

I - 37

曲線高架橋の固有振動周期の算定について

北海道大学工学部 正員 林 川 俊 郎
 北海道大学工学部 正員 角 田 與史雄
 北海道大学工学部 高 田 振一郎

1. まえがき

最近、道路線形上の観点から、あるいは走行車両の走行安定性の問題点から、図-1に示すような連続形式の曲線高架橋が架設されるようになってきた。このような曲線高架橋の地震時の動的挙動は、複雑になることが予想され、固有周期の算定は重要な問題となる。

筆者らは、図-1に示すような4径間連続高架橋の橋軸直角方向の固有周期に着目し、曲率半径の影響について検討してきた¹⁾。そこで、本研究は、曲線高架橋の橋軸方向、橋軸直角方向、および鉛直方向の固有周期の近似的な算定に、静的フレーム法を用いその適用性について考察する。さらに、橋脚基部の支持条件が剛支承の場合およびばね支承の場合における固有周期の妥当性とこの簡易解析法の有効性について検討する。

2. 動的解析法

曲線高架橋の固有振動解析は、図-2に示すような3次元骨組部材の剛性マトリックスと質量マトリックスを用いて行なう。1つの節点の自由度は、X、Y、Z軸方向の並進3方向、各軸回りの回転3方向の計6自由度とする。なお質量マトリックスには、軸変形およびねじり変形については、1次式、鉛直および水平の曲げ変形については、3次式の変位関数を用いた、いわゆる整合質量マトリックスとする。固有値問題の解析には、Householder法を用いて行²⁾。

3. 静的フレーム法

設計振動単位が複数の下部構造と、それが支持している上部構造からなる骨組構造を、離散的にモデル化した場合の固有周期は静的フレーム法により、次のように求められる³⁾。

$$T = 2.01 \sqrt{\delta} \quad (1)$$

$$\delta = \sum (W_i \cdot U_i^2) / \sum (W_i \cdot U_i) \quad (2)$$

W_i : 上部構造および下部構造の節点*i*の重量 (tf)

U_i : 上部構造および耐震設計上の地盤面より上の下部構造の重量に相当する力を慣性力の作用方向に作用させた場合に、その方向に生じる節点*i*の変位 (m)

なお、 Σ は設計振動単位全体に関する和を示す。

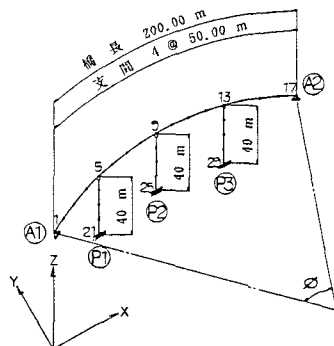


図-1 曲線高架橋の骨組モデル

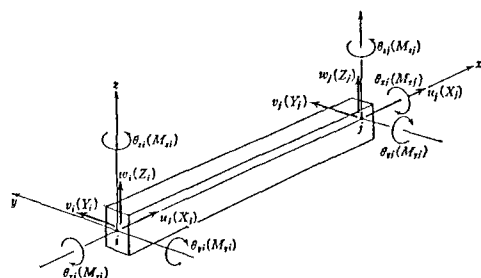


図-2 骨組部材の座標系

静的フレーム法⁴⁾は、ある 1 自由度系の振動系が自由振動する際の運動エネルギーの最大値と、ひずみエネルギーの最大値が等しいということから構造物の固有周期を求めるという Rayleigh 法から誘導されたものである。したがって、求めようとする構造物の固有周期の精度を向上させるためには、実際の固有振動モードに近いような静的変位曲線を得るように、各節点 i に適当な外部荷重を作用させ、各節点における静的変位 U_i を求めれば良いことになる。

本研究は、各節点において隣接する他節点間とで均等に分配された部材要素重量の和をとり、それをその節点における外部荷重として橋軸方向、橋軸直角方向および鉛直方向に静的に作用させ、各節点における変位 U_i を求め上式 (1)、(2) より上述した 3 方向の固有周期をそれぞれ計算する。

4. 数値計算結果

数値計算例として用いた曲線高架橋は、橋長 $L=200\text{ m}$ 、支間割 $4 \times 50\text{ m}$ 、橋脚高 $H=40\text{ m}$ 、曲率半径 $R=200\text{ m}$ 、中心角 $\phi=1.0\text{ rad}$ である。図-1 に示すように上部構造を 17 節点に、下部構造を橋脚 1 基につき 4 節点に分割し、全体で 29 節点の骨組構造にモデル化する。1 節点の質量はその点に集まる部材要素の質量の半分をそれぞれ加え合わせた和とする。A1 および A2 における境界条件として、橋軸方向 (X 軸方向) には可動であるとする。橋脚基部 ($P1, P2, P3$) の境界条件は、固定支承とばね支承について検討し、ばね支承の場合にはばね定数によるパラメーター解析を行う。

表-1 には各部材の断面諸元を、表-2 には基礎の種類による地盤ばね定数を示す。これらの値を、それぞれの基礎の場合の地盤ばね定数の基準値とする。さらに橋脚天端部における部材の結合条件は、内部ヒンジがある場合 (以下、ピン結合と呼ぶ) と内部ヒンジがない場合 (以下、剛結合と呼ぶ) について検討する。ただし、内部ヒンジの部材拘束条件は、表-3 に示すように Y 軸回りの回転のみ非拘束で、その他の自由度は、すべて拘束とする。

4-1 固有振動モード

図-3 に動的解析法 (固有振動解析) による固有振動モードを、図-4 に静的フレーム法による橋軸直角方向、橋軸方向および鉛直方向の変位曲線を示す。ここで、破線は変形前を、実線は変形後を表している。なお、図-3 において KLC は、モード次数を表し、図-4 において $KLC=1$ は、橋軸直角方向、 $KLC=2$ は橋軸方向、 $KLC=3$ は鉛直方向に外部荷重を作用させた場合を表す。動的解析法による固有振動モードは、 $KLC=1$ で橋軸方向の 1 次の振動モード、 $KLC=3$ で橋軸直角方向の 1 次の振動モード、 $KLC=5$ で同 2 次モード、 $KLC=7$ で同 3 次モードがそれぞれ現われる。鉛直方向の固有振動モードは、 $KLC=2$ で 1 次モード、 $KLC=4$ で 2 次モード、 $KLC=6$ で 3 次モード、 $KLC=8$ で 4 次モードが現われる。

表-1 各部材の断面諸元

	上部構造 (1-17)	下部構造 (18-29)
$A (\text{m}^2)$	4.55×10^{-1}	2.04×10
$I_x (\text{m}^4)$	1.88×10^{-1}	3.22×10
$I_y (\text{m}^4)$	2.94×10^{-1}	9.79
$I_z (\text{m}^4)$	2.58	1.23×10^2
$E (\text{t/m}^2)$	2.10×10^7	2.60×10^6
$G (\text{t/m}^2)$	8.10×10^6	1.13×10^6

表-2 地盤ばね定数

基礎の種類	並進ばね定数 (t/m)			回転ばね定数 (tm/rad)		
	K_x	K_y	K_z	$K\theta_x$	$K\theta_y$	$K\theta_z$
フーチング	2.9×10^6	2.9×10^6	8.8×10^6	1.64×10^8	1.23×10^8	1.00×10^6
杭基礎	6.3×10^4	6.3×10^4	1.5×10^4	1.41×10^6	1.37×10^6	1.00×10^4

表-3 節点の自由度

自由度の方向 節点番号	X	Y	Z	θ_x	θ_y	θ_z
5 9 13	FIX	FIX	FIX	FIX	MOV	FIX

静的フレーム法による変位曲線を見ると、橋軸方向、および橋軸直角方向の静的変位曲線は、動的解析法によるそれぞれの方向の1次の固有振動モードと非常に良く似ており、固有周期も高い精度で一致している。しかし、鉛直方向の静的変位曲線については、動的解析法による同方向の固有振動モードと良く一致しているとは言えず、 $KLC=8$ の4次モードと比較的似ている程度である。しかも、この固有振動モードは、側径間での変位に対し、主径間での変位が大きく出ており、静的フレーム法によるモードとは逆である。このようなモードの相違により、式(1)により計算される固有周期もかなり違い違っており静的フレーム法の計算値は、動的解析法に対して約20%程大きい。以上のように、静的フレーム法は、橋軸方向および橋軸直角方向には、非常に高い適用性を有していることがわかる。

4-2 固有周期

橋脚天端部における結合条件が剛結合の場合とピン結合の場合のについて、橋脚基部P1、P2、P3の支承条件を、表-2の直接基礎(フーチング)の基準値のオーダーを全体的に変化させて、静的フレーム法および動的解析法により計算された固有周期の結果がそれぞれ表-4、表-5に示されている。ただし、表の中で $\times 10^3$ は、基準値を表す。

4-3 地盤ばね定数の影響

図-5、6には剛結合とピン結合の場合における固有周期とばね定数との関係について示している。橋軸直角方向および鉛直方向については、内部ヒンジによる影響はほとんど見られない。剛結合およびピン結合の場合共に地盤ばね定数の変化による固有周期の推移は、ほぼ同じような傾向にある。また、橋軸方向に対してピン結合の場合は、内部ヒンジがY軸回りに可動な支承としてモデル化しているため、この方向の固有周期に支配的に影響するものと思われる。内部ヒンジがある場合のこの方向の固有周期は内部ヒンジがない場合に比べて、35%程度大きくなっている。また、剛結合およびピン結合の場合共に地盤ばね定数が基準値より大きくなると3方向の固有周期はほぼ一定値(剛支承の場合)に収束していることがわかる。さらに、鉛直方向について基準値 $\times 10^{-1}$ の値を境にして、それより地盤ばね定数が小さくなると両手法による固有周期の計算結果がよく一致するようになる。これは、静的フレーム法による変位曲線が動的解析法の1次鉛直固有振動モードに、徐々に近づて行くためであると考えられる。

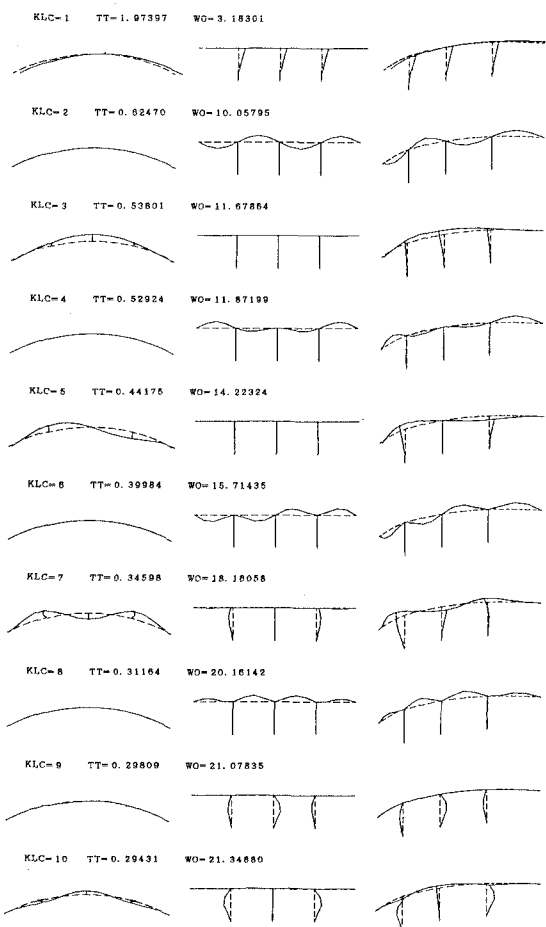


図-3 動的解析法による固有振動モード

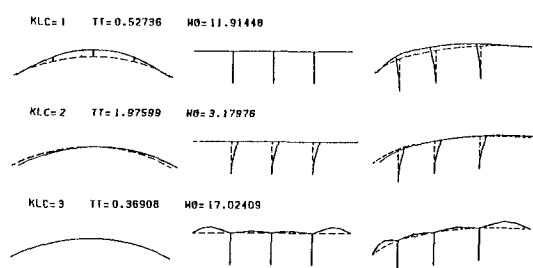


図-4 静的フレーム法による変位曲線

5. あとがき

本研究では剛支承およびばね支承を有する曲線高架橋の固有周期を、静的フレーム法および動的解析法により求めた。さらに、内部ヒンジの有無による影響についても検討した。静的フレーム法による橋軸および橋軸直角方向の固有周期は、地盤のばね定数および内部ヒンジの結合条件を問わず、比較的良好な精度で動的解析法と一致している。したがって、静的フレーム法は曲線高架橋の固有周期算定に高い適用性を有するといえる。また、鉛直方向の固有振動周期は比較的軟らかいばね定数では両者はよく一致するが、硬いばね定数の場合には変位曲線の違いからやや異なった値となる。最後に、資料を提供して頂きました中央コンサルタント（株）松井義孝氏に感謝の意を表します。

表-4 計算された固有周期（剛結合、SEC）

地盤バネ定数 (×基準値)	橋 軸 方 向		橋 軸 直 角 方 向		鉛 直 方 向	
	静 的 フ レーム 法	動 的 解 析 法	静 的 フ レーム 法	動 的 解 析 法	静 的 フ レーム 法	動 的 解 析 法
(剛 支 承)	1.9583	1.9562	0.4869	0.4961	0.3757	0.3114
× 10 ³	1.9583	1.9562	0.4870	0.4962	0.3757	0.3114
× 10 ²	1.9585	1.9563	0.4874	0.4966	0.3757	0.3114
× 10 ¹	1.9601	1.9579	0.4912	0.5006	0.3750	0.3114
× 10 ⁰	1.9759	1.9740	0.5274	0.5380	0.3891	0.3116
× 10 ⁻¹	2.1293	2.1283	0.7874	0.8016	0.3312	0.3139
× 10 ⁻²	3.3105	3.3096	1.5746	1.5957	0.3838	0.3808
× 10 ⁻³	8.7060	8.6999	2.1396	2.1924	1.0739	1.0761

表-5 計算された固有周期（ピン結合、SEC）

地盤バネ定数 (×基準値)	橋 軸 方 向		橋 軸 直 角 方 向		鉛 直 方 向	
	静 的 フ レーム 法	動 的 解 析 法	静 的 フ レーム 法	動 的 解 析 法	静 的 フ レーム 法	動 的 解 析 法
(剛 支 承)	1.4466	1.4422	0.4863	0.4963	0.3510	0.3034
× 10 ³	1.4466	1.4422	0.4863	0.4963	0.3510	0.3034
× 10 ²	1.4467	1.4422	0.4876	0.4967	0.3509	0.3034
× 10 ¹	1.4479	1.4435	0.4905	0.5007	0.3593	0.3038
× 10 ⁰	1.4592	1.4548	0.5266	0.5379	0.3450	0.3065
× 10 ⁻¹	1.5654	1.5616	0.7857	0.8004	0.3125	0.3217
× 10 ⁻²	2.2370	2.2330	1.5659	1.5882	0.3814	0.4035
× 10 ⁻³	3.6703	3.6728	2.1279	2.1828	1.0725	1.0746

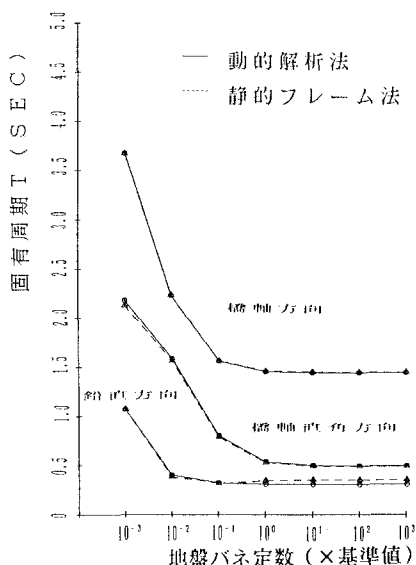


図-5 剛結合の場合

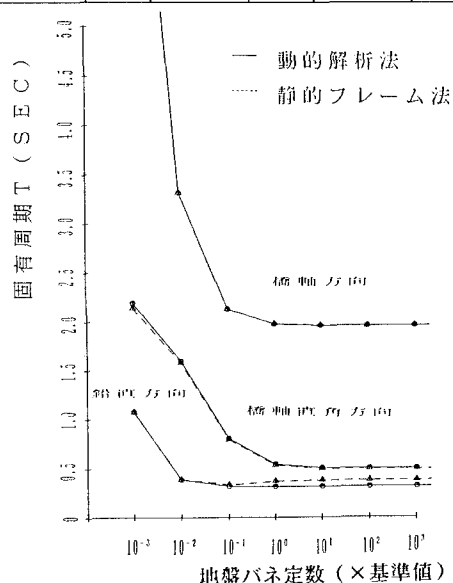


図-6 ピン結合の場合

(参考文献) 1)下川・松井・菅・林川・渡辺: 静的フレーム法による立体曲線橋の動的応答、土木学会北海道支部論文報告集、第46号、PP.139-144、1990年。 2)鷺津・宮本・山田・山本・川井共編: 有限要素法ハンドブック・基礎編、培風館、1981年。 3)社団法人日本道路協会: 道路橋示法書・同解説、耐震設計編、1990年。 4)川島・長谷川・小山・吉田: 連続橋の耐震設計法(その2) 静的フレーム法による地盤種別が変化しない場合の耐震計算法(橋軸直角方向)の提案、土木研究所資料、第2409号、1986年。