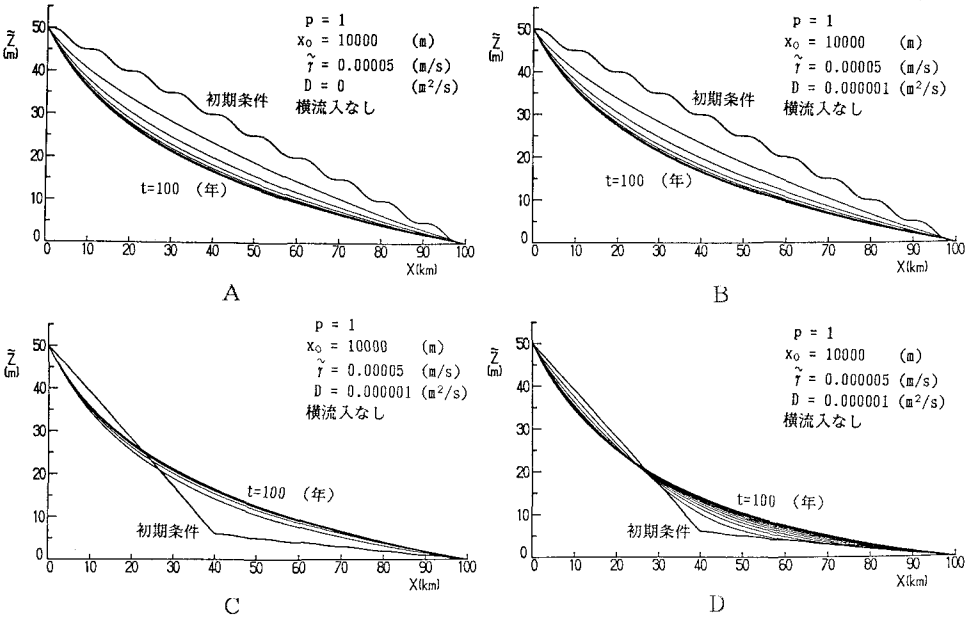


図-5 横流入なしのときの縦断面形状

状にかかわらず最終形状は同じになる。(3)CとDを比較して $\tilde{\gamma}$ の値が大きいほど河床高 $\tilde{z}$ は大きくなる。図

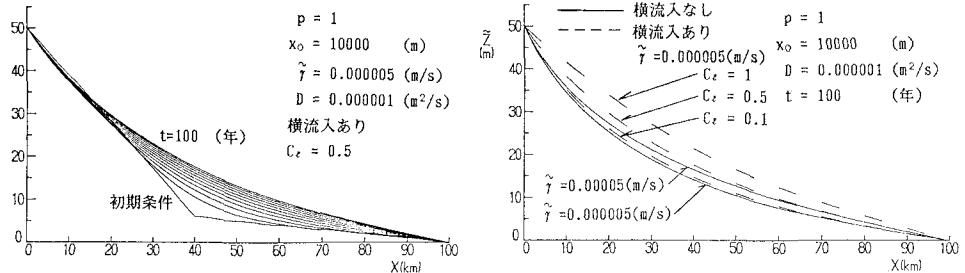


図-6 横流入を考慮したときの縦断面形状

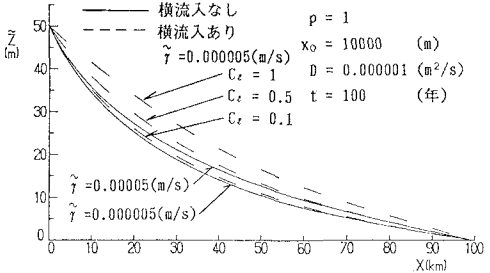


図-7 100年後の縦断面形状の相違

-6は横流入を考慮したときの縦断面形状図である。この図より、図-5-Dと比較して横流入を考慮した方が横流入を考慮しない場合より河床が高くなるということがいえる。図-7は $\tilde{\gamma}$ の値の違いおよび横流入の流入量の違いによる100年後の縦断面形状を比較して表したものである。実線は横流入なし、破線は横流入を考慮した場合である。この図より $\tilde{\gamma}$ の値が大きいほど河床高 $\tilde{z}$ が高くなることがよくわかる。さらに横流入のはいる量(C_r の値)が大きいほど河床が高くなっているのがわかる。以上より $\tilde{\gamma}$ の値が大きいほど、言い換えれば比流量が大きいほど河床が高くなっているといえる。よって、流量が大きくなるとその分土砂を多く運んできて河床が高くなるということができる。

5. 結論

本研究で得られた結果を要約すると、次のようになる。

- (1) 礫が動いた距離は粒径の大小に関わらずほぼ等分布であった。大きな粒径の礫の移動する期間は比較的短く、一方、小さい粒径の礫は比較的長いものの遮蔽効果により停止しやすいことによるものと考えられる。
- (2) 粒径の大小に係わらず重量減少率は0.3%程度であり、詳細にみれば小さい粒径の方が若干大きい。
- (3) 選択分級作用および粉碎・摩耗作用を表す基礎式を提案した。この中に現れる3つの水理特性量 $c(r)$ 、 $S(r)$ および $C(r, p)$ の関数形を定義することにより、粒度分布の形成とその流下方向変化を表現することができる。
- (4) 遷移確率 $C(r, p)$ の形状により、粒度分布 f の流下方向の変化は大きく異なる。単調減少タイプの $C(r, p)$ をとるとき粒度分布は、粒径の小さいものが流下につれて急激に増大し、単峰形あるいは双峰形の $C(r, p)$ をとるときは、粒径の小さいある値の近傍でピーク値をもつ単峰形を示す。
- (5) 粒径別に移動速度が異なる場合、分級作用のために大きい粒径の礫は急速に減少する。
- (6) 河床高は比流量が大きい($\tilde{\gamma}$ の値が大きい)ほど高くなる。
- (7) 縦断面形状を考えるにあたってその時の流量に適応する安定縦断面形状が存在する。

以上より、粒度特性および縦断面形状に関してそれぞれ別々に解析を行ったが、今後は粒度分布 f と河床高 $\tilde{z}$ の結びつきを考え河川縦断面におよぼす選択分級と粉碎・摩耗の効果を議論していく予定である。

謝辞 本研究において現地観測を行うにあたって、北海道大学土木工学科の長谷川和義先生に多大なるご支援をいただいている。また本研究は、文部省科学研究費・重点領域研究(1)および一般研究 C (代表 山田正)の補助のもとに行われている。ここに記して深甚なる謝意を表す。

参考文献 (1)Sternberg, H : Untersuchungen uber Langen und Querprofil geshiebe fuhrender Flusse, zeitschrift fur Bauwesen Jahrg. xxv., pp.484~506, 1875.(2)矢野勝正・土屋義人・道上正規：沖積河川における河床砂れきの特性の変化について、京大防災研年報、第12号B、1969。(3)山本晃一：ミニ河川講座 [1] ~ [5]、(財)河川情報センターニュース、1988~1989。(4)小玉芳敬・池田宏・伊勢屋ふじこ：渡良瀬川における粒径別岩種構成比の縦断的变化ー沖積礫床河川における礫の破碎・摩耗効果の重要性ー、筑波大学水理実験センター報告、No.13、pp.13~25、1989。(5)G, Parker : Downstream variation of grain size in gravel rivers : abrasion versus selective sorting, 私信。(6)長谷川和義・石川伸・高橋一浩：山地河川の分岐流路形態とその変動ー白水川調査よりー、土木学会北海道支部論文報告集第46号、pp.269~274、1990。(7)小出博：日本の国土(上)、東大出版会、1973.8pp.59~64(8)藤田重文・東畑平一郎：「化学工業II、機械的操作」、東京化学同人。(9)山田正・大前智敬：山地河川における河床砂礫の粒度分布の形成に関する研究、水工学論文集第35巻に投稿中。