

II-28

三次元的に配置した透過水制まわりの流れのモデル化

北海道大学 正 員 長谷川 和義

北海道大学大学院 学生員 柿崎 恒美

1. はじめに：水制工は実河川の水流を積極的に制御し、低水路の幅を維持する目的でかなり以前から施工されてきている。また近年のわが国の河川にあっては、河道沿いに人口が密集しているために、河道拡幅などの法線形の変更が社会的に困難になってきている。水制工などの構造物を適当に配置して法線形の変更と同程度の機能を発揮させることが必要になっている由縁である。言い換えれば、人間が河道に上手に手をかけて、洪水の力を剛に抑えるのではなく、柔軟かく利用し浸食や変動の少ない河道に造り変えていくことが求められているのである。そのためには、現在、経験的にしか知られていない水制工の機能を水理学的に明らかにしなければならない。こうした観点から、筆者^{1)~4)}らは、2次元的に配置した水制の模型ブロックを使った実験を通して、水制周りの流れの構造や水制の抵抗などをある程度まで定式化してきた。また、池田⁵⁾、岡部⁶⁾らは3次元に配置した水制工の流れについての実験を報告しているが、まだその特性について定式化したものは見あたらない。本論文は、実河川における水制工により近づけるために3次元的に配置した越流型透過水制工のまわりの流れについて実験的・理論的に考察したものである。

2. 模型組ブロックによる実験

2-1) 実験装置と実験条件：実験は、幅 $B=0.4$ (m)、長さ

 $L=4.7$ (m)、河床勾配 $i=1/333$ の鋼製アクリル壁可傾斜水路で行った。水路床には塩化ビニール板を隙間なく敷き詰め、

その上に直径4mm程度の砂を粗度として一様に張り付けた。

この水路の上流端から下流端まで全長に渡って高さ2.5(cm)、

幅5(cm)の透過水制の1/50のブロック模型を組み合わせ、水路

の左岸側壁に沿って図1に示すような16基の連続水制モデル

として設置し、この区間を水制域とした。設置に当たっては、

実河川における水制工法の統計的考察として著名な秋草

・吉川⁷⁾らの報告を参考にした。この中で水制の効果を規定

すると思われる水制角度(α)、水制高さ(k)、透過度(n)、水

制長(B_2)、水制間隔(l)などについての詳しい調査結果がまとめられている。そこで本実験ではこれらのデ

ータを基にして、全国的に最も設置頻度が多い表1のような条件で実験を行った。また、この時の主要水理

量を表2に示す。

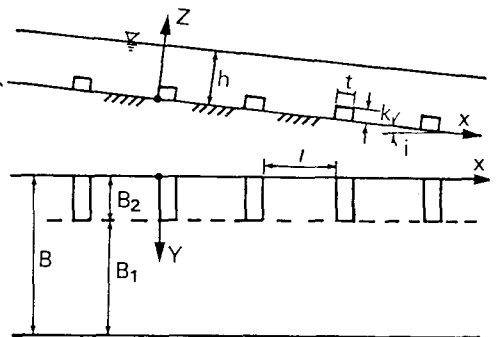


図1 水制を配置した河道の概略図

表1 透過水制の設置条件

α	k/h	B_2/B	l/k	n
0°	0.35	0.225	8	0.56

※ α は流向に対して直角に出された水制の角度を 0 とし、それより上流、下流の角度を $+$ で示す。

※ n は水制ブロック模型を囲む直方体に対する体積空隙率で示す。

表2 実験の主要水理量

Q (ℓ/s)	h (cm)	u (cm/s)	Fr	$Re^{(1)}$	$Re^{(2)}$
11.67	7.0	41.67	0.50	29169	37503

※ h は平均水深、 u は平均流速、 B_2 は水制長

$$\text{また、} \quad Re^{(1)} = \frac{uh}{\nu} \quad Re^{(2)} = \frac{uB_2}{\nu}$$

2-2) 測定方法：表1,2に示されているような条件に対して、流れを等流状態に設定し、次のような計測を行った。(a)水制域の中心線と水路中心線上における縦断方向の水面形の計測。(b)水路の横断方向の水面形の計測。(c)縦断面内及び、横断面内の流速分布の計測。

横断面については流れが平衡に達していると思われる上流端より3m下流で、図2に示すように1水制区間内で6断面とり、縦断面は水制域 ($Y=5(\text{cm})$) と主流域 ($Y=25(\text{cm})$) の2断面選んだ。なお、測定にはレーザー・ドップラ流速計を用いた。

3. 実験結果とその考察

3-1) 水面形：縦断方向、横断方向の水面形を、それぞれ図3、図4に示す。図から明かなように水制域と主流域は水深はほとんど変わっていない。 Y 方向の流速 V が水深差 Δh によって生じていると推測されるので、 V は水深方向に平均した場合微量量と言えるだろう。

3-2) 流下方向の流速分布：図5、図6は水制域と主流域の縦断方向の流速分布図である。この2つの領域は明かにその様子を異にしている。水制域では、ブロックの形状抵抗のために、その流速は主流域のそれと比較した場合約50%減速している。また、ブロックの背後から流下方向に進むにつれて、流速が徐々に回復している様子がうかがえる。昨年までの2次元実験において見られた水制直後の逆流域は、今回の実験ではほとんど確認できなかった。このことは、流れの3次元の周り込みが水制下流の圧力低下を回復させ、剥離を抑えていることを意味している。一方、主流域では流速の形状が対数分布的であり、上流から下流に至るまでその形状はほとんど変化していない

ようである。また、今回行った実験条件での透過水制の抵抗値を、2次元の棧粗度の抵抗式である足立式⁸⁾

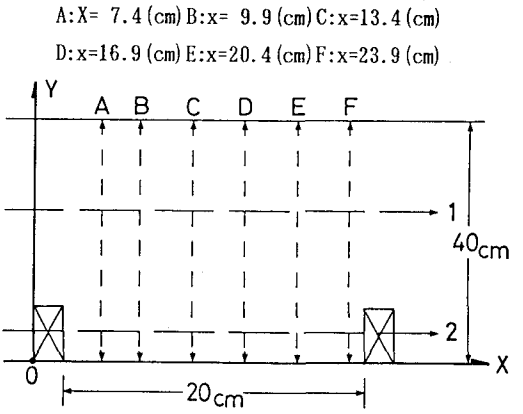


図2 測定断面の位置と座標軸の定義

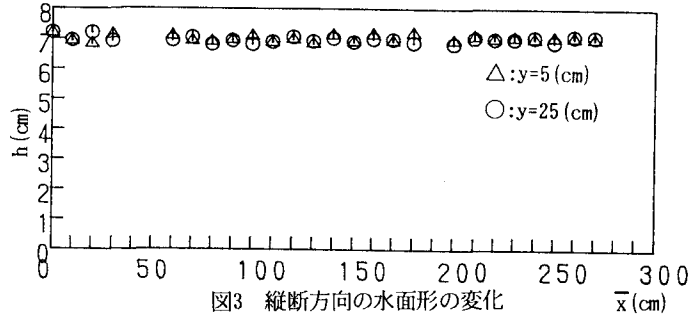


図3 縦断方向の水面形の変化

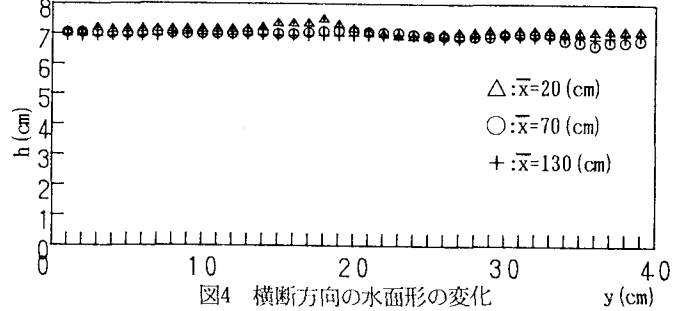


図4 横断方向の水面形の変化

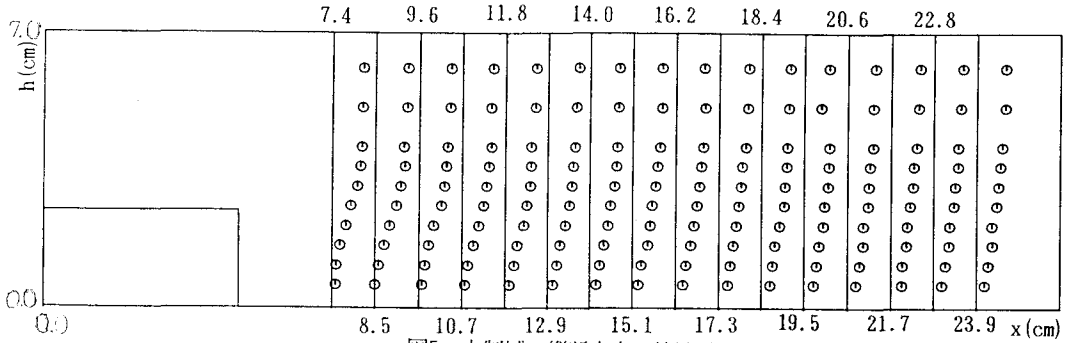


図5 水制域の縦断方向の流速分布の変化

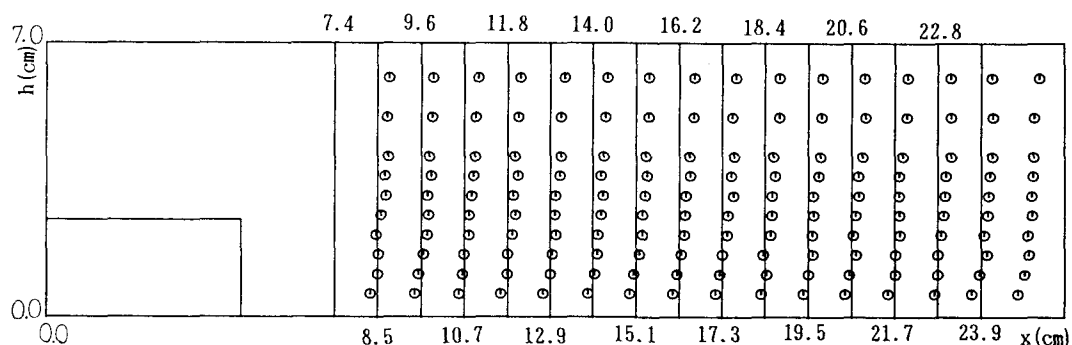


図6 主流域の縦断方向の流速分布の変化

および筆者らの2次元透過水制の抵抗式³⁾⁴⁾ (2次元式)と比較してみると、 $h/k=2.8$ に対して流速係数 U_m/U は足立式の3.5倍、2次元式の2倍になった。今後、水制長、水制高、水制間隔の U_m/U に及ぼす影響について実験データを蓄積していく必要が有るだろう。

4. 2次元後流式を使った水深方向のモデル化：昨年度、2次元的に配置した透過水制の背後に生じる逆流域以降の流れが、後流に近似可能であることを報告³⁾⁴⁾した。そこで、実験結果を考慮して、この流れの特徴が模型ブロックを3次元的に配置した場合にも、少なくとも図1の水制域では保存されるものと仮定して解析を行った。先に述べた岡部⁶⁾の実験では、水制域と主流域の境界面における2次流 V は非常に弱く、このことからこの仮定の妥当性が示唆される。

そこで、流下方向に X 軸、河床から水面方向に Z 軸を定義すると後流式はH.Schlichting⁹⁾により(1)式のように導かれる。

$$\frac{U}{U_2} = 1 - \frac{\sqrt{10}}{18\beta} \left(\frac{x}{C_D d} \right)^{-\frac{1}{2}} \left\{ 1 - \left(\frac{z}{b} \right)^{\frac{3}{2}} \right\}^2 \quad (1)$$

$$b(x) = \sqrt{10} \beta (x C_D d)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

(2)式の $b(x)$ は後流の拡がり幅であり、パラメーター β はSchlichting⁹⁾による実験で $\beta=0.18$ の関係が知られている。次に、抵抗係数 C_D は昨年度の実験結果から1.38を用い、また接近流速 U_2 は以下の条件式から導いた。まず全断面の平均流速と摩擦速度を U_m 、 U 、主流域と水制域のそれをそれぞれ U_1 、 U_1 、 U_2 、 U_2 と定義すれば、せん断力と流量の平衡条件から(3)(4)式が得られる。

$$B U_m = B_1 U_{m1} + B_2 U_{m2} \quad (3)$$

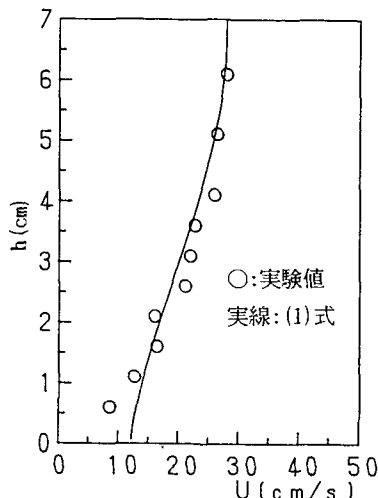
$$B U_m = B_1 U_{m1} + B_2 U_{m2} \quad (4)$$

ここで、水制域には後流を、主流域には対数則を仮定すれば次の(5)(6)式の関係が得られる。

$$\frac{1}{2} \rho (k B_2) C_D U_2^2 = B_2 \ell^2 \rho U_{x2}^2 \quad (5)$$

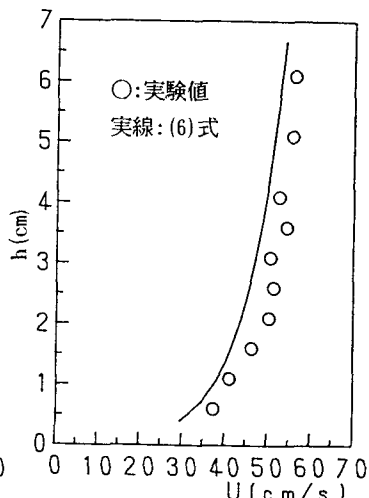
$$\frac{U_1}{U_{x1}} = 6.0 + 5.75 \log \frac{h}{k_s} = \sigma \quad (6)$$

以上の4式の関係から得られる U_2 、 U_1 を用いて今回の実験に(1)式と対数則を当てはめてみたものが、図7、図8である。図のように水制域では(1)式が、主流域では(



$$(x, y) = (20.6, 5.0)$$

図7 水制域の水深方向の流速分布



$$(x, y) = (8.5, 25.0)$$

図8 主流域の水深方向の流速分布

6) 式がそれぞれ実測値を満足するようである。

5. 2次元浅水流式による横断方向のモデル化：現在、開水路流れの準3次元の数値計算法として広く用いられているのは2次元浅水流モデルである。水制場の3次元流れの計算もk-εモデルを使った2次元浅水流モデルでTawatchai Tingsanchali&Selvaratnam Maheswaran¹⁰⁾らによっておこなわれている。ここでもこの浅水流の概念をもとにして解析的に解くことにする。水制場の流れの物理性を考慮し、座標軸を図1、図2のように選べば基礎式は以下になる。

$$U_m \frac{\partial U_m}{\partial x} + V_m \frac{\partial U_m}{\partial y} = g I + \varepsilon_v \frac{\partial^2 U_m}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho h} \tau \quad (7)$$

$$U_m \frac{\partial V_m}{\partial x} + V_m \frac{\partial V_m}{\partial y} = \varepsilon_v \frac{\partial^2 V_m}{\partial x^2} - \frac{1}{\rho h} \tau \quad (8)$$

$$\frac{\partial U_m}{\partial x} + \frac{\partial V_m}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

池田¹¹⁾らは1次元浅水流モデルを使って側岸部に植生を有する河川の安定横断面形状を河川の横断面を主流部と植生部に分け、乱流による運動量の横断方向輸送量を考慮し、両者を接続することによって得ることに成功している。水制場の問題も実験結果から明らかなように主流部と水制部に分けることが可能であろう。しかしながら水制場の場合は植生のように抵抗が一樣ではなく局所的であり問題はより一層に複雑である。ここでは、この問題を解決するために4)章で述べたように後流（水制域）と対数則（主流域）を使ってみた。

5-1) 主流域の解：この流域は水深方向に対数分布的なので、水深方向平均流速 U_m 、 V_m は次のようになる。

$$U_m = \sigma U_* f_1(\eta_1) \quad (10) \quad V_m = 0 \quad (11) \quad \text{ただし、} \eta_1 = (y - B_2)/B_1 \quad (12)$$

これらの式を $\tau = \rho C_f U_m^2$ 、 $\varepsilon_v = \alpha h U_*$ と仮定して(7)式に代入すれば、

$$k_1^2 + \nu \Phi'' - \Phi^2 = 0 \quad (13)$$

$$\text{ただし、} k_1 = U_* / U_* \quad (14) \quad \Phi = \sigma \sqrt{C_f} f_1(\eta_1) \quad (15) \quad \nu = \alpha / \sqrt{C_f} (h/B_1) \quad (16)$$

Webel・Schatzman¹²⁾によれば、河床が十分に粗であれば、 $\alpha \approx 0.13$ と一定の値をとる。また、通常の礫床河川では $C_f \approx 0.01$ が知られているので、 $\alpha / \sqrt{C_f}$ はほぼ1となり $(h/B_1)^2$ が微小であれば ν も微小となる。したがって、 ν を摂動パラメータに選び(13)式を解くことにする。(13)式の Φ は ν の漸近展開により

$$\Phi = \Phi_0 + \nu \Phi_1 + \nu^2 \Phi_2 + \dots \quad (17)$$

と表されることが期待される。式(17)を式(13)に代入し ν^0 、 ν^1 のオーダーに対して次式が得られる。

$$\nu^0 \text{次オーダー：} k_1^2 - \Phi_0^2 = 0 \quad (18) \quad \nu^1 \text{次オーダー：} \Phi_0'' - 2\Phi_0\Phi_1 = 0 \quad (19)$$

式(18)、(19)の解として $\Phi = k_1$ が得られるが、この解は式(13)の1つの厳密解となっているが、式(13)の ν の1次以上のオーダーの項、つまり乱流による横断方向の運動量輸送の項を無視したことに対応し、水制場における物理現象を正しく表しているとは思われない。そこで式(13)の第2項が他の項とほぼ同じオーダーになるように特異摂動法¹³⁾に従い、内部変数 $p_1 = \eta_1 / \nu^{1/2}$ を導入する。この時、式(13)は

$$k_1^2 + \Phi'' - \Phi^2 = 0 \quad (20)$$

となる。式(20)に Φ の漸近展開

$$\Phi = \tilde{\Phi}_0 + \nu \tilde{\Phi}_1 + \nu^2 \tilde{\Phi}_2 + \dots \quad (21)$$

を代入すると ν^0 、 ν^1 のオーダーに対して次の常微分方程式が得られる。

$$\nu^0 \text{次オーダー：} k_1^2 + \tilde{\Phi}_0'' - \tilde{\Phi}_0^2 = 0 \quad (22) \quad \nu^1 \text{次オーダー：} \tilde{\Phi}_1'' - 2\tilde{\Phi}_0\tilde{\Phi}_1 = 0 \quad (23)$$

式(22)の1つの厳密解は $\tilde{\Phi}_0 = k_1$ であるので、これを用いて式(23)を解くと一般解は次の様になる。

$$\tilde{\Phi}_1 = c_1 \exp(-\sqrt{2k_1} p_1) + c_2 \exp(\sqrt{2k_1} p_1) \quad (24)$$

外部解と内部解の接続条件から $c_2 = 0$ となり、主流域の水深方向平均流速は結局次のようになる。

$$U_{m100} = \frac{U_{*1}}{\sqrt{C_f}} \{k_1 + c_1 \exp(-\sqrt{2k_1} p_1)\} \quad (25)$$

(5-2) 水制域の解: この領域には後流を仮定しているので水深方向平均流速 U_m 、 V_m は以下ようになる。

$$U_m = U_2 \left\{ 2 - \frac{\sqrt{10}}{40\beta} \left(\frac{x}{C_b d} \right)^{-\frac{1}{2}} \right\} f_2'(\eta_2) \quad (26)$$

$$V_m = -U_2 \left\{ \frac{\sqrt{10}}{80\beta} \left(\frac{x}{C_b d} \right)^{-\frac{1}{2}} \frac{B_2}{x} \right\} f_2(\eta_2) \quad (27)$$

ここで、 $\eta_2 = y/B_2$ である。また、後流の拡がり幅 $b(x)$ から水深までの流速は一樣流 U_2 としている。また、後流を仮定しているので河床せん断力は近似的に無視することとし、 $\varepsilon_0 = \alpha h U_2$ と定義して、(26)、(27)式を(7)式に代入すると以下ようになる。

$$\Psi' \Psi'' - \Psi \Psi''' - \lambda \Psi'''' = k_3^2 \quad (28)$$

$$\text{ただし、} \quad \Psi(\eta_2, x) = \left\{ 2 - \frac{\sqrt{10}}{40\beta} \left(\frac{x}{C_b d} \right)^{-\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{\sqrt{10}}{80\beta} \left(\frac{x}{C_b d} \right)^{-\frac{1}{2}} \frac{h}{x} \right\}^{\frac{1}{2}} f_2(\eta_2) \quad (29)$$

$$\lambda = \alpha k_2 \left(\frac{h}{B_2} \right) \left\{ 2 - \frac{\sqrt{10}}{40\beta} \left(\frac{x}{C_b d} \right)^{-\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{\sqrt{10}}{80\beta} \left(\frac{x}{C_b d} \right)^{-\frac{1}{2}} \frac{h}{x} \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (30)$$

$$k_3 = U_2 / U_2 \quad (31)$$

$$k_2 = U_2 / U_2 \quad (32)$$

λ を(30)式の様定義しているので x が大きければ微小である。このことは後流が発達するのは物体の背後から十分離れた場所であるので妥当な評価と言えるだろう。そこで、この λ を摂動パラメーターとして(28)式中の Ψ を λ の漸近展開で表せば、

$$\Psi = \Psi_0 + \lambda \Psi_1 + \lambda^2 \Psi_2 + \dots \quad (33)$$

となり、この式を(28)式に代入すれば λ^0 、 λ^1 のオーダーに対する方程式は次のようになる。

$$\lambda^0 \text{次オーダー: } \Psi_0' \Psi_0'' - \Psi_0 \Psi_0''' = k_3^2 \quad (34)$$

$$\lambda^1 \text{次オーダー: } 2 \Psi_0' \Psi_1'' - \Psi_0 \Psi_1''' - \Psi_0'' \Psi_1 - \Psi_0''' = 0 \quad (35)$$

しかしながら、この λ^0 次のオーダーには(28)式の左辺第3項の乱流による横断方向運動量輸送の項が無視されているので、対数領域と同じようにこの項が他の項とほぼ同じオーダーになるように内部変数を $p_2 = \eta_2 / \lambda$ と定義すれば、(28)式は次のようになる。

$$\Psi' \Psi'' - \Psi \Psi''' - \lambda \Psi'''' = \lambda^2 k_3^2 \quad (36)$$

これに、 Ψ の漸近展開

$$\Psi = \tilde{\Psi}_0 + \lambda \tilde{\Psi}_1 + \lambda^2 \tilde{\Psi}_2 + \dots \quad (37)$$

を代入すると、 λ^0 、 λ^1 のオーダーに対する方程式は次のようになる。

$$\lambda^0 \text{次オーダー: } \tilde{\Psi}_0' \tilde{\Psi}_0'' - \tilde{\Psi}_0 \tilde{\Psi}_0''' - \tilde{\Psi}_0'''' = 0 \quad (38)$$

$$\lambda^1 \text{次オーダー: } 2 \tilde{\Psi}_0' \tilde{\Psi}_1'' - \tilde{\Psi}_0 \tilde{\Psi}_1''' - \tilde{\Psi}_0'' \tilde{\Psi}_1 - \tilde{\Psi}_1'''' = 0 \quad (39)$$

(38)式の自明な解として V_m の物理性を考慮して $\tilde{\Psi}_0 = -1$ を選ぶと(39)式は解析的に解くことが可能であり最終的に後流域の水深方向平均流速は次式のようにになる。

$$U_{mwa00} = U_2 J(x) [\lambda \{D_1 \exp(p_2) + D_2\}] \quad (40)$$

$$J(x) = \left\{ 2 - \frac{\sqrt{10}}{40\beta} \left(\frac{x}{C_b d} \right)^{-\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{\sqrt{10}}{80\beta} \left(\frac{x}{C_b d} \right)^{-\frac{1}{2}} \frac{h}{x} \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (41)$$

最後に、対数域と水制域の接続、つまり(25)、(40)式中の未定係数 C_1 、 D_1 、 D_2 を決定しなければいけないのだが、これは接合点($p_1=0$ 、 $p_2=1/\lambda$)での流速とせん断力の連続性と、横断面の流量の連続条件より求める。図9は実測値と理論値((25)・(40)式)を比較したものである。実測値は主流域の壁面側で流速に大きな変化が現れている。これは、2次流Wが発生したためかも知れないが現在のところ原因はよくわかっていない。また、水制域側ではその流速は実測値のほうが理論値よりもかなり小さい傾向になって現れている。特に壁

面よりではその傾向が著しい。このことは乱流による運動量輸送が壁面付近までは及ばず、したがって(28)式の外部解が必要なのかも知れない。

6. まとめ: (1)透過水制を3次的に配置した場合、その流れの特徴から水制域と主流域の領域を区分することが可能である。(2)区分した領域のうち水制域は水深方向に後流が発達していて、主流域は対数分布が成立している。この時、水制の抵抗を C_0 を使って表すと主流域の平均の摩擦速度は(3)式のせん断力の平衡条件から求めることができ

る。(3) 2次元浅水モデルを使って得られる流速の横断方向分布はその形状は局所的な部分を除いては実験値をある程度再現する。

謝辞: 本研究の1部は、文部省科研費一般C(02650352)「透過性ステップ下流域における流れの不思議な構造の解明」の補助を受けて行われた。また、財団法人鹿島学術振興財団の研究助成を受けた。記して感謝の意を表す次第である。

参考文献:

- (1)長谷川和義・三井和久: 透過水制工の水理特性に関する実験的研究, 土木学会第44回年次学術講演会概要集, 1989.
- (2)長谷川和義・柿崎恒美・三井和久: 透過水制における透過流量と抵抗特性, 水工学会論文集, 1990.
- (3)長谷川和義・柿崎恒美: 透過質媒体の下流域における流れの構造, 土木学会北海道支部論文報告集, 1990.
- (4)柿崎恒美・長谷川和義・石井千万太郎: 2次的に配置した透過構造物の抵抗特性, 第45回年次学術講演会概要集, 1990.
- (5)池田俊介ほか: 水制近傍における流れの基礎的研究, 土木学会第43回年次学術講演会概要集, 1988.
- (6)岡部健二: 越流型連続水制の水理に関する実験的考察, 第31回水理講演会論文集, 1987.
- (7)秋草勲・吉川秀夫: 水制に関する研究, 土木研究所報告107号の6, 1960.
- (8)足立昭平: 人工粗度の実験的研究, 土木学会論文報告集104号, 1964.
- (9)Schlichting, H.: Boundary-Layer Theory (Sixth Ed.) Chapt. xxiv
- (10)Tawatchai Tingsanchal・Selvaratnam Maheswaran: Depth-Averaged Flow Computation near Groyne, Journal of Hydraulic Engineering Vol. 116, No. 1, 1990.
- (11)泉典洋・池田俊介: 側岸に樹木を有する直線礫床河川の安定横断河床形状, 土木学会論文報告集, 第411号, pp. 151~160, 1989.
- (12)Webel, G. and Schatzman, M.: Transverse mixing in open channel flow, J. Hydraul. Eng., ASCE, vol. 110, No. 4, pp. 423~435, 1984.
- (13)Nayfeh, A. H.: Perturbation methods, John Wiley & Sons, Inc., 1973.

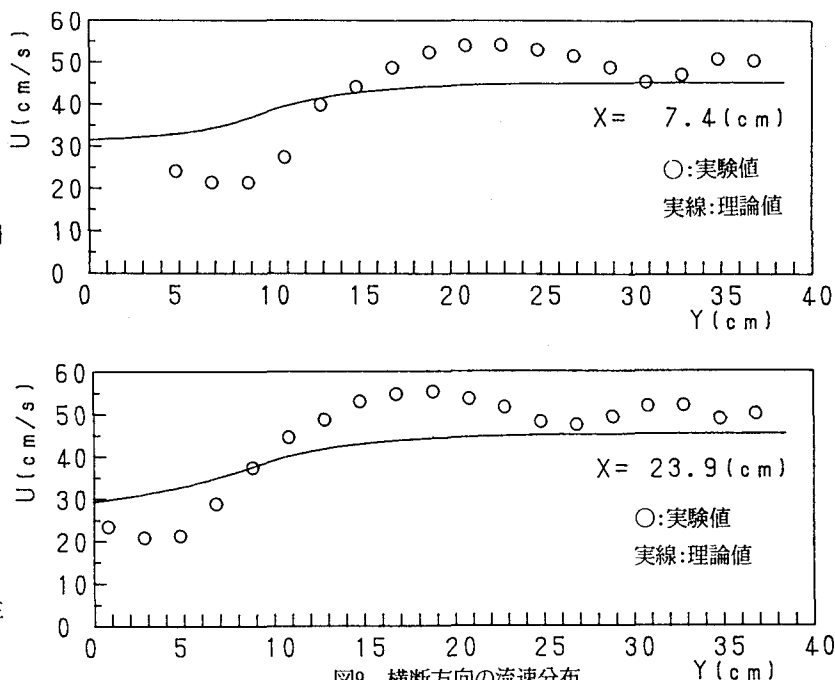


図9 横断方向の流速分布