

II-11

沿岸波浪の数値解析における分散効果

北海道大学工学部

濱 田 洋 人

北海道大学工学部

正 員

水 田 洋

1、はじめに

浅海域における波浪変形を予測することは日常の波浪のみならず津波や高潮による災害予想などに関連して重要な問題となっている。浅海域で用いられる理論は波の非線形性を考慮して主に浅水理論に基づく解析により行なわれてきた。しかし、遡上高の予測などを目的とする海岸線近傍の波浪変形の数値解析モデルの開発は十分であるとは言えず、近年、多くの研究者により非線形性に加え分散性も考慮した理論（非線形分散波理論）の必要性が明らかにされている。

非線形分散波理論はBoussinesqにより導出され、Peregrineにより任意水深で適用できるように改良された。この理論では鉛直方向の加速度が考慮され、圧力は非静水圧分布となる。その結果、波の分散効果が非線形効果と同程度取り込まれる。

本研究では変形可能セル法に従って、水平2次元モデルで分散効果を見逃した方法（以下ではnon-disp. methodと表わす）と分散効果を考慮した方法（以下ではdisp. methodと表わす）と断面2次元モデルを用いた方法（以下ではside methodと表わす）の3種類の積分型保存則の数値解析式を導き、計算を行なう。

2、支配方程式

(1) 変形可能セル法

数値計算は変形可能セル法を用いて行なわれる。流体中の格子によって、流体領域を任意形状のセルに分割する。セルの形状は四辺形とし、流速とは異なる速度による移動で変形可能とする。計算においては、セルに流体の質量 M 、運動量 $M\vec{v}$ が割りあてられ、格子点には格子座標 $\vec{r}$ 、その領域（破線部）の体積 H が割りあてられ、セルに関する量は添え字 $c=A, B, \dots$ 、格子点に関する量は添え字 $v=1, 2, \dots$ をつけて区別する。今回の数値計算において解析式は積分型の体積、質量、運動量保存則を用いる。これらより、セルでは流速 $\vec{v}_c = (M\vec{v})_c / M_c$ 、密度 $\rho_c = M_c / V_c$ 、水位 η_c (η_v より内挿)、格子点では流速 $\vec{v}_v$ ($\vec{v}_c$ より内挿)、密度 ρ_v (ρ_c より内挿)、格子点移動速度 $\vec{u}_v$ ($\vec{v}_v$ より計算)、水位 η_v 、流体厚 b_v が導かれる。変形可能セル法では $\vec{u}$ は任意であり、 $\vec{u} = 0$ でEuler法、 $\vec{u} = \vec{v}$ でLagrange法と同様になるが、本研究では境界上の格子点の移動速度の内挿により各格子点の移動速度を求めている。そこで上記の方法により、数値解析は水平2次元と断面2次元の手法で行なっている。

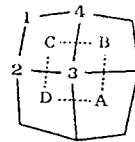


図-1 セルの平面図

(2) non-disp. method

流速は鉛直方向に一様であると仮定し、深さ方向に積分した保存則を用いた。分散効果を見逃した場合、圧力は静水圧分布であると仮定し、水位 η と積分流速 $\vec{q} = b\vec{v}$ に関する浅水波方程式は

$$(\partial \eta / \partial t) + \nabla \cdot \vec{q} = 0 \quad \dots\dots (2-1)$$

$$(\partial \vec{q} / \partial t) + \nabla \cdot (\vec{v} \vec{q}) + (b / \rho) \nabla (p_s + \rho g \eta) - (\tau_b / \rho) = 0 \quad \dots\dots (2-2)$$

p_s : 表面の大気圧, τ_b = (摩擦項)/ S 。

となるので、(2-1) (2-2)と等価になるように積分型の体積保存則及び運動量保存則を導入すると、次の様な

Dispersion Effect in Numerical Simulation of Coastal Waves

by Hiroto HAMADA and Yo MIZUTA

形になる。

$$H_{\nabla}^{n+1} = H_{\nabla}^n + [\int_{b+h} dS \cdot \vec{u}]^n \Delta t - [\int_b dS \cdot \vec{v}]^n \Delta t \quad \dots (2-3)$$

$$(M \vec{v})_0^{n+1} = (M \vec{v})_0^n + [\int_b dS \cdot (\vec{u} - \vec{v}) \rho \vec{v}]^n \Delta t \\ + (\text{重力項} + \text{圧力項}) \Delta t + (\text{摩擦項}) \Delta t \quad \dots (2-4)$$

面積分 $\int dS$ の範囲はセル全表面にわたり、添え字 b 及び $b+h$ は表面積分の下面が海底面及び基準水平面であることを表わしている。

圧力項及び重力項は静水圧分布を仮定している場合、この2項を合わせると(2-5)のように表わされる。

$$(\text{重力項} + \text{圧力項}) = - \int p dS + M \vec{g} = - \int p dS + \int dV \rho \vec{g} \\ = - \int \rho \vec{g} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_s) dS + \int dS [\rho \vec{g} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)] \\ = \int \rho \vec{g} \cdot (\vec{r}_s - \vec{r}_0) dS \quad \dots (2-5)$$

$\vec{r}_s$ は表面の座標、 $\vec{r}_0$ は基準水平面の座標である。このように(重力項+圧力項)は鉛直座標に依らず、表面座標で表現できる。

(3) disp. method

分散効果を考慮した場合、流速は鉛直方向に一樣ではないので、水平2次元モデルにおいて流速は表面流速と平均流速の2種類で表現される。Peregrine により、その2種類の流速の関係は次のように述べられている。

$$\langle \vec{v} \rangle = \vec{q} / (h + \eta) \\ = \vec{v}_0 + (1/2) h \nabla [\nabla \cdot (h \vec{v}_0)] - (1/6) h^2 \nabla (\nabla \cdot \vec{v}_0) \quad \dots (2-6) \\ \text{ただし、} \vec{q} = \int_{-h}^{\eta} \vec{v} dz$$

ここで、 $\langle \vec{v} \rangle$ は平均流速、 $\vec{v}_0$ は表面流速、 h は水深を示す。この関係を用いて、分散効果を考慮した微分型の方程式は一般的に次の形で表わされている。

$$(\partial \vec{v}_0 / \partial t) + (\vec{v}_0 \cdot \nabla) \vec{v}_0 + g \nabla \eta \\ = (1/2) h (\partial / \partial t) \nabla [\nabla \cdot (h \vec{v}_0)] - (1/6) h^2 (\partial / \partial t) \nabla (\nabla \cdot \vec{v}_0) \quad \dots (2-7)$$

$$(\partial \eta / \partial t) + \nabla \cdot [(h + \eta) \langle \vec{v} \rangle] = 0 \quad \dots (2-8)$$

本研究では、水平2次元数値解析において流速は流体の表面で評価しうるので表面流速を用いて(2-7)(2-8)と等価になるように式の変形を行ない、次のような分散項を含む微分型の方程式を得た。

$$(\partial \vec{q}_0 / \partial t) + \nabla \cdot (\vec{q}_0 \vec{q}_0) + (b / \rho) \nabla (p_s + \rho g \eta) - (\tau_b / \rho) = 0 \quad \dots (2-9)$$

$$(\partial \eta / \partial t) + \nabla \cdot \vec{q} = 0 \quad \dots (2-10)$$

ここで $b \vec{v}_0$ を $\vec{q}_0$ と定義した。平均流速を用いた方程式では運動方程式に分散項が現われるが、表面流速を用いた方程式では連続の式に含まれる。その理由としては、連続の式はセル全体の体積保存則であり、運動方程式はある一部の水粒子、例えば表面の水粒子の運動の式であることを考えれば明らかであろう。

(2-9)(2-10)を本研究で用いられている積分型の保存則に変形すると次のような形となる。

$$H_{\vec{q}}^{n+1} = H_{\vec{q}}^n + [\int_{b+h} dS \cdot \vec{q}]^n \Delta t - [\int_b dS \cdot \langle \vec{v} \rangle]^n \Delta t \quad \dots (2-11)$$

$$(M \vec{q})_0^{n+1} = (M \vec{q})_0^n + [\int_b dS \cdot (\vec{q} - \vec{v}_0) \rho \vec{v}_0]^n \Delta t \\ + (\text{重力項} + \text{圧力項}) \Delta t + (\text{摩擦項}) \Delta t \quad \dots (2-12)$$

(3) side method

この場合は波浪が沿岸方向に一樣な波浪の鉛直断面内の流れの構造を、やはり積分型の保存則を用いて調べる。非圧縮性流体における体積保存則 $0 = \int dS \cdot \vec{v}$ から各格子点上の圧力に対する方程式を導いてこれを解く。その結果、圧力は非静水圧分布となり、流速は鉛直方向に一樣ではないので、計算による値の評価に分散効果が取り込まれている。

3、non-disp.method による孤立波の数値解析

水平2次元モデルを用い、沿岸方向に変化のない海底地形に海岸線に平行なcrestを持つ孤立波を入射して、数値解析を行なった。

図2は左側から沖波波高2.0 mの孤立波を入射させた時の波形の時間変化を示す。実験条件は沖合水深20m、底面勾配20度、摩擦係数0.2である。計算領域は200 m×200 mで、40(岸沖方向)×20(沿岸方向)にセルを分割した。なお、時間刻みはクーラン条件を満たすように $\Delta t = 0.05$ 秒とし、境界条件として左端に開いた境界を用いた。図では、遡上による波高の増加、汀線の移動、波の前傾化、一次反射、二次反射が見られる。

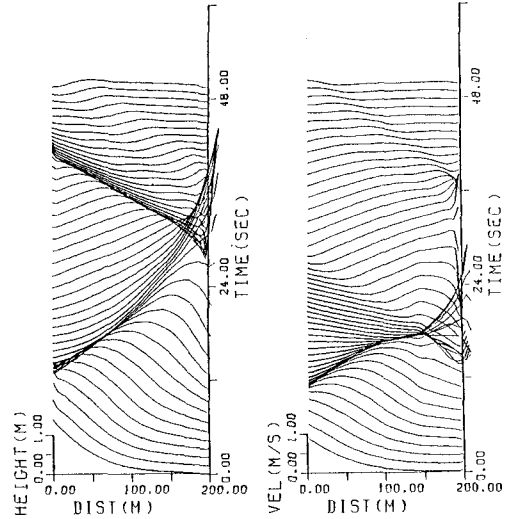


図-2 non-disp.method の解析例

4、side method による孤立波の数値解析

断面2次元モデルを用い、左側から一次元的な孤立波を入射して数値解析を行なった。

図3は左側から沖波波高1.0 mの孤立波を入射させた時の流速分布を示す。実験条件は沖合水深20m底面勾配20度で図の水平距離は250 mである。計算領域250 m×20mを40×4のセルに分割し、時間刻みは0.1秒とした。境界条件は左端を開いた境界とした。図に示されているように、流速は鉛直方向に一樣ではなく波の分散効果による影響が見られる。

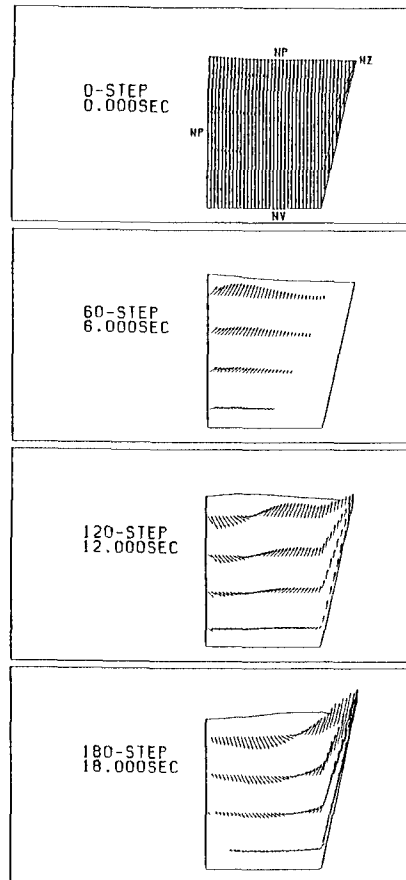


図-3 side method の解析例

5、定量的な比較

図4は A/h (A :沖波波高) に対する R/A (R :最大遡上高) の関係を示している。なお、底面勾配は20度とする。●と●と●はnon-disp.method (摩擦係数 = 0.05, 0.10, 0.20), ○はside method の計算結果である。比較として、□は境界要素法, +はラグランジェ法による計算結果, ×はLangsholt の水槽実験一点鎖線はSynolakis の理論などの例を与えた。この図より、side method による計算結果は分散効果を考慮しているが摩擦なしであるため、遡上高は、やや高め傾向となっている。しかし、摩擦ありのnon-disp.method と比較して、同程度の遡上高を示していることから、分散効果により遡上高は低くなっていると考えられる。

6、おわりに

分散効果を考慮した沿岸波浪の数値解析において

変形可能セル法を用いた断面2次元モデルが使えることを示した。また、他のさまざまな数値解析例との定量的な比較も行なった。今後、水平2次元モデルを用いた数値解析を進めていく予定である。

今回は物理的な分散項の効果について考えたが、さらなる問題点としては、数値計算を行なう時点で生じる数値分散の効果がある。この点について、さらに研究を進めていくつもりである。

参考文献

- 水田 洋・養島正敏・岡村敬二・高橋 将 (1990):
任意海底地形と汀線移動を考慮した沿岸波浪の数
値解析, 第37回海岸工学論文集, pp. 21-25.
- 水田 洋 (1990): 数値流体解析における境界条件の
統一的な取扱いについて, 水工学論文集, 第34巻
pp. 641-646.
- D. H. Peregrine (1967): Long waves on a beach,
J. Fluid Mech., vol. 27, pp. 815-827.
- Pedersen, G. and B. Gjevik (1983): Run-up of solita-
ry waves, J. Fluid Mech., vol. 135, pp. 283-299.
- Synolakis, C. E. (1987): The runup of solitary
waves, J. Fluid Mech., vol. 185, pp. 523-545.

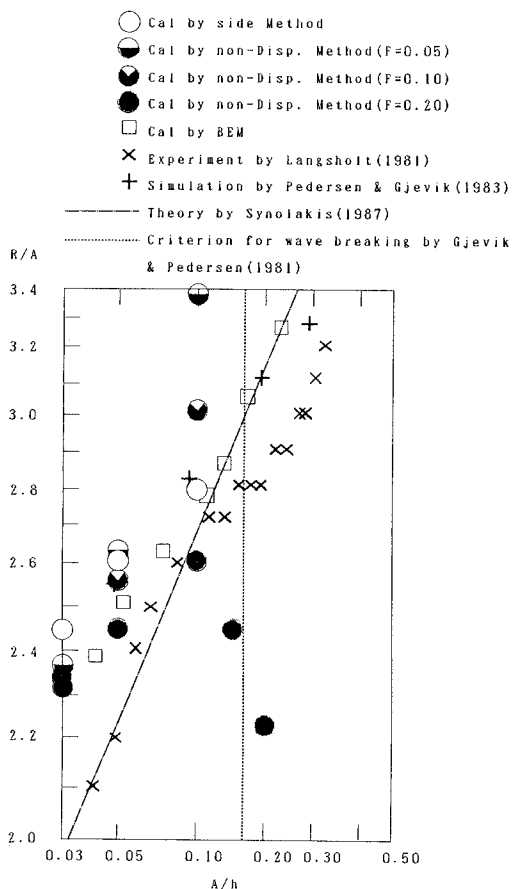


図-4 A/h に対する R/A の関係