

II-8

貯水池における表面波伝播シミュレーション

開発土木研究所河川研究室 正員 村上 泰啓
 北海道開発局河川管理課 正員 中村 興一
 開発土木研究所河川研究室 正員 清水 康行

1. はじめに

ダム貯水池、湖沼、湾等の閉鎖性水域において、土砂崩壊などによって大規模波が発生し、周辺構造物に悪影響を及ぼしたり、きわめて希にダム堤体から越波した水が下流へ被害を及ぼす場合がある。また、ゲート操作、風波などの影響でセイシュが発生し、適正な流水管理の支障になるといった問題もあり、閉鎖性水域における波の特性を推定するための簡易な数値シミュレーション手法の開発が必要となっている。こうしたシミュレーション手法の開発により、土砂崩壊による波の伝播や、風波によって発生するセイシュの予測が可能となり、閉鎖性水域における波の特性の把握が容易に行える。筆者らは、2次元浅水方程式にMacCormack法を適用した2次元波動追跡シミュレーション手法を開発中であり、本報告では矩形ポンドにおける造波実験結果と数値計算の比較を行い手法の適用限界について考察した。

2. 検討手法

2.1. 造波実験

静水面に衝撃を与えて発生した波の特性を把握するため、図-1に示す5m×10m 水深50cmのポンドを製作した。安定した水面に土砂崩壊により水面に衝撃力が加わることを想定し、ポンド水面直上からブロックを手放すといった方法で水面に衝撃を加えた。ブロックはポンドの短軸中央で壁にそって落下させた。発生した波の進行を捉えるため、衝撃を与えた壁から5m、6m、7m、10mの地点で容量式波高計による波高観測を実施した。

図-2は波高計により得られた地点毎の波高の時間変化である。第1波は観測点を通過するごとに波高が低くなっており、第2波以降は第1波に比べ若干波速が遅くなっている事が把握される。また、4測点においては80秒経過する時点までほとんど振幅は減衰していない。第1波の波速、波長をグラフから読み取ると、測点間を移動していく波高の時間変化から、第1波の波速が約2(m/s)であり、1/2波長が約2(m)であることが把握された。波長を倍の4(m)とし、水深と波長の比を求めると、 $1/2 \leq h/L \leq 1/25$ となり、第1波が浅水波であることが把握される。浅水波理論によれば波速は次式で表される様に、波速が波長により変化するという性質を示す。今、波長を4mとして次式に代入すると、波速cは2.02(m/s)となり、実測での波速と一致する。

$$c/\sqrt{gh} = \sqrt{L/(2\pi h) \tanh(2\pi h/L)}$$

次に波の周波数分布特性を見るためFFTによるスペクトル解析を行なった。図-5は立軸が複素フーリエ係数の絶対値、横軸が振動数(1/周波数)を表わしている。データ個数は801個、サンプリング時間は0.1秒である。図によればポンドに発生した波の周波数で卓越しているのは1秒前後の周期の領域である。また、グラフ左側の長周期の領域にも3点ピーク

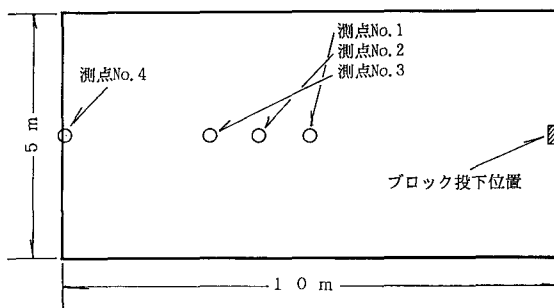


図-1 実験ポンド及び測定点

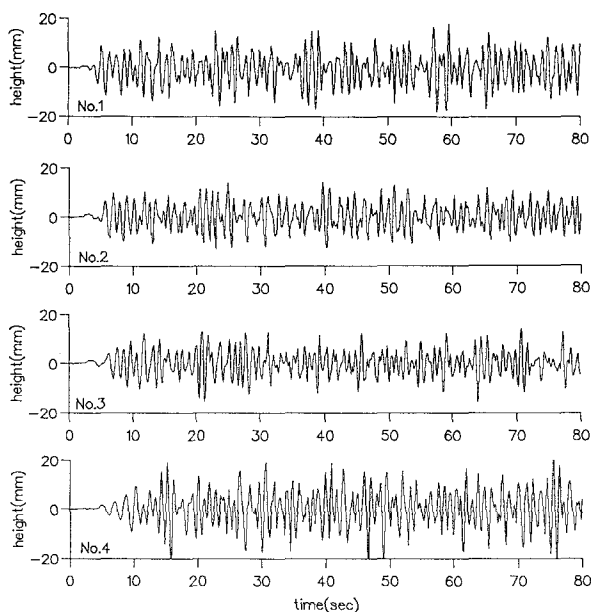


図-2 波高の時間変化

Numerical Analysis of Surface Wave in Reservoir
 by Yasuhiro MURAKAMI, Kouichi NAKAMURA and Yasuyuki SHIMIZU

が見られ、水面に衝撃を与えてから80秒間に8.5, 4.5, 3.0秒といった周期の波も発生していたことがわかる。一般に長方形型の閉鎖水域での長軸方向の振動周期は次式で表される[1]。

$$T = \frac{2}{\sqrt{gh}} \left\{ \frac{\ell}{n} \right\} \quad (1)$$

ここで、 T ; 周期(sec)、 g ; 重力加速度、 h ; 水深(m)、 n ; 振動モード、 ℓ ; ポンドの長軸方向長(m)。 $n = 1, 2, 3$ のときの T は、それぞれ9.0, 4.5, 3.0秒となり、グラフ左に見られるピークは理論値とほぼ一致している。

2.2、計算メッシュ

仮に周期が0.5秒までの波を再現しようとする、波速を2(m/s)として波長が1(m)程度の波までを再現する必要がある。波の数値計算の場合、計算メッシュは計算の安定性を考慮して少なくとも再現しようとする波長の10分の1以下とする必要があるといわれ、造波実験の結果を考慮して、メッシュ間隔は10cmとした。図-3は計算に用いたメッシュである。

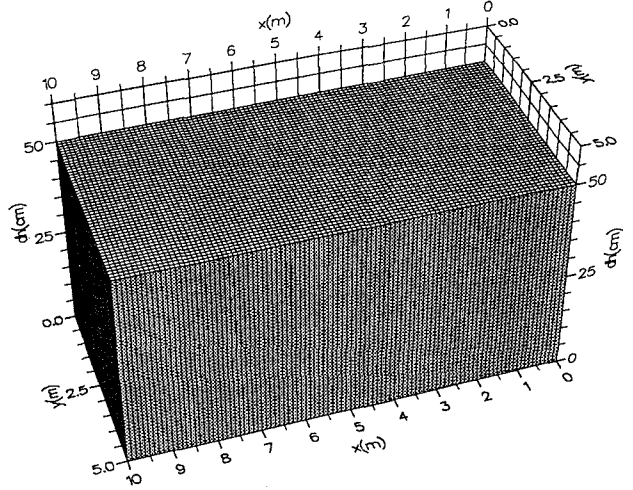


図-3 計算メッシュ

2.3、数値計算

波の運動は上下方向の流速や、水深方向の流速成分も水面近くで大きく、水底で小さい、といった3次元的な振る舞いをする。しかしながら、波長が水深に比べ比較的大きい浅水波や長波の領域では上下動よりもむしろ進行方向の運動が卓越していると考えられるので、近似的に流速を水深方向と横断方向で積分したSt.Venant型の2次元浅水流方程式を適用した。連続式、運動方程式を(2)～(4)式に示す。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} + \frac{\partial hv}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial uh}{\partial t} + \frac{\partial(u^2h + \frac{1}{2}gh^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uvh)}{\partial y} = gh(S_{ox} - S_{fx}) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \epsilon \frac{\partial(uh)}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \epsilon \frac{\partial(uh)}{\partial y} \right\} \quad (3)$$

$$\frac{\partial uh}{\partial t} + \frac{\partial(v^2h + \frac{1}{2}gh^2)}{\partial y} + \frac{\partial(uvh)}{\partial x} = gh(S_{oy} - S_{fy}) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \epsilon \frac{\partial(vh)}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \epsilon \frac{\partial(vh)}{\partial y} \right\} \quad (4)$$

(2)～(4)式を次の様に書き改める。

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = E_x \quad (6)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} = E_y \quad (7)$$

ここで、

$$H = h(x, y, t), U = u(x, y, t)h(x, y, t), V = v(x, y, t)h(x, y, t), G = uvh = UV/h$$

$$F = u^2h + \frac{1}{2}gh^2 = \frac{U^2}{h} + \frac{1}{2}gh^2, S = v^2h + \frac{1}{2}gh^2 = \frac{V^2}{h} + \frac{1}{2}gh^2$$

$$E_x = gH(S_{ox} - S_{fx}) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \epsilon \frac{\partial(uh)}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \epsilon \frac{\partial(uh)}{\partial y} \right\}, E_y = gH(S_{oy} - S_{fy}) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \epsilon \frac{\partial(vh)}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \epsilon \frac{\partial(vh)}{\partial y} \right\}$$

$$S_{fx} = \frac{n^2 U \sqrt{(U^2 + V^2)}}{H^{10/3}}, S_{fy} = \frac{n^2 V \sqrt{(U^2 + V^2)}}{H^{10/3}}, S_{ox} = -\frac{\partial z}{\partial x}, S_{oy} = -\frac{\partial z}{\partial y}$$

h ; 水深、 u ; x 方向の水深平均流速、 v ; y 方向の水深平均流速、 g ; 重力加速度、 S_{ox} ; x 方向の水路勾配、 S_{oy} ; y 方向の水路勾配、 S_{fx} ; x 方向の底面摩擦勾配、 S_{fy} ; y 方向の底面摩擦勾配、 ε ; 乱流粘性係数、 n ; マニングの粗度係数。

2.4、MacCormack 差分スキーム

MacCormack 差分スキームは、時間依存差分法の一つで時間・空間方向に二次の精度を持っている。MacCormack 法は格子点上の値だけでスキームを記述できるメリットがあり、近年特に跳水を含むような河川の計算に多く用いられており、常射流混在場での河床変動計算等、既往の計算手法では計算する事が困難であった問題へのアプローチが試みられている。

第 1、第 4 ステップ { x 方向、 $id = -1$ (後進差分)、 $id = +1$ (前進差分) }

Predictor (予測子段階)

$$\widehat{H}(i, j) = H(i, j) - \frac{\Delta t_x}{\Delta x} \{U(i, j) - U(i + id, j)\} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \widehat{U}(i, j) = & U(i, j) - \frac{\Delta t_x}{\Delta x} \{F(i, j) - F(i + id, j)\} + \\ & g \Delta t_x \{ (H(i, j) + H(i + id, j))/2 \} \{ -(z(i, j) - z(i + id, j))/\Delta x - S_{fx}(i, j) \} + \\ & \varepsilon \frac{\Delta t_x}{\Delta x^2} \{ U(i - 1, j) - 2U(i, j) + U(i + 1, j) \} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\widehat{V}(i, j) = V(i, j) - \frac{\Delta t_x}{\Delta x} \{G(i, j) - G(i + id, j)\} + \varepsilon \frac{\Delta t_x}{\Delta x^2} \{V(i - 1, j) - 2V(i, j) + V(i + 1, j)\} \quad (10)$$

Corrector (修正子段階)

$$\widetilde{H}(i, j) = \frac{1}{2} \left[H(i, j) + \widehat{H}(i, j) - \frac{\Delta t_x}{\Delta x} \{ \widehat{U}(i - id, j) - \widehat{U}(i, j) \} \right] \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{U}(i, j) = & \frac{1}{2} \left[U(i, j) + \widehat{U}(i, j) - \frac{\Delta t_x}{\Delta x} \{ \widehat{F}(i - id, j) - \widehat{F}(i, j) \} + \right. \\ & g \Delta t_x \left\{ \frac{\widehat{H}(i - id, j) + \widehat{H}(i, j)}{2} \right\} \left\{ -\frac{Z(i - id, j) - Z(i, j)}{\delta x} - \widehat{S}_{fx}(i, j) \right\} + \\ & \left. \varepsilon \frac{\Delta t_x}{\Delta x^2} \{ \widehat{U}(i - 1, j) - 2\widehat{U}(i, j) + \widehat{U}(i + 1, j) \} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{V}(i, j) = & \frac{1}{2} \left[V(i, j) + \widehat{V}(i, j) - \frac{\Delta t_x}{\Delta x} \{ \widehat{G}(i - id, j) - \widehat{G}(i, j) \} + \right. \\ & \left. \varepsilon \frac{\Delta t_x}{\Delta x^2} \{ \widehat{V}(i - 1, j) - 2\widehat{V}(i, j) + \widehat{V}(i + 1, j) \} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

第 2、第 3 ステップ { y 方向、 $id = -1$ (後進差分)、 $id = +1$ (前進差分) }

Predictor (予測子段階)

$$\widehat{H}(i, j) = H(i, j) - \frac{\Delta t_y}{\Delta y} \{V(i, j) - V(i, j + id)\} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \widehat{V}(i, j) = & V(i, j) - \frac{\Delta t_y}{\Delta y} \{S(i, j) - S(i, j + id)\} + \\ & g \Delta t_y \{ (H(i, j) + H(i, j + id))/2 \} \{ -(z(i, j) - z(i, j + id))/\Delta y - S_{fy}(i, j) \} + \\ & \varepsilon \frac{\Delta t_y}{\Delta y^2} \{ V(i, j + 1) - 2V(i, j) + V(i, j - 1) \} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\widehat{U}(i, j) = U(i, j) - \frac{\Delta t_y}{\Delta y} \{G(i, j) - G(i, j + id)\} + \varepsilon \frac{\Delta t_y}{\Delta y^2} \{V(i, j + 1) - 2V(i, j) + V(i, j - 1)\} \quad (16)$$

Corrector (修正子段階)

$$\tilde{H}(i, j) = \frac{1}{2} \left[H(i, j) + \hat{H}(i, j) - \frac{\Delta t_y}{\Delta y} \{ \hat{V}(i, j - id) - \hat{V}(i, j) \} \right] \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}(i, j) = & \frac{1}{2} \left[V(i, j) + \hat{V}(i, j) - \frac{\Delta t_y}{\Delta y} \{ \hat{S}(i, j - id) - \hat{S}(i, j) \} + \right. \\ & g \Delta t_y \left\{ \frac{\hat{H}(i, j - id) + \hat{H}(i, j)}{2} \right\} \left\{ - \frac{Z(i, j - id) - Z(i, j)}{\delta y} - \hat{S}_{fy}(i, j) \right\} + \\ & \left. \epsilon \frac{\Delta t_y}{\Delta y^2} \{ \hat{V}(i, j + 1) - 2\hat{V}(i, j) + \hat{V}(i, j - 1) \} \right] \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}(i, j) = & \frac{1}{2} \left[U(i, j) + \hat{U}(i, j) - \frac{\Delta t_y}{\Delta y} \{ \hat{G}(i, j - id) - \hat{G}(i, j) \} + \right. \\ & \left. \epsilon \frac{\Delta t_y}{\Delta y^2} \{ \hat{U}(i, j + 1) - 2\hat{U}(i, j) + \hat{U}(i, j - 1) \} \right] \quad (19) \end{aligned}$$

$$\Delta t_x = \frac{\Delta x}{|u| + \sqrt{gh} + 2\epsilon/\Delta x}, \quad \Delta t_y = \frac{\Delta y}{|v| + \sqrt{gh} + 2\epsilon/\Delta y} \quad (20)$$

ここで、 i, j は x, y 方向の格子点番号、 $\Delta x, \Delta y$; 計算距離刻み、 $\Delta t_x, \Delta t_y$; 計算時間刻み、 $\Delta x, \Delta y$; メッシュサイズ。

2.5. 数値計算手法

計算手順を図-3に示す。初期条件として、すべての格子点に水深50cmを与えておく。次にブロック重量に相当する水柱をブロックを投下した箇所に与える。(8)式から(19)式までの値を後進、前進差分毎に求め、各格子点の流速、水位の時間変化を計算する。

2.6. 境界条件

壁面の条件として、もう1メッシュ外郭に仮想格子点を考え、壁面の水位は仮想格子点と壁面の1つ手前の格子点で求めるようにした。このとき、仮想格子点には入射してくる波の u, v と絶対値が同じで向きが反対の流速を与える事により、入射してきた波にあたかもそこに壁があるかのように振る舞わせる事が可能となる。

2.7. 計算結果

図-4は実験ポンドの測点No.4に対応するポイントでの水位の時間変化のうち、最初の40秒間を実測値と併せてプロットしたものである。実測値の第1波の立ち上がり点は計算値において良く適合しているが、傾向としては波長、波高などが異なり、現象をうまく再現していない。また、実測値は第1波が到達してから10秒前後で大きく重複した波が出ているが計算値では第1波付近が最も大きく、時間の経過とともに波高が低減している。図-5は測点4に相当する点の計算結果の周波数分布特性を実測値と併せてプロットし

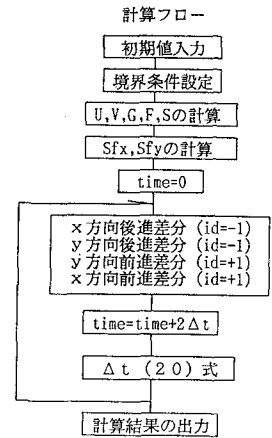


図-3 計算フロー

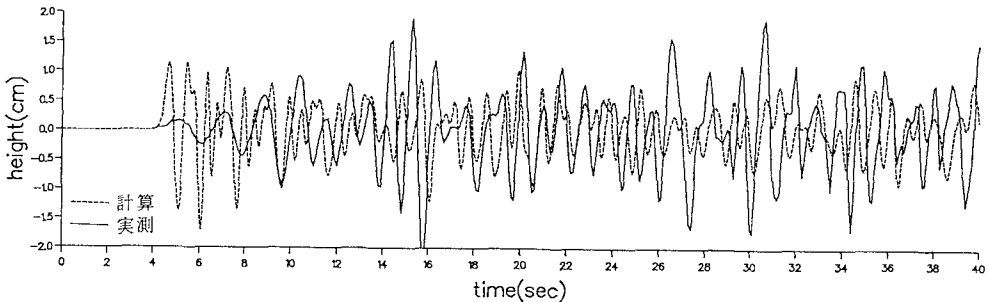


図-4 波高の時間変化の比較

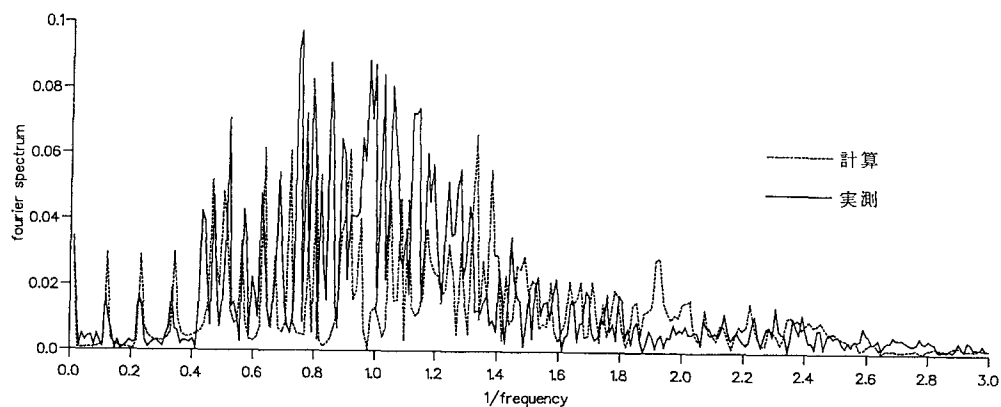


図-5 周波数分布の比較

である。比較的長周期の部分と短周期の部分では適合性が高いが、実測値で卓越している1秒付近の波の再現性があまり良くない。図-6は波動の伝播を時間を追ってプロットしたものである。実測値との適合性に問題があったが、水面に衝撃が加えられた時の波の伝播の傾向は定性的に表現されている。

3、おわりに

ここでは2次元浅水方程式を用い、MacCormack法による差分法を用いた水面波の発生と伝播のシミュレーションを試みた。計算で表現可能な波は計算時間やメッシュのサイズに依存し、非常に細かい周期の波まで再現しようとするに計算時間が級数的に増大し実用的ではない。このため実測データによる波の周波数解析を行い、再現しようとする最小の周期の波を決定し、その波長から計算メッシュを決定した。計算条件として実験で投下したブロック相当重量の水柱を与えた。計算結果の周波数特性を比較すると、長周期の成分が実測と良く適合しており、周期の短い成分については適合度が低かった。実測値と計算値で同一箇所の波高変化を比較すると、立ち上がり部分は同一であるが、波長や波高の到達の仕方に違いがでた。したがって今後は、モデルの構成、初期条件、境界条件の与え方などについて検討を加え、さらに精度を高めていく必要がある。

4、参考文献 [1] 岩垣 雄一：海岸工学、大学土木講座、共立出版、1979

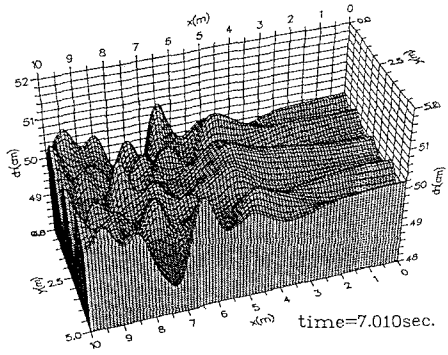
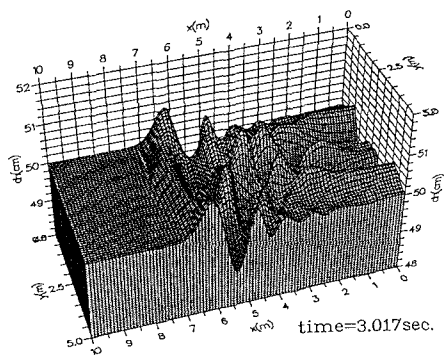
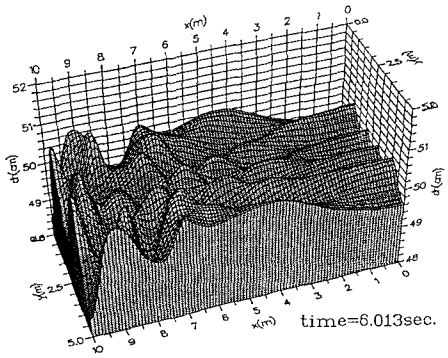
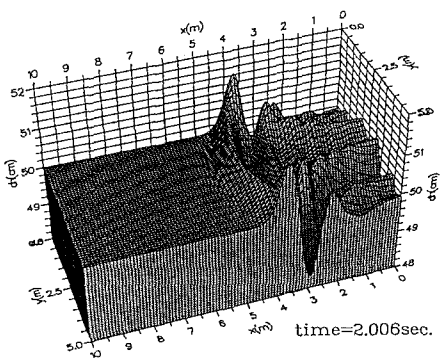
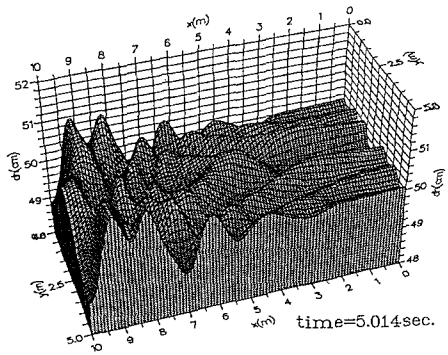
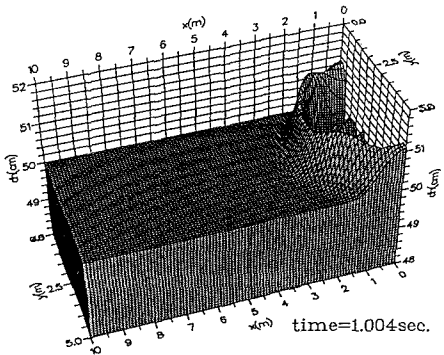
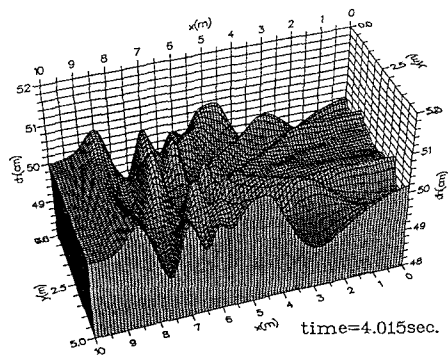
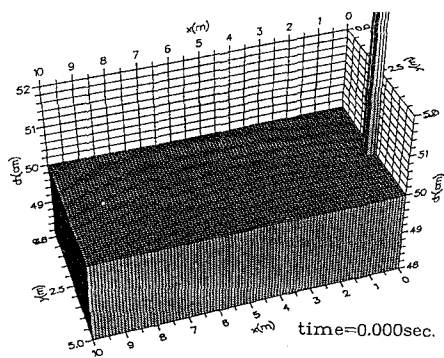


図-6 波動伝播計算結果